

Niveau : L3 EMB

TD₁ Techniques quantitatives

BERKAI née MECHERI Kheira

1 Énoncés

Exercice 1.

Soit le modèle : $Y_i = B_0 + B_1X_i + \varepsilon_i$, $i = \overline{1,8}$

Avec les données suivantes :

| | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|----|------|------|------|------|
| X_i | 11.2 | 13.2 | 16 | 16 | 16.8 | 17.2 | 18.6 | 19 |
| Y_i | 28 | 33 | 30.4 | 34 | 32.2 | 38 | 40 | 36.4 |

1. Représenter le nuage de points.
2. Déterminer les estimateurs B_0 , B_1 et étudier la significativité de chaque paramètre au seuil 5%.
3. Calculer le SCE , SCT , SCR et le coefficient de détermination. Conclusion ?
4. Donner la prévision à la date 9 sachant que $X_9 = 19.5$
5. Donner le tableau de l'analyse de la variance.

Exercice 2.

Nous souhaitons exprimer la hauteur Y d'un arbre en fonction de son diamètre X . Pour cela, nous avons obtenu les résultats suivants :

$$\bar{X} = 34.9; \frac{1}{20} \sum_1^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 28.29; \bar{Y} = 18.34;$$
$$\frac{1}{20} \sum_1^{20} (Y_i - \bar{Y})^2 = 2.85; \frac{1}{20} \sum_1^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 6.26.$$

1. On note $\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i$, $i = \overline{1, 20}$, alors donner la valeur de chaque paramètre ($\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$).
2. Quelle est la qualité de cet ajustement ? commenter.
3. Les paramètres de ce modèle sont-ils significativement non nuls ?

Exercice 3.

Nous modélisons la relation existante entre la variable Y et la variable X par un modèle de régression linéaire simple.

Pour tout $i = \overline{1, 15}$, nous avons : $Y_i = B_0 + B_1X_i + \varepsilon_i$

Où B_0 et B_1 sont des paramètres inconnus et ε_i est une variable aléatoire des erreurs.

Le résultat de l'estimation du modèle de régression linéaire multiple est donné par le tableau suivant :

Dependent Variable: Y
 Method: Least Squares
 Date: 05/31/15 Time: 06:46
 Sample: 1 15
 Included observations: 15

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| C | -23.74045 | 1? | -11.58787 | 0.0000 |
| X | 0.765572 | 0.031140 | 2? | 0.0000 |
| R-squared | 0.978944 | Mean dependent var | | 24.13333 |
| Adjusted R-squared | 0.977324 | S.D. dependent var | | 16.37449 |
| S.E. of regression | 3? | Akaike info criterion | | 4.766422 |
| Sum squared resid | 79.03797 | Schwarz criterion | | 4.860829 |
| Log likelihood | -33.74816 | F-statistic | | 4? |
| Durbin-Watson stat | 2.659911 | Prob(F-statistic) | | 0.000000 |

- 1) Ecrire l'équation du modèle de régression.
- 2) Compléter les valeurs manquantes dans le tableau.
- 3) Ce modèle est-il globalement significatif au seuil de 5% ?
- 4) Testez au seuil de 5% la signification de B_0 et B_1 . Conclusion.
- 5) Donner le tableau de l'analyse de la variance.