

Série de TD N° 3 d'Analyse 4

Exercice 1. Calculer les intégrales doubles suivantes :

$$\int_3^4 \int_1^2 \frac{1}{(x+y)^2} dx dy, \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 (e^y \cos x + 2) dx dy.$$
$$\iint_{D_1} (x+y)^2 dx dy, \iint_{D_2} (8xy + xy^2 + 1) dx dy.$$

Avec $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x \geq 0, y \geq 0 \text{ et } 2x + y \leq 2\}$ et $D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 1 \leq x \leq 4 \text{ et } y^2 \leq 4\}$.

Exercice 2. Calculer

$$\iint_D \frac{1}{(1+x^2)(1+y^2)} dx dy \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq x\}.$$

$$\iint_D e^{x+y} dx dy \text{ où } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, |x| \leq 2, y \in [0, 1]\}.$$

Exercice 3. Soit D la partie du plan ($yo x$) délimitée par l'arc de parabole $y = x^2$ en bas et la droite $y = 1$ en haut. Calculer

$$\iint_D x^2 y dx dy.$$

Exercice 4. Calculer les intégrales doubles dans les cas suivants :

$$\iint_{D_1} (x+y)^2 dx dy \text{ où } D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, -2 \leq x+y \leq 2 \text{ et } -1 \leq x-y \leq 1\}.$$

$$\iint_{D_2} \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1 \right) dx dy \text{ où } D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 4\}.$$

Exercice 5. Soit D le disque fermé de centre $(0, 1)$ et de rayon 1. Calculer

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy.$$