# Corrigé de la série 4 de stat2

## Corrigé de l'exercice 1

On a $X$ : une variable aléatoire associée aux nombre de pannes obtenues après 100 utilisations et qui suit une loi binomiale de paramètre $n = 100$ et $p = 0{,}01$.

On note alors : $X \sim B(100, 0.01)$

Avec : $p = 0{,}01(probabilit\acute{e}\ de\ succ\grave{e}s)\ et\ q = 1 - p\ = 0{,}99\ (q : probabilit\acute{e}\ de\ l'\acute{e}chec)$

1) **Calcul de l'espérance et de la variance de $X$ :**
   - $E(X) = n \times p = 100 \times 0{,}01 = 1$
   - $V(X) = n \times p \times q = 100 \times 0{,}01 \times 0{,}99 = 0{,}99$
2) **Calcul des probabilités :** on a $P(X = k) = C_{100}^{k}(0{,}01)^{k}(0{,}99)^{n-k}$
   - $P(X = 0) = C_{100}^{0}(0{,}01)^{0}(0{,}99)^{100} = 0{,}366032$
   - $P(X = 1) = C_{100}^{1}(0{,}01)^{1}(0{,}99)^{99} = 0{,}36973$
   - $P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4)$
     $P(X \geq 4) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)] = 0{,}0183$

3) **Soit *Y* :** v.a. associée aux dépenses des réparations après 100 utilisations

**On a :** le cout d'une réparation est égal à 500 DA.

$\mathbf{1 \rightarrow 500\ DA}$

$\boldsymbol{X \rightarrow Y \quad \rightarrow Y = 500X}$

$\boldsymbol{E(Y) = 500E(X) = 500 \times 1 = 500DA}$

$\boldsymbol{V(Y) = 500^2 V(X) = 250000 \times 0{,}99 = 247500}$

## Corrigé de l'exercice 2

**1) Calcul de l'espérance et de la variance de *X***

**On a :** $X \sim P(\lambda)$, avec $\lambda = 1{,}25$, donc :

- $E(X) = \lambda = 1{,}25$

- $V(X) = \lambda = 1{,}25$ On a si $X \sim P(\lambda)$ alors : $P(X = k) = e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^k}{k!}$

**2)** $P(X = 2) = e^{-1{,}25} \times \frac{1{,}25^2}{2!} = 0{,}2238$

**3)** $P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$

$P(X \leq 4) = 0.2865 + 0.3581 + 0.2238 + 0.0933 + 0.0291 = 0{,}9909$

# Corrigé de l'exercice 3

On a $X$ : une variable aléatoire associée aux nombre d'essais nécessaires pour obtenir une première panne, donc $X \sim G(P)$, avec $P = 0{,}02$.

**1) Calcul de l'espérance et de la variance de $X$ :**

- $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}02} = 50$ - $V(X) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{q}{p^2} = \frac{0{,}98}{0{,}0004} = 2450$

**2) La probabilité que ce matériel tombe en panne (pour la première fois) au dixième essai**

On a si $X \sim G(P)$ alors : $P(X = k) = p(1-p)^{k-1}$,

$P(X = 10) = (0{,}02)(0{,}98)^9 = 0{,}01667$

# Corrigé de l'exercice 4

On a $X$ : une variable aléatoire qui suit une loi normale de $\mu = 20$ et $\sigma = 5$

C'est-à-dire : $X \sim N(20{,}5)$

1) **Le pourcentage des faibles consommateurs (moins de 10 litres par mois)**

- $P(X \leq 10) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{10-20}{5}\right) = P(Z \leq -2)$

- $P(X \leq 10) = \Phi(-2) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$

2) **Le pourcentage des grands consommateurs (plus de 30 litres par mois)**

- $P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{30-20}{5}\right) = 1 - P(Z \leq 2)$

- $P(X > 30) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$

**3) Calcul de la consommation maximale de 50% des consommateurs est égale à $\mu = 20\ litres$ ou bien :**

$$P(X \leq c) = 0{,}5 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{c-20}{5}\right) = 0{,}5$$

$$\Rightarrow \Phi\left(\frac{c-20}{5}\right) = 0{,}5 \Rightarrow \frac{c-20}{5} = 0 \Rightarrow \mathrm{c} = 20$$

Donc la consommation maximale de 50% des consommateurs est égale à 20 litres

**4) Au dessus de quelle consommation se trouvent 33% des consommateurs**

En dessous de la valeur recherchée se trouvent 67% des valeurs. Dans la table de la loi normale centrée réduite (N(0,1)) on a :

$P(X \leq C) = 0{,}67 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{c-20}{5}\right) = 0{,}67 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-20}{5}\right) = 0{,}67$

Le nombre 0,67 correspond à t =0,44 c'est-à-dire il faut que :

$$\Phi\left(\frac{c-20}{5}\right) = \Phi(0{,}44) = 0{,}67$$

D'où : $\frac{c-20}{5} = 0{,}44 \Rightarrow c - 20 = 5 \times 0{,}44 \Rightarrow X = 2{,}2 + 20 = 22{,}2$

La valeur recherchée est : $X = 22{,}2\ litres.$