

Série de TD n°3**Exercice 1**

Dans une population de 3000 individus, 1470 ont un groupe sanguin du type O, 1140 ont le type A, 300 le type B et le reste le type AB. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque individu la valeur 0,1,2, 3 si la personne a respectivement le groupe sanguin du type O, A, B, AB.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X ?
- 2) Calculer sa fonction de répartition.
- 3) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X ?

Exercice 2

On considère le jeu suivant : le joueur lance un dé non truqué. S'il obtient 1, 2 ou 3, il gagne l'équivalent en DA (c'est-à-dire 1DA s'il obtient 1, 2 DA s'il obtient 2 etc ...). Sinon, il perd 2 DA. On note X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur (négatif en cas de perte).

- 1) Donnez la loi de X et sa fonction de répartition $F(X)$?
- 2) Calculez l'espérance de X ?
- 3) Calculez la variance de X ?

On modifie le jeu de la façon suivante :

- Si le joueur obtient 1 ou 3, il perd 30 DA ; s'il obtient 2, il perd 20 DA ; s'il obtient 4, il ne perd ni ne gagne rien ; s'il obtient 5 ou 6, il gagne 30 DA.

Soit Y la variable aléatoire indiquant le gain (positif ou négatif) du joueur :

- 1) Donner la loi de probabilité de Y ?
- 2) Calculer l'espérance de Y ?
- 3) Quelle variante du jeu est la plus avantageuse pour le joueur ?

Exercice 3

I- Soit X une variable aléatoire continue de densité de probabilité $f(x)$ donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} x & \text{Si } 0 \leq x \leq 120 \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Où α est une constante connue strictement positive

- 1) Trouver la valeur de α pour que f soit une densité de probabilité de X ?
- 2) Déterminer sa fonction de répartition F et représenter la graphiquement ?
- 3) Calculer l'espérance et la variance de X ?
- 4) Calculer $P(70 \leq X \leq 90)$, $P(X < 20)$ et $P(X > 100)$?

- Soit $Y = 0,25X^3 - 40X^2 + 2500X$

Calculer l'espérance de Y ?

II- Soit la fonction de répartition définie par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ 1 - e^{-x} & \text{pour } x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) Donner l'expression de densité de probabilité $f(x)$ correspondante ?
- Soit X une variable aléatoire de densité de probabilité f .
- 2) Calculer l'espérance de X ?
- 3) Calculer la probabilité $P(2 < X \leq 4)$?