

**Exercice :** soit  $p = f(K,L) = 2KL$  une fonction de production d'un producteur rationnel. Les prix des facteurs de production sont  $P_K = 4da$ ,  $P_L = 6da$ .

1/trouver les quantités de capital et de travail que producteur doit utiliser pour produire une quantité de 300 unités, en utilisant la méthode de Lagrange ? (2,5 points)

$$\text{On a : } \begin{cases} \min CT = 4K + 6L \\ p = f(K,L) = 2KL = 300 \end{cases}$$

$$\text{On a : } L(K,L,\lambda) = 4K + 6L + \lambda (300 - 2KL)$$

$$L \text{ est minimale} \Rightarrow \begin{cases} L'(K) = 0 \\ L'(L) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 - 2L\lambda = 0 \\ 6 - 2K\lambda = 0 \\ 300 - 2KL = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{4}{2L} \dots (1) \\ \lambda = \frac{6}{2K} \dots (2) \\ 300 = 2KL \dots (3) \end{cases}$$

$$\text{De (1) et (2) on a : } \frac{4}{2L} = \frac{6}{2K} \Rightarrow 8K = 12L \Rightarrow K = 1,5L \dots (4)$$

$$\text{On remplace (4) dans (3) on obtient : } 300 = 2(1,5L)L \Rightarrow 300 = 3L^2 \Rightarrow L^2 = 100$$

$$\text{Donc } L = 10 \text{ unités. Donc } K = 1,5(10) = 15 \text{ unités. Donc : } CT = 4(15) + 6(10) = 120 \text{ da.}$$

2/ que doit faire le producteur pour produire la même quantité (300 unités), s'il décide de réduire la quantité à utiliser de capital de 4 unités ? (2,5 points).

$$\text{On a : } TMST_{K,L} = \frac{P_K}{P_L} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ ( } TMST_{K,L} \text{ au point d'équilibre).}$$

TMST <sub>K,L</sub> = 2/3	$\Delta K$	$\Delta L$	$\Delta P$	$\Delta L = \frac{(-4) \cdot (-2/3)}{1} = 8/3$
	+1	-2/3	0	
	-4	$\Delta L$	0	

Pour produire la même quantité, le producteur doit utiliser 8/3 unités supplémentaires de L, s'il décide de réduire le facteur capital de 04 unités.

3/Quel est le pourcentage de la variation de la production si le capital et le travail triplent ? (2,5 points)

$$\text{On a : } f(aK, aL) = 2(aK)(aL) = 2a^2KL = a^2 \cdot 2KL = a^2 \cdot P$$

$$\text{On a : } a = 3 \text{ Donc : } f(3K, 3L) = 3^2 \cdot P = 9P. \text{ Donc : } \frac{\Delta P}{P} * 100 = \frac{9P - P}{P} * 100 = 800\%.$$

Si le le capital et le travail triplent, la production augment à 800%.

4/Quel est l'effet d'une augmentation des ressources disponibles de 20% sur la production ?

$$\text{On a : } \lambda = \frac{\Delta P}{\Delta RD} \Rightarrow \Delta P = \lambda * \Delta RD \quad \lambda = \frac{4}{2(10)} = 0,2 \text{ unité/DA} \text{ On a : } \Delta RD = 0,2 * 120 = 24 \text{ da}$$

$$\text{Donc : } \Delta P = 0,2 * 24 = 4,8 \text{ unités.}$$