Corrigé de la série n°2

<u>Corrigé de l'exercice 1 :</u>

On a : $P(A) = \frac{1}{4}$; $P(B) = \frac{2}{3}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

1) **Calcul de la probabilité de *E* = « au moins l'un de ces événements se produit »**:

Nous avons : $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{6 + 16 - 3}{24} = \frac{19}{24}$$

2) **Calcul des probabilités P (A/B) et P ($\overline{\mathbf{B}}$/A)**

$\mathrm{P(A/B)} = \dfrac{P(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{1/8}{2/3} = \dfrac{3}{16}$

$\mathrm{P}(\bar{B}/\mathrm{A}) = 1 - \mathrm{P}(B/\mathrm{A}) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \left(1 - \frac{1/8}{1/4}\right) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

3) **L'indépendance et l'incompatibilité des deux événements A et B**

- **L'indépendance des deux événements A et B**

On dit que A et B sont deux événements indépendants si: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$on\ a$: $P(A \cap B) = \dfrac{1}{8}$ et $P(A) \times P(B) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6}$

$comme$ $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$, donc les deux événements A et B ne sont pas indépendants.

- **L'incompatibilité des deux événements A et B**

Les deux événements A et B ne sont pas incompatibles car $P(A \cap B) = \frac{1}{8} \neq 0$

Corrigé de l'exercice 2 :

Un comité de 5 personnes doit être choisi parmi un groupe de (20 hommes et 5 femmes)

a) La probabilité pour que le comité comprenne 4 hommes et 1 femme :

Soit l'événement **A : le comité comprenne 4 hommes et 1 femme**

$$P(A) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{C_{20}^{4}C_{5}^{1}}{C_{25}^{5}} = \frac{4845 \times 5}{53130} = \frac{24225}{53130} = 0{,}456$$

b) La probabilité pour que le comité comprenne au plus de 2 femmes :

Soit l'événement **B : le comité comprenne au plus de 2 femmes**

$$P(B) = P(3H + 2F) + P(4H + 1F) + P(5H + 0F)$$

$$P(B) = \frac{C_{20}^{3}C_{5}^{2} + C_{20}^{4}C_{5}^{1} + C_{20}^{5}C_{5}^{0}}{C_{25}^{5}} = \frac{1140 \times 10 + 4845 \times 5 + 15504 \times 1}{53130} = 0{,}962$$

c) La probabilité pour que le comité comprenne au moins 3 femmes :

Soit l'événement **C : le comité comprenne au moins 3 femmes**

$$P(C) = P(2H + 3F) + P(1H + 4F) + P(0H + 5F)$$

$$P(C) = \frac{C_{20}^{2}C_{5}^{3} + C_{20}^{1}C_{5}^{4} + C_{20}^{0}C_{5}^{5}}{C_{25}^{5}} = \frac{190 \times 10 + 20 \times 5 + 1 \times 1}{53130} = 0{,}038$$

Corrigé de l'exercice 3

a) La probabilité de gagner 20 dinars

$$\Omega = \{(10,20,50), (P,20,50), (10,P,50), (10,20,P), (P,P,50), (P,20,P), (10,P,P), (P,P,P)\}$$

$$\text{Card } (\Omega) = 2^3 = 8$$

Soit **A :** l'événement de gagner 20 dinars

Donc : $A = \{(P,20,P)\}$; $\text{Card (A)} = 1$

$$P(A) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{\text{Card (A)}}{\text{Card } (\Omega)} = \frac{1}{8}$$

b) La probabilité de gagner moins de 50 dinars

Soit **B :** l'événement de gagner moins de 50 dinars

$B = \{(P,20,P), (10,P,P), (P,P,P), (10,20,P)\}$; $\text{Card (B)} = 4$

$$P(B) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{\text{Card (B)}}{\text{Card } (\Omega)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

C) La probabilité de gagner plus de 20 dinars

Soit **C :** l'événement de gagner plus de 20 dinars

$C = \{(10,20,50), (P,20,50), (10,P,50), (P,P,50), (10,20,P)\}$; $\text{Card (C)} = 5$

$$P(C) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{\text{Card (C)}}{\text{Card } (\Omega)} = \frac{5}{8}$$

Corrigé de l'exercice 4 :

1- Le nombre des circuits différents

On a : n=12 et p=4, l'ordre est important

Un circuit correspond à une 4-liste ordonnée sans répétition, c'est-à-dire à un arrangement de 4 villes parmi 12. Il y a donc $A_{12}^{4} = \frac{12!}{(12-4)!} = 11880$ circuits différents possibles.

Ou bien, selon le principe fondamental de l'analyse combinatoire, on a :

V1	**V2**	**V3**	**V4**

$\mathbf{12} \times \mathbf{11} \times \mathbf{10} \times \mathbf{9} = 11880$ circuits qui passent par 4 villes (nombre de cas possible)

2- La probabilité que : "le circuit commence à Paris".

Un tel circuit correspond à un arrangement de trois villes parmi les 11 restantes.

P	**V2**	**V3**	**V4**

Il y a $A_1^1 A_{11}^3 = \frac{11!}{(11-3)!} = 990$ circuits de ce type.

$\mathbf{1} \times \mathbf{11} \times \mathbf{10} \times \mathbf{9} = 990$ circuits qui commence par Paris (nombre de cas favorable).

Soit l'événement A : le circuit commence à paris

$$P(A) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{990}{11880} = \frac{1}{12} = 0.083$$

3- La probabilité pour que Madrid et Rome fassent partie du circuit sachant qu'il commence à paris

Ici, Il s'agit là d'une probabilité conditionnelle.

De tels circuits nécessitent de choisir une quatrième ville parmi les 9 restantes. Il y a bien sûr 9 façons de le faire. Puis de ranger les trois villes : Madrid, Rome et cette ville dans un ordre.

Il y a 3 ! façons de le faire.

P	**M**	**R**	**AV**

(AV (autre ville) : on a 9 choix pour AV)

$1! \times 3! \times 9 = 54$ circuits

Il y a donc 54 circuits commençant à Paris et comprenant également Madrid et Rome.

Il y a 990 circuits commençant à Paris.

Soit l'événement B : le circuit passe par Madrid et Rome

La probabilité pour qu'un circuit passe par Madrid et Rome sachant qu'il commence à Paris est égale à : $P(B/A) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{54}{990} = \frac{3}{55} = 0.05$

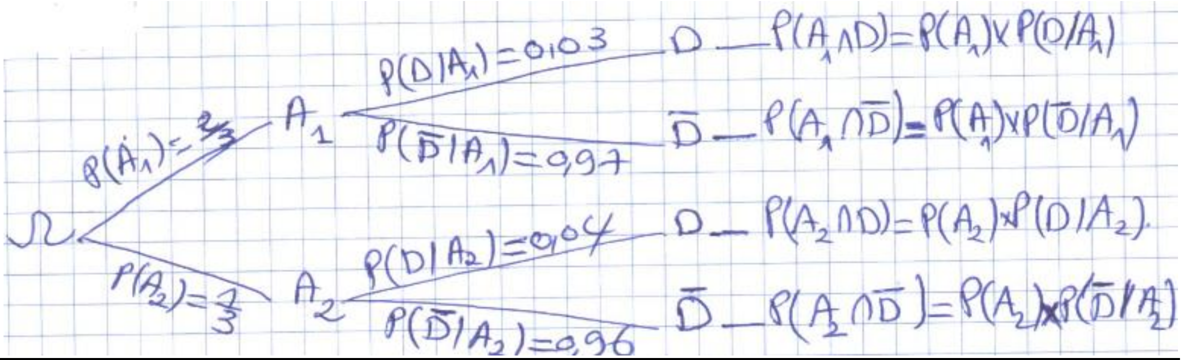
<u>Corrigé de l'exercice 5 :</u>

A1 : La pièce est fabriquée par l'atelier n°01 $P(A_1) = \frac{2}{3}$

A2 : La pièce est fabriquée par l'atelier n°02 $P(A_2) = \frac{1}{3}$

D: la pièce prélevée est défectueuse

1) **L'arbre de probabilité :**



2) **La probabilité que cette pièce provienne de l'atelier 1 :**

$$P(A_1) = \frac{2}{3}$$

3) **La probabilité que la pièce prélevée soit défectueuse sachant qu'elle provienne de A2**

$P(D/A_2) = 0{,}04$

4) **La probabilité que la pièce soit prélevée A1 et défectueuse**

$$P(A_1 \cap D) = P(A_1) \times P(D/A_1) = \frac{2}{3} \times 0{,}03 = 0{,}02$$

5) **La probabilité que la pièce soit défectueuse**

$$P(D) = P(A_1 \cap D) + P(A_2 \cap D) = P(A_1)P(D/A_1) + P(A_2)P(D/A_2)$$

$$P(D) = \frac{2}{3} \times 0{,}03 + \frac{1}{3} \times 0{,}04 = 0{,}033$$

6) **La probabilité que la pièce prélevée provienne de A1 sachant qu'elle est défectueuse**

$$P(A_1/D) = \frac{P(A_1 \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A_1) \times P(D/A_1)}{P(A_1)P(D/A_1) + P(A_2)P(D/A_2)} = \frac{\frac{2}{3} \times 0{,}03}{0{,}033} = 0{,}606$$