

**Examen de STATII
(Durée 1h30mn)**

Exercice1 (04points) : Soient deux événements A et B d'un même espace probabilisé tel que :

$$P(A)=0,6 \quad p(B)=0,5 \quad \text{et} \quad p(A \cap B)=0,1$$

Dites si ces affirmations sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse :

1. Les événements A et B sont indépendants.
2. Les événements A et B sont incompatibles.
3. L'évènement $(A \cup B)$ est certain.
4. $P(A/B)=0,2$.

Exercice2 (08 points) :

Deux grandes entreprises **A** et **B** fabriquent des pneus. Elles produisent respectivement $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ de la production. L'entreprise **A** produit ($\frac{5}{100}$) de pneus défectueux et **B** en produit ($\frac{6}{100}$).

Soient les événements **A** : "le pneu est fabriqué par l'entreprise **A**" , **B** : " le pneu est fabriqué par l'entreprise **B**" et **D** : " le pneu est défectueux".

1. Construire l'arbre des probabilités correspondant.
2. Quelle est la probabilité pour que le pneu soit fabriqué par l'entreprise **A** ?
3. On tire un pneu fabriqué par l'entreprise **A** ; quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?
4. On tire un pneu de la production. Quelle est la probabilité pour qu'il provienne de l'entreprise **A** et qu'il soit défectueux ?
5. On tire un pneu de la production. Quelle est la probabilité pour qu'il soit défectueux ?
6. Quelle est la probabilité qu'un pneu non défectueux ait été fabriqué par **A** ?

Exercice 3 (08points) :

Une société Alpha loue deux machines à la journée. Le nombre d'entreprises désirant louer une machine pour une journée est une variable aléatoire X définie par :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0.1	0.2	$P(X = 2)$	0.3

1. Trouver la valeur $P(X = 2)$ pour que la distribution donnée soit une loi de probabilité.
2. Calculer la fonction de répartition de la variable X et représenter la graphiquement.
3. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.
4. Calculer la variance et l'écart type.
5. Calculer $P(1 < X \leq 2)$, $p(X > 1)$, $F_X(0.3)$ et $F_X(4)$.

Bonne chance

Corrigé de l'examen stat 2

Corrigé de l'exercice n°01(4 points)

$$P(A)=0,6 \quad p(B)=0,5 \quad \text{et} \quad p(A \cap B)=0,1$$

1) Les événements A et B sont indépendants : (Faux) (0.5)

$$\text{On a : } P(A) * P(B) = 0,6 * 0,5 = 0,3 \text{ et } p(A \cap B) = 0,1 \quad (0.5)$$

Puisque : $P(A) * P(B) \neq P(A \cap B)$, donc les deux événements A et B ne sont pas indépendants.

2) Les événements A et B sont incompatibles : (Faux) (0.5)

$$\text{Car } P(A \cap B) \neq 0 \quad (0.5)$$

3) L'évènement (AUB) est certain : (Vrai) (0.5)

$$\text{Car : } P(A \cup B) = 1. \quad (P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,5 - 0,1 = 1) \quad (0.5)$$

4) $P(A/B) = 0,2$ (Vrai) (0.5)

$$\text{Car : } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2 \quad (0.5)$$

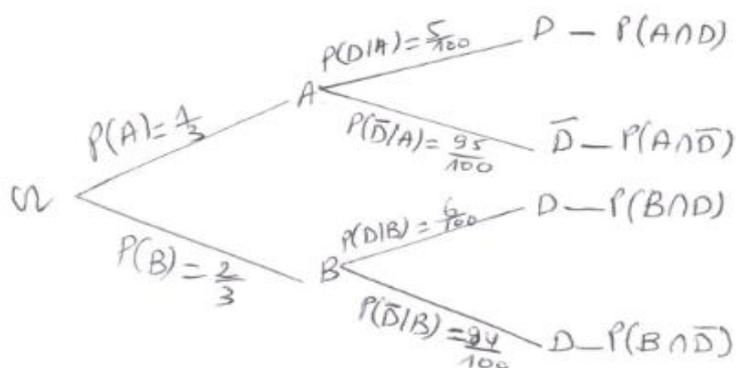
Corrigé de l'exercice n°02(8 points)

A : "le pneu est fabriqué par l'entreprise A",

B : "le pneu est fabriqué par l'entreprise B",

D : " le pneu est défectueux".

1. L'arbre de probabilités : (01)



2. La probabilité pour que le pneu soit fabriqué par A

$$p(A) = \frac{1}{3} \quad (0.5)$$

3. La probabilité que le pneu soit défectueux sachant qu'il provienne de A :

$$p(D/A) \quad (0.5) = 5\% = \frac{5}{100} \quad (0.5)$$

4. La probabilité de tirer un pneu de A et qu'il soit défectueux :

$$p(A \cap D)(0.5) = P(D/A)P(A)(0.5) = \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{3} = 0,0166(0.5)$$

5. La probabilité pour que le pneu soit défectueux

$$p(D)(0.5) = P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B)(0.5) = \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{3} + \frac{6}{100} \cdot \frac{2}{3}(0.5) = 0,0566(0.5)$$

6. La probabilité pour que le pneu soit fabriqué par A sachant qu'il est non défectueux

$$P\left(\frac{A}{\bar{D}}\right)(0.5) = \frac{P(A \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(\bar{D}/A)P(A)}{1 - P(D)(0.5)}(0.5) = \frac{0,95 \cdot 0,33}{1 - 0,0566} = 0,332(0.5)$$

Corrigé de l'exercice n°03 (8 points)

X	0	1	2	3	La somme
$P(X = x_i)$	0,1	0,2	$P(X = 2)$ $= 0,4$	0,3	1
$F_X(x_i)$	0,1	0,3	0,7	1	-
$x_i \times p_i$	0	0,2	0,8	0,9	1,9
$x_i^2 \times p_i$	0	0,2	1,6	2,7	4,5

1) Calcul de $P(X = 2)$

$$\sum P(X = x_i) = 1(0.5) \Leftrightarrow P(X = 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 3)]$$

$$\Leftrightarrow P(X = 2) = 1 - [0,1 + 0,2 + 0,3] = 0,4(0.5)$$

2) - La fonction de répartition $F_X(x_i)$ représentation graphique (diagramme en escaliers)(01)

$$F_X(x) = p(X \leq x)(0.5) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 0,1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0,3 & \text{si } 1 \leq x < 2(0.5) \\ 0,7 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

3- Calcul du nombre d'entreprise espéré désirant louer une machine

$$E(X) = \sum x_i * p_i(0.5) = 1,9 \approx 2(0.5) \text{ entreprises}$$

4- Calcul de la variance et l'écart type

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2(0.5)$$

$$V(X) = (0.5) \sum_i x_i^2 p_i - (1,9)^2 = 4,5 - 3,61 = 0,89(0.5)$$

Calcul de l'écart type

$$\delta(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0,89} = 0,94 \approx 1 (0.5) \text{ entreprise.}$$

5- Calcul des probabilités

$$- P(1 < X \leq 2) = F(2) - F(1) = 0,7 - 0,3 = 0,4(0.5)$$

$$- P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - 0,3 = 0,7(0.5)$$

$$- F_X(0,3) = 0,1(0.5)$$

$$- F_X(4) = 1(0.5)$$