

Corrigé de l'examen stat 2 2024

Corrigé l'exercice 1 : (6/6)

1. La loi de probabilité

X : la variable aléatoire qui détermine le nombre de vendeurs choisis

$$X = \{0,1,2,3\} \quad \text{--- (0,5)}$$

$$P(X = 0) = \frac{C_4^0 C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1 \times 20}{120} = \frac{5}{30} \quad (0,5)$$

$$P(X = 1) = \frac{C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{4 \times 15}{120} = \frac{60}{120} = \frac{15}{30} \quad (0,5)$$

$$P(X = 2) = \frac{C_4^2 C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{6 \times 6}{120} = \frac{36}{120} = \frac{9}{30} \quad (0,5)$$

$$P(X = 3) = \frac{C_4^3 C_6^0}{C_{10}^3} = \frac{4 \times 1}{120} = \frac{1}{30} \quad (0,5)$$

(0,5 point) pour le tableau.

X	0	1	2	3	La somme
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{30} = 0,17$	$\frac{15}{30} = 0,5$	$\frac{9}{30} = 0,3$	$\frac{1}{30} = 0,033$	1
$\sum_i x_i p_i$	0	0,5	0,6	0,1	1,2
$\sum_i x_i^2 p_i$	$\frac{0}{30} = 0$	$\frac{15}{30} = 0,5$	$\frac{36}{30} = 1,2$	$\frac{9}{30} = 0,3$	$\frac{60}{30} = 2$

2. Calcul de l'espérance et de la variance

(0,5)

$$E(X) = \sum_{i=1}^4 x_i p_i = 1,2 \quad (0,5)$$

(0,5)

$$V(X) = \sum_{i=1}^4 x_i^2 p_i - E(X)^2 = 2 - (1,2)^2 = 0,56 \quad (0,5)$$

3. La probabilité de choisir au plus un vendeur

(0,5)

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{5}{30} + \frac{15}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} = 0,67 \quad (0,5)$$

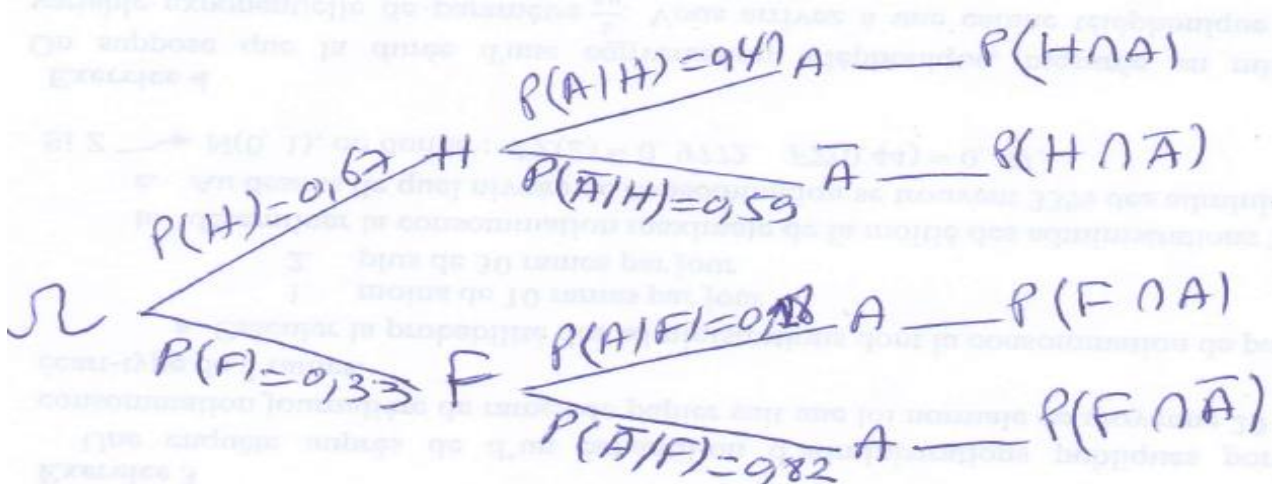
Corrigé l'exercice 2 : (7/7)

H : " la personne est un homme ",

F : " la personne est une femme ",

A: " la personne est adhérente à un club sportif ".

1. Construction de l'arbre de probabilités ____ (1)



2. La probabilité que la personne soit un Homme et adhère à un club sportif

$$p(H \cap A) = P(H) \times P(A/H) = 0,67 \times 0,41 = 0,2747 \text{ ____ (0,5)}$$

(0,5) (0,5)

3. La probabilité que la personne soit un Homme sachant qu'il est adhérent

$$P(H/A) = \frac{P(H \cap A)}{P(A)} \text{ ____ (0,5)}$$

$$p(A) = p(H \cap A) + p(F \cap A) \text{ ____ (0,5)}$$

$$p(A) = P(H) \times P(A/H) + (F) \times P(A/F) \text{ ____ (0,5)}$$

$$p(A) = 0,67 \times 0,41 + 0,33 \times 0,18 = 0,3341 \text{ ____ (0,5)}$$

$$P(H/A) = \frac{0,2747}{0,3341} = 0,8222 \text{ ____ (0,5)}$$

4. La probabilité que la personne soit une Femme sachant qu'elle est non adhérente

$$(0,5) \text{ ____ } P(F/\bar{A}) = \frac{P(F \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} \text{ ____ (0,5)}$$

$$P(F/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}/F) \times (F)}{1 - P(A)} \text{ ____ (0,5)}$$

$$P(F/\bar{A}) = \frac{0,33 \times 0,82}{1 - 0,3341} = \frac{0,2706}{0,6659} = 0,4063 \text{ ____ (0,5)}$$

Corrigé l'exercice 3 : (7/7)

1. La probabilité P_1 que cet athlète mesure plus de 195 cm.

(0,5)

$$\begin{aligned} p(X > 195) &= p\left(Z > \frac{195-190}{7}\right) = p(Z > 0,7142) = 1 - p(Z < 0,7142) \text{ (0,5)} \\ &= 1 - \Phi(0,7142) = 1 - 0,76115 = 0,23885 \text{ (0,5)} \end{aligned}$$

2. La probabilité P_2 que cet athlète mesure moins de 180 cm.

$$\begin{aligned} p(X < 180) &= p\left(Z < \frac{180-190}{7}\right) = p(Z < -1,4285) = \Phi(-1,4285) \text{ (0,5)} \\ &= 1 - \Phi(1,4285) = 1 - 0,9222 = 0,0778 \text{ (0,5)} \end{aligned}$$

(0,5)

3. La probabilité P_3 que cet athlète mesure entre 180 cm et 195 cm.

$$\begin{aligned} p(180 < X < 195) &= p\left(\frac{180-190}{7} < Z < \frac{195-190}{7}\right) = p(-1,4285 < Z < 0,7142) \text{ (0,5)} \\ &= \Phi(0,7142) - \Phi(-1,4285) \text{ (0,5)} \\ &= \Phi(0,7142) - (1 - \Phi(1,4285)) \text{ (0,5)} \\ &= 0,76115 - (1 - 0,9222) = 0,6833 \text{ (0,5)} \end{aligned}$$

4. La taille minimale des 50% des athlètes :

$$\begin{aligned} p(X > T) &= 0,5 \Leftrightarrow \left[1 - P\left(Z \leq \frac{T-190}{7}\right)\right] = 0,5 \text{ (0,5)} \\ &\Leftrightarrow \left[1 - \Phi\left(\frac{T-190}{7}\right)\right] = 0,5 \\ &\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{T-190}{7}\right) = 0,5 \text{ sur la table des valeurs de } \Phi, \end{aligned}$$

Le nombre 0,5 correspond à 0,00 c'est-à-dire il faut que : $\Phi\left(\frac{T-190}{7}\right) = \Phi(0,00) = 0,5$

$$\text{D'où : } \frac{T-190}{7} = 0 \Rightarrow T - 190 = 0 \Rightarrow T = 190 \text{ cm (0,5)}$$

(0,5)