

Corrigé de l'examen de Stat I 2023

Corrigé de l'exercice n°1(4/4) :

Nombre de locataires (Xi)	ni	$n_i \uparrow$	$n_i \times x_i$	$n_i \times x_i^2$
3	12	12	36	108
4	28	40	112	448
5	25	65	125	625
6	15	80	90	540
8	13	93	104	832
10	7	100	70	700
Total	100	-	537	3253

1. **Caractère étudié** : Le nombre de locataires. (0,5)

Sa nature : quantitatif discret. (0,5)

2. **Calcul du de la médiane (Me)** :

Nous avons N= 100 (Pair), donc la médiane est :

$$M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} \quad (0,5) \quad M_e = \frac{x_{50} + x_{51}}{2} = \frac{5 + 5}{2} \approx 5 \text{ locataires} \quad (0,5)$$

3. **Calcul du de la moyenne ((0,5)+(0,5))**

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i \times x_i}{N} = \frac{537}{100} = 5,37 \approx 5 \text{ locataires}$$

4. **Calcul du moment $\mu_2(X)$** :

$$\mu_2(X) = \frac{\sum n_i(x_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{\sum n_i \times x_i^2}{N} - \bar{X}^2 \quad (0,5)$$

$$\mu_2(X) = \frac{3253}{100} - (5,37)^2 = 3,6931. \quad (0,5)$$

Corrigé l'exercice n°2 (12/12):

Volume des ventes : 10 ³ Tonnes	n_i	c_i	f_i	$f_i \uparrow$	$n_i c_i$	$f'_i(\%)$ $\left(\frac{n_i c_i}{\sum n_i c_i} \right)$	$f'_i \uparrow$ (%)
[40 - 45[	8	42,5	0,08	0,08	340	4,62	4,62
[45 - 55[	15	50	0,15	0,23	750	10,20	14,82
[55 - 70[	47	62,5	0,47	0,70	2937,5	40,00	54,82
[70 - 90[	22	80	0,22	0,92	1760	23,95	78,77
[90-300[	8	195	0,08	1,00	1560	21,31	100,00
Total	100	-	1	-	7347,5	100	

1) **La population statistique** : les 100 firmes multinationales. (0,5)

Le caractère : le volume des ventes des céréales. (0,5)

Sa nature : quantitatif continu. (0,5)

2) Calcul du volume moyen des ventes des céréales:

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i c_i}{N} = \frac{7347,5}{100} = 73,475 \times 10^3 \text{ Tonnes } ((0,5)+(0,5))$$

3) Calcul du volume la médian des ventes des céréales:

La classe médiane est la classe [55-70[

$$Me = X_{\min} + \frac{0,5 - f_{i_{Me-1}}}{f_{i_{Me}}} \times ai \quad (0,5)$$

$$M_e = 55 + \frac{0,5 - 0,23}{0,47} \times 15 = 63,617 \times 10^3 \text{ Tonnes } (0,5)$$

Il y a 50% des firmes multinationales qui vendent au moins 63617 Tonnes des céréales. (0,5)

4) Calcul du coefficient d'asymétrie de Yule

Pour calculer le coefficient de Yule, on calcule d'abord les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3

$$Q_1 = X_{\min} + \frac{0,25 - f_{i_{Q_1-1}}}{f_{i_{Q_1}}} \times ai = 55 + \frac{0,25 - 0,23}{0,47} \times 15 = 55,638 \times 10^3 \text{ Tonnes } (0,5)$$

$$Q_2 = M_e = 63,617 \times 10^3 \text{ Tonnes}$$

$$Q_3 = X_{\min} + \frac{0,75 - f_{i_{Q_3-1}}}{f_{i_{Q_3}}} \times ai = 70 + \frac{0,75 - 0,7}{0,22} \times 20 = 74,545 \times 10^3 \text{ Tonnes } (0,5)$$

$$C_y = \frac{Q_3 - Q_2 - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} \quad (0,5)$$

$$C_Y = \frac{74,545 - 2(63,617) + 55,638}{(74,545 - 55,638)} = \frac{2,949}{18,907} = 0,156 \quad (0,5)$$

Comme $C_y > 0$, on dit que la courbe est oblique à gauche (distribution étalée à droite) (0,5)

C'est-à-dire le mode se trouve à gauche de la médiane.

5) Calcul de la médiale

La classe médiale est la classe [55-70[

$$Ml = X_{\min} + \frac{0,5 - f'_{i_{ML-1}}}{f'_{i_{ML}}} \times ai \quad (0,5) \quad M_l = 55 + \frac{50 - 14,82}{40} \times 15 = 68,19 \times 10^3 \text{ Tonnes } (0,5)$$

6) Mesure de la concentration

On calcule d'abord l'écart ΔM (médiale – médiane)

$$\Delta M = M_l - M_e = 68,19 - 63,62 = 4,57 \times 10^3 \text{ Tonnes } (0,5)$$

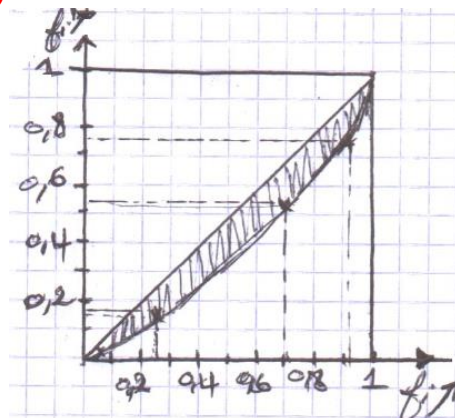
Cet écart ΔM traduit la concentration. On le compare à l'étendue.

$$Etendue = X_{\max} - X_{\min} = 300 - 40 = 260 \times 10^3 \text{ Tonnes } (0,5)$$

On remarque que : ΔM est petit par rapport à l'étendue, donc la concentration des ventes des céréales est faible. Dans notre exemple, nous avons : $\frac{\Delta M}{E} = \frac{4,57}{260} = 1,75\% \quad (0,5)$

Comme la concentration des ventes des céréales est l'ordre de 1,75%, donc elle est faible. (0,5)

7) La courbe de Lorenz (1)



Calcul de l'indice de Gini

Pour calculer l'indice de Gini, il suffit de disposer les calculs comme suit :

β_{i-1}	β_i	$(\beta_{i-1} + \beta_i)(\%)$	$f_i(\%)$	$(\beta_{i-1} + \beta_i) \times f_i$
0	4,62	4,62	8	36,96(0,25)
4,62	14,82	19,44	15	291,6(0,25)
14,82	54,82	69,64	47	3273,08(0,25)
54,82	78,77	133,59	22	2938,98(0,25)
78,77	100,00	178,77	8	1430,16(0,25)
-	-	-	100	7970,78(0,25)

$$I_G = 2 \times \text{aire de concentration}$$

$$I_G = 1 - \sum (\beta_{i-1} + \beta_i) \times f_i$$

$$I_G = 1 - 0,797078 = 0,2029$$

$$I_G = 20,29\%. (0,5)$$

Corrigé l'exercice n°3 (4/4):

Boissons	P_{20}	q_{20}	P_{21}	q_{21}	$P_{20} \times q_{20}$	$P_{20} \times q_{21}$	$P_{21} \times q_{20}$	$P_{21} \times q_{21}$
Coca-Cola	90	20	100	30	1800	2700	2000	3000
Eau minérale	35	50	40	60	1750	2100	2000	2400
Total	-	-	-	-	3550	4800	4000	5400

1-1) L'indice de Laspeyres des prix pour l'année 2021 base 2020 (0,5)

$$L_{21/20}^P = \frac{\sum P_{21} \times q_{20}}{\sum P_{20} \times q_{20}} \times 100 = \frac{4000}{3550} \times 100 = 112,676\%$$

1-2) L'indice de Laspeyres des quantités pour l'année 2021 base 2020 (0,5)

$$L_{21/20}^q = \frac{\sum q_{21} \times p_{20}}{\sum q_{20} \times p_{20}} \times 100 = \frac{4800}{3550} \times 100 = 135,211\%$$

1-3) L'indice de Paasche des prix pour l'année 2021 base 2020 (0,5)

$$P_{21/20}^P = \frac{\sum P_{21} \times q_{21}}{\sum P_{20} \times q_{21}} \times 100 = \frac{5400}{4800} \times 100 = 112,5\%$$

1-4) L'indice de Paasche des quantités pour l'année 2021 base 2020 (0,5)

$$P_{21/20}^q = \frac{\sum q_{21} \times p_{21}}{\sum q_{20} \times p_{21}} \times 100 = \frac{5400}{4000} \times 100 = 135\%$$

2-1) L'indice de Fisher de prix pour l'année 2021 base 2020 (0,5)

$$F_{21/20}^P = \sqrt{L_{21/20}^P \times P_{21/20}^P} = \sqrt{112,676 \times 112,5} = 112,587\%$$

L'interprétation :

Les prix des boissons entre 2020 et 2021 ont augmenté de l'ordre de 12,587% soit : (112,587%-100%=12,587%). (0,5)

2-2) L'indice de Fisher des quantités pour l'année 2021 base 2020 (0,5)

$$F_{21/20}^q = \sqrt{L_{21/20}^q \times P_{21/20}^q} = \sqrt{135,211 \times 135} = 135,105\%$$

L'interprétation :

Les quantités des boissons entre 2020 et 2021 ont augmenté de l'ordre de 35,105% soit : (135,105%-100%=35,105%). (0,5)