Série de TD n°1 de Physique 2 (à traiter e 02 séances)

Charge et Force Electrique

Exercice 1 :

Une tige de verre est frottée avec un chiffon de soie. La tige de verre acquiert une charge de $+19{,}2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

1. Trouver le nombre d'électrons perdus par la tige de verre.
2. Trouver la charge négative acquise par la soie.
3. Y a-t-il transfert de masse depuis le verre vers la soie ?

Données :

- Charge élémentaire : $q_e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.
- Masse d'un électron : $m_e = 9 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$.

Exercice 2 :

Deux boules conductrices identiques portent des charges Q_1 et Q_2. On les met en contact puis on les sépare. Quelles sont alors leurs charges après contact dans les deux cas suivants ?

1. **Cas 1** : $Q_1 = 5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$, $Q_2 = 0\,\mathrm{C}$.
2. **Cas 2** : $Q_1 = 4 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$, $Q_2 = -6 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$.

Exercice 3 :

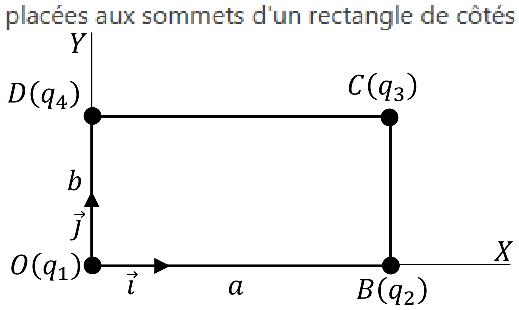
Deux charges ponctuelles $q_1 = +9q$ (avec $q > 0$) et $q_2 = -q$ sont fixées respectivement aux points O (origine de l'axe $X'OX$) et A, tels que $OA = a$ avec $a > 0$.

1. Exprimer la force résultante qui s'exercerait sur une charge ponctuelle $q_3 = +q$ placée en un point M d'abscisse x positive.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x cette force résultante est-elle nulle ?

Exercice 4 :

On dispose de quatre charges ponctuelles placées aux sommets d'un rectangle de côtés a et b (voir figure ci-contre). Les charges sont :

- $q_1 = +Q$ en $(0, 0)$,
- $q_2 = +Q$ en $(a, 0)$,
- $q_3 = -Q$ en (a, b),
- $q_4 = +Q$ en $(0, b)$.



1. Calculer la force électrostatique résultante exercée sur la charge q_1.
2. Quelle condition doit vérifier le rapport $\frac{a}{b}$ pour que la force résultante sur q_1 soit dirigée selon la diagonale du rectangle ?
3. Si on remplace q_4 par une charge $q_4' = -Q$, quelle est la nouvelle force résultante sur q_1 ?

Exercices supplémentaires

Exercice S1 :

Trois boules conductrices identiques A, B et C portent respectivement les charges $Q_A = Q_B = 3\,\mathrm{mC}$ et $Q_C = -6\,\mathrm{mC}$. On procède aux étapes suivantes :

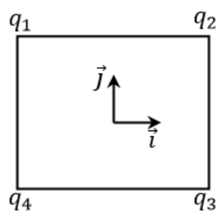
1. Mettre en contact la boule A et la boule C, puis les séparer.
2. Mettre en contact la boule B et la boule C, puis les séparer.

On souhaite déterminer :

- La charge finale de chaque boule après ces deux mises en contact.
- Si les boules A et B vont s'attirer ou se repousser.

Exercice S2 :

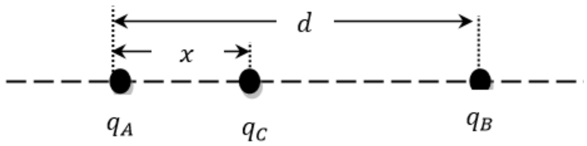
On dispose de charges ponctuelles $q_1 = q_3 = Q$ et $q_2 = q_4 = q$, placées aux sommets d'un carré de côté a (voir figure ci-contre).



1. Quel est le signe de la charge q et le rapport $\frac{q}{Q}$ pour que la force totale appliquée sur chaque charge q_1 soit nulle ?
2. Quel est le signe de la charge q et le rapport $\frac{q}{Q}$ pour que la force totale appliquée sur chaque charge q_2 soit nulle ?

Exercice S3 :

Deux charges ponctuelles, $q_A = +q$ et $q_B = +2q$ (avec $q > 0$), sont placées à une distance d l'une de l'autre sur une table lisse. Une troisième charge q_C est insérée sur la droite reliant q_A et q_B. On souhaite déterminer la valeur de q_C et sa position pour que les charges q_A et q_B soient en équilibre électrostatique (c'est-à-dire que la force électrique résultante sur chacune de ces charges soit nulle).

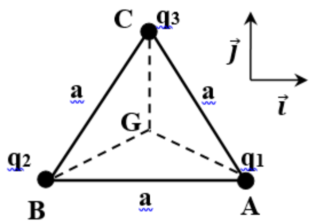


Exercice S4 :

Trois charges ponctuelles $q_1 = q_2 = q_3 = q$ (avec $q > 0$) sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a. On souhaite :

1. Trouver l'expression de la force électrostatique totale agissant sur la charge q_1.
2. Déterminer la valeur d'une charge ponctuelle Q de signe contraire à placer au centre du triangle pour que la résultante des forces appliquées sur q_1 soit nulle.

On donne : la distance entre chaque sommet et le centre du triangle est $\overline{AG} = \overline{BG} = \overline{CG} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.



Corrigé de la série de TD n°1 de Physique 2

Exercice 1 :

1. Trouver le nombre d'électrons perdus par la tige de verre

La tige de verre acquiert une charge positive de $+19,2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Cela signifie qu'elle a perdu des électrons, qui ont une charge négative. Pour trouver le nombre d'électrons perdus, on utilise la formule suivante :

$$n = \frac{Q}{q_e}$$

où :

- $Q = +19,2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ (charge acquise par la tige de verre)
- $q_e = -1,6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ (charge élémentaire d'un électron)

En substituant les valeurs :

$$n = \frac{19,2 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} = 12$$

Réponse : La tige de verre a perdu 12 électrons.

2. Trouver la charge négative acquise par la soie

Selon le principe de conservation de la charge, la charge totale du système (tige de verre + soie) reste constante. La tige de verre a perdu une charge positive de $+19,2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$, donc la soie doit avoir acquis une charge négative de la même magnitude.

$$Q_{\text{soie}} = -19,2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

Réponse : La soie a acquis une charge négative de $-19,2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

3. Y a-t-il transfert de masse depuis le verre vers la soie ?

Lorsque des électrons sont transférés de la tige de verre à la soie, il y a un transfert de masse correspondant à la masse des électrons transférés. La masse d'un électron est $m_e = 9 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$.

La masse totale transférée est :

$$m_{\text{transférée}} = n \times m_e = 12 \times 9 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} = 1,08 \times 10^{-29}\,\mathrm{kg}$$

Réponse : Oui, il y a un transfert de masse de $1,08 \times 10^{-29}\,\mathrm{kg}$ depuis le verre vers la soie.

Le transfert de masse, bien que très faible, est une conséquence directe du transfert d'électrons, car les électrons ont une masse. Cependant, cette masse est extrêmement petite par rapport à la masse totale des objets, ce qui explique pourquoi on ne remarque généralement pas de changement de masse dans de telles expériences.

Exercice 2 :

Lorsque deux boules conductrices identiques sont mises en contact, elles partagent leurs charges de manière à ce que la charge totale soit répartie également entre elles. Après le contact, les deux boules auront la même charge, qui est la moyenne des charges initiales.

Cas 1 : $Q_1 = 5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C},\ Q_2 = 0\,\mathrm{C}$

1. **Calcul de la charge totale avant contact :**

$$Q_{\text{totale}} = Q_1 + Q_2 = 5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C} + 0\,\mathrm{C} = 5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

2. **Répartition de la charge après contact :**
   Puisque les boules sont identiques, la charge totale est répartie également entre elles.

$$Q' = \frac{Q_{\text{totale}}}{2} = \frac{5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}}{2} = 2,5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

Réponse : Après contact, chaque boule porte une charge de $2,5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$.

Cas 2 : $Q_1 = 4 \times 10^{-9}\,\mathrm{C},\ Q_2 = -6 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$

1. **Calcul de la charge totale avant contact :**

$$Q_{\text{totale}} = Q_1 + Q_2 = 4 \times 10^{-9}\,\mathrm{C} + (-6 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}) = -2 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

2. **Répartition de la charge après contact :**

   La charge totale est répartie également entre les deux boules.

$$Q' = \frac{Q_{\text{totale}}}{2} = \frac{-2 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}}{2} = -1 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

Réponse : Après contact, chaque boule porte une charge de $-1 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$.

Discussion physique

Lorsque deux boules conductrices identiques sont mises en contact, les charges se répartissent de manière à atteindre un équilibre électrostatique. Ce phénomène est dû à la mobilité des électrons dans les matériaux conducteurs. Les électrons se déplacent jusqu'à ce que les potentiels électriques des deux boules soient égaux, ce qui entraîne une répartition égale de la charge totale.

- **Cas 1 :** La boule initialement neutre ($Q_2 = 0$) acquiert une charge positive après le contact, tandis que la boule initialement chargée ($Q_1 = 5 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$) perd une partie de sa charge. Cela illustre comment les charges se répartissent pour égaliser le potentiel électrique.
- **Cas 2 :** Une boule est chargée positivement et l'autre négativement. Lors du contact, les charges opposées se neutralisent partiellement, et la charge résultante est répartie également entre les deux boules. Cela montre comment les charges de signes opposés peuvent s'annuler partiellement, conduisant à une charge nette négative dans ce cas.

Exercice 3 :

1. La force résultante qui s'exercerait sur une charge ponctuelle $q_3 = +q$ placée en M d'abscisse x positive :

D'après le principe de superposition :

$$\vec{F}(M) = \vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = K\frac{q_1 q_3}{OM^2}\vec{u}_{13} + K\frac{q_2 q_3}{AM^2}\vec{u}_{23}$$

1er cas : $0 < x < a$

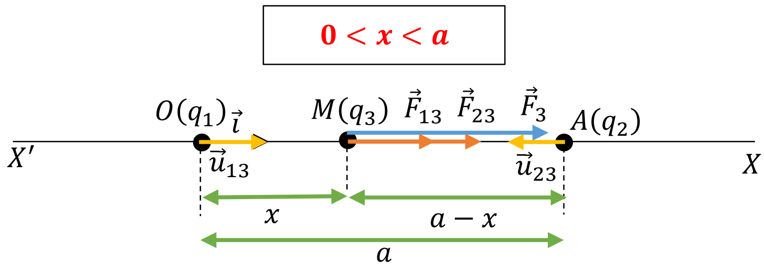
$$OM = x \ ; AM = a - x \ ; \ \vec{u}_{13} = \vec{\imath} \ ; \ \vec{u}_{23} = -\vec{\imath}$$

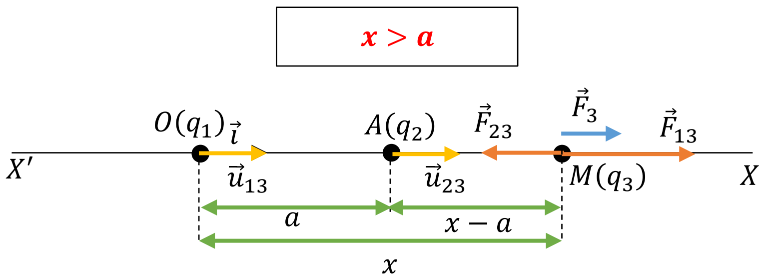
$$\vec{F}(M) = \vec{F}_3 = K\frac{9q^2}{x^2}\vec{\imath} + K\frac{q^2}{(a-x)^2}\vec{\imath} = Kq^2\left(\frac{9}{x^2} + \frac{1}{(a-x)^2}\right)\vec{\imath}$$

2ème cas : $x > a$

$$OM = x \ ; AM = x - a \ ; \ \vec{u}_{13} = \vec{\imath} \ ; \ \vec{u}_{23} = \vec{\imath}$$

$$\vec{F}(M) = \vec{F}_3 = K\frac{9q^2}{x^2}\vec{\imath} - K\frac{q^2}{(x-a)^2}\vec{\imath} = Kq^2\left(\frac{9}{x^2} - \frac{1}{(x-a)^2}\right)\vec{\imath}$$





2. Les valeurs de x pour lesquelles cette force résultante est nulle :

1er cas : $0 < x < a$

Dans ce cas, la résultante ne peut pas s'annuler, car elle est représentée par la somme de deux carrés :

$$\frac{9}{x^2} + \frac{1}{(a-x)^2} \neq 0 \ ; \ \forall x$$

2ème cas : $x > a$

$$\vec{F}(M) = \vec{F}_3 = \vec{0} \to \frac{9}{x^2} - \frac{1}{(x-a)^2} = 0 \to \left(\frac{3}{x}\right)^2 - \left(\frac{1}{x-a}\right)^2 = 0 \to \left(\frac{3}{x} - \frac{1}{x-a}\right)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{x-a}\right) = 0$$

$$\to \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{x-a} = 0 \\ ou \\ \left(\frac{3}{x} + \frac{1}{x-a}\right) \end{cases} \to \begin{cases} x = \frac{3}{2}a > a\ (accéptée) \\ ou \\ x = \frac{3}{4}a < a\ (refusée) \end{cases}$$

Exercice 4 :

1. La force électrostatique résultante exercée dur la charge q_1 :

D'après le principe de superposition :

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} = K\frac{q_1q_2}{BO^2}\vec{u}_{21} + K\frac{q_1q_3}{CO^2}\vec{u}_{31} + K\frac{q_1q_4}{DO^2}\vec{u}_{41}$$

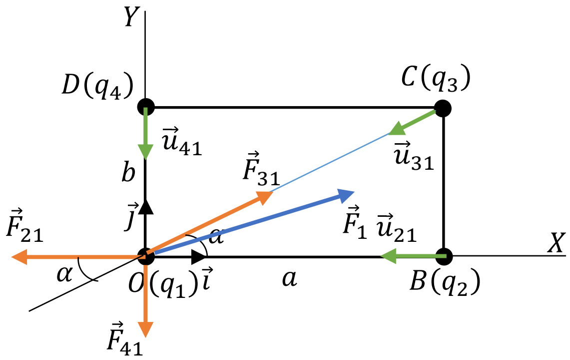
D'après la figure ci-contre, on a :

$$BO^2 = a^2\ ;\ DO^2 = b^2\ ;\ CO^2 = a^2 + b^2$$

$$\vec{u}_{21} = -\vec{\imath}\ ;\ \vec{u}_{31} = -\vec{\jmath}\ ;\ \vec{u}_{41} = -\cos\alpha\,\vec{\imath} - \sin\alpha\,\vec{\jmath} = -\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\vec{\imath} - \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\vec{\jmath}$$

En remplaçant dans l'expression de $\vec{F}_1$, on trouve :

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_1 = KQ^2\left[\left(\frac{a}{(a^2+b^2)^{3/2}} - \frac{1}{a^2}\right)\vec{\imath} + \left(\frac{b}{(a^2+b^2)^{3/2}} - \frac{1}{b^2}\right)\vec{\jmath}\right]$$



2. La condition que doit vérifier le rapport a/b pour que la force résultante sur q_1 soit dirigée selon la diagonale du rectangle :

$$\tan\alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{b}{a} \to aF_y = bF_x \to bKQ^2\left(\frac{a}{(a^2+b^2)^{3/2}} - \frac{1}{a^2}\right) = aKQ^2\left(\frac{b}{(a^2+b^2)^{3/2}} - \frac{1}{b^2}\right)$$

$$\rightarrow -\frac{b}{a^2} = \frac{a}{b^2} \rightarrow a^3 + b^3 = 0 \rightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 0 \rightarrow \begin{cases} a - b = \\ a^2 + ab + b^2 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = b \\ a^2 + ab + b^2 = 0 \end{cases}$$

Résolvons l'équation :

$$a^2 + ab + b^2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4b^2 = -3b^2 < 0$$

Cette équation n'admet pas de solution réelle. Donc la seule solution est : $a = b$. Dans cas, les 04 charges sont distribuées sur les sommets d'un carré de coté a.

3. La nouvelle force résultante sur q_1, si on remplace la charge Q_4 par une charge $Q_4 = -Q$:

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_1 = KQ^2\left[\left(\frac{a}{(a^2+b^2)^{3/2}} - \frac{1}{a^2}\right)\vec{\imath} + \left(\frac{b}{(a^2+b^2)^{3/2}} + \frac{1}{b^2}\right)\vec{\jmath}\right]$$