

Exercice : soit $p = f(K, L) = 4KL$ une fonction de production d'un producteur rationnel. Les prix des facteurs de production sont $P_K = 4$ da, $P_L = 6$ da.

1/trouver les quantités de capital et de travail que producteur doit utiliser pour produire une quantité de 600 unités, en utilisant la méthode de Lagrange ? (2,5 points)

$$\text{On a : } \begin{cases} \min CT = 4K + 6L \\ p = f(K, L) = 4KL = 600 \end{cases}$$

$$\text{On a : } L(K, L, \lambda) = 4K + 6L + \lambda (600 - 4KL)$$

$$L \text{ est minimale} \Rightarrow \begin{cases} L'(K) = 0 \\ L'(L) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 - 4L\lambda = 0 \\ 6 - 4K\lambda = 0 \\ 600 - 4KL = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{4}{4L} \dots (1) \\ \lambda = \frac{6}{4K} \dots (2) \\ 600 = 4KL \dots (3) \end{cases}$$

$$\text{De (1) et (2) on a : } \frac{4}{4L} = \frac{6}{4K} \Rightarrow 16K = 24L \Rightarrow K = 1,5L \dots (4)$$

$$\text{On remplace (4) dans (3) on obtient : } 600 = 4(1,5L)L \Rightarrow 600 = 6L^2 \Rightarrow L^2 = 100$$

$$\text{Donc } L = 10 \text{ unités. Donc } K = 1,5(10) = 15 \text{ unités.}$$

2/ que doit faire le producteur pour produire la même quantité (600 unités), s'il décide de réduire la quantité à utiliser de travail de 3 unités ? (2,5 points).

$$\text{On a : } TMST_{K,L} = \frac{P_K}{P_L} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ (TMST}_{KL} \text{ au point d'équilibre).}$$

TMST _{KL} = 2/3	ΔK	ΔL	ΔP	$\Delta K = \frac{(-3) \cdot (1)}{-2/3} = 4,5$
	+1	-2/3	0	
	ΔK	-3	0	

Pour produire la même quantité, le producteur doit utiliser 4,5 unités supplémentaires de K, s'il décide de réduire le facteur travail de 03 unités.

3/Quel est le pourcentage de la variation de la production si le capital et le travail triplent ? (2,5 points)

$$\text{On a : } f(aK, aL) = 4(aK)(aL) = 4a^2KL = a^2 \cdot 4KL = a^2 \cdot P$$

$$\text{On a : } a = 3 \text{ Donc : } f(3K, 3L) = 3^2 \cdot P = 9P. \text{ Donc : } \frac{\Delta P}{P} * 100 = \frac{9P - P}{P} * 100 = 800\%.$$

Si le capital et le travail triplent, la production augmente à 800%.

4/Quel est la variation nécessaire des ressources disponibles pour que la production augmente de 60 unités ? (2,5 points)

$$\text{On a : } \lambda = \frac{\Delta p}{\Delta RD} \Rightarrow \Delta RD = \frac{\Delta p}{\lambda} \quad \lambda = \frac{4}{4(10)} = 0,1 \text{ unité/DA}$$

$$\text{Donc : } \Delta RD = \frac{60}{0,1} = 600 \text{ da.}$$