

Série de TD n°4

Exercice 1

Une machine à embouteiller peut tomber en panne. La probabilité d'une panne à chaque emploi est de 0,01. La machine doit être utilisée 100 fois.

Soit X une variable aléatoire représentant le nombre de pannes obtenues après 100 utilisations et qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,01$.

1. Calculer l'espérance et la variance de X ?
2. Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ et $P(X \geq 4)$?
3. On estime le coût d'une réparation à 500 Da. Soit la variable aléatoire Y représentant la dépense pour les réparations après 100 utilisations.
Exprimer Y en fonction de X et calculer $E(Y)$ $V(Y)$?

Exercice 2

Dans un hôtel il arrive en moyenne 1,25 personne par 10 mn entre 15h et 21h. Soit X le nombre de personnes arrivant dans cet hôtel chaque 10 mn dans cet horaire particulier. Autrement dit la variable aléatoire X suit la loi Poisson de paramètre $\lambda = 1,25$.

1. Calculer l'espérance et la variance ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'en 10 mn il arrive 2 personnes ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'en 10 mn il arrive 4 personnes au plus ?

Exercice 3

Un certain matériel a une probabilité $p = 0,02$ de défaillance à chaque mise en service. On procède à l'expérience suivante, l'appareil est mis en marche, arrêté, remis en marche, arrêté, jusqu'à ce qu'il tombe en panne.

Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'essais nécessaires pour obtenir la panne et qui suit une loi géométrique de paramètre $p = 0,02$.

1. Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire X ?
2. Quelle est la probabilité que ce matériel tombe en panne (pour la première fois) au dixième essai ?

Exercice 4

Une enquête a été menée auprès de ménages de 4 personnes en vue de connaître leur consommation de lait sur un mois. On suppose que sur l'ensemble des personnes interrogées, la consommation a une distribution de type "Normale" avec une moyenne de 20 litres et un écart-type de 5 litres. Calculer

1. Le pourcentage des faibles consommateurs (moins de 10 litres par mois) ?
2. Le pourcentage des grands consommateurs (plus de 30 litres par mois) ?
3. La consommation maximale de 50% des consommateurs ?
4. Au dessus de quelle consommation se trouvent 33% des consommateurs ?

Si $Z \rightsquigarrow N(0, 1)$, on donne : $FZ(2) = 0,9772$.
 $FZ(0.44) = 0,67$.