Série TD N°5 (à traité par les chargés de cours)

Exercice 1

Soit une sphère ***conductrice*** A de rayon a portant une charge positive $+2Q$. Nous la plaçons au centre d'une coquille sphérique ***conductrice*** B de rayon intérieur b et de rayon extérieur c, et portant initialement une charge $-Q$.

1. Calculer les charges $Q_{B\text{int}}$ et Q_{Bext} des surfaces intérieure et extérieure de la coquille sphérique B à l'***équilibre électrostatique***.
2. On relie la coquille sphérique B au sol par un fil conducteur. Quelles sont les nouvelles charges $Q_{B\text{int}}$ et Q_{Bext} après le retour à l'***équilibre électrostatique***.
3. En utilisant le théorème de Gauss calculez le champ électrique dans la région en tout point de l'espace.
4. En déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace (sachant qu'il est nul à l'infini).
5. Calculer la capacité du condensateur sphérique constitué par la sphère de rayon a et la face intérieure de la coquille sphérique (rayon b).

Exercice 2

Un condensateur de capacité $C_1 = 47\ \mu F$ chargé sous une tension de 25 V et un autre de capacité $C_2 = 33\ \mu F$ chargé sous une tension de $10\ V$.

1. Calculer la charge et l'énergie emmagasinée par chaque condensateur.
2. On les branche en parallèle (la borne + de l'un avec la borne + de l'autre), calculer la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par le groupement.
3. On les branche en parallèle (la borne + de l'un avec la borne - de l'autre), calculer la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par le groupement.

Exercice 3

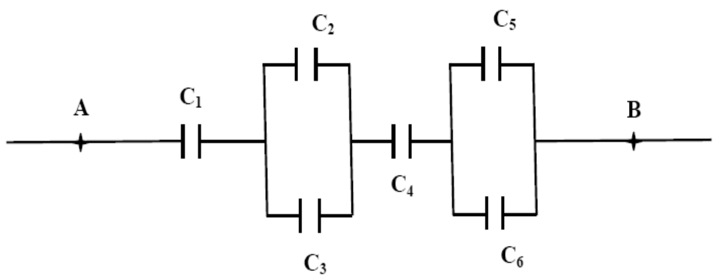
On donne les valeurs des capacités représentées sur la figure :
$C_1 = C_5 = C_6 = 5\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 7\mu F, C_4 = 10\mu F.$

La différence de potentiel entre les bornes A et B est : $V_{AB} = 1000V$.

1- Déterminer la capacité équivalente C_{AB} du circuit.

2- Déterminer la charge équivalente Q_{AB} du condensateur équivalente.

3- Déterminer la charge et la différence de potentiel de chaque condensateur.



Exercices supplémentaires

Exercice S1

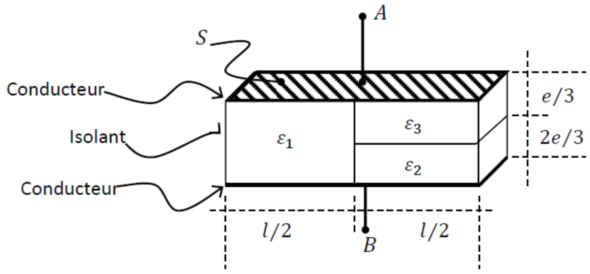
I) Soit une sphère conductrice $S1$ de rayon R_1 portée au potentiel V_1.

1-calculer la charge q_1 portée par cette sphère.

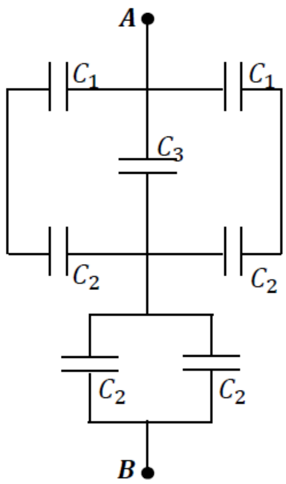
II) On isole $S1$ de la source de potentiel V_1. Après l'avoir chargé puis on la relie à la sphère conductrice $S2$ de rayon R_2 initialement neutre par un fil conducteur très long.

a- calculer la charge portée par chaque sphère
b- calculer le champ électrique au voisinage de chaque sphère
c- donner l'énergie de l'ensemble avant et après connexion.

Exercice S2



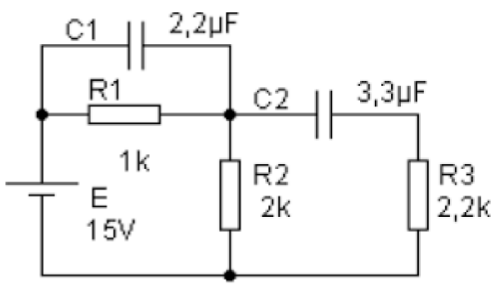
1. Donner l'expression de la capacité d'un condensateur plan, dont les armatures ayant une surface S chacune, sont séparées par une couche isolante de permittivité ε et d'épaisseur e.
2. Calculer la capacité du condensateur plan représenté par la figure ci-dessous On donne : $S = 6cm^2; e = 4\mu m; \varepsilon_1 = 1{,}5\varepsilon_0; \varepsilon_2 = 2{,}4\varepsilon_0; \varepsilon_3 = 2\varepsilon_0; \varepsilon_0 = 8{,}84.10^{-12}[MKSA]$ ($\varepsilon_1, \varepsilon_2 et \varepsilon_3$ sont les permittivités de trois milieux isolants différents).
3. Si la différence de potentiel entre les armatures du condensateur est égale à $V_{AB} = 9V$, calculer l'énergie potentielle électrique U emmagasinée dans ce condensateur.



Exercice S3

1. Calculez la capacité équivalente dans la figure ci-contre.
On applique entre A et B une différence de potentiel V_{AB} $48 Volts$.
On donne : $C_1 = 3\mu F; C_2 = 6\mu F; C_3 = 2\mu F$.
2. Calculez la charge de chaque condensateur et la différence de potentiel entre ses armatures.

Exercice S4



a. Initialement les condensateurs sont complètement déchargés. Calculer les courants $I_1, I_2 et I_3$ dans les résistances $R_1, R_2, et R_3$.

b. Calculer la charge et la tension aux bornes de chacun des condensateurs, si chacun d'entre eux est chargé sa tension finale. Calculer les courants $I_1, I_2 et I_3$ dans les résistances $R_1, R_2, et R_3$

Exercice S5

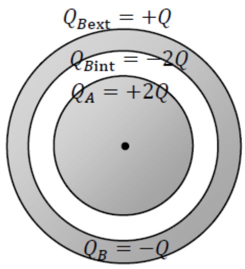
Soit un condensateur cylindrique constitué de deux armatures métalliques coaxiales, d'épaisseur négligeable, de rayons respectifs R_A, R_B faibles devant la hauteur h.

a) Quel est le champ $\vec{E}$ en un point M situé entre les armatures ?
b) Déterminer la différence V de potentiel entre les armatures.
c) Calculer la capacité du condensateur.

Corrigé

Solution Série N°5

Exercice1



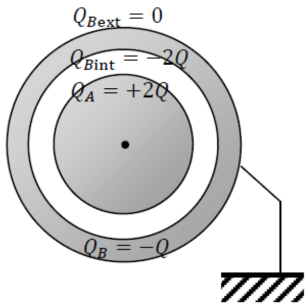
1. A l'équilibre électrostatique

$$Q_A = +2Q \quad \text{et} \quad \boxed{Q_{Bint} = -2Q}$$

Comme le conducteur B est isolé alors sa charge est constante

$$Q_B = Q_{Bint} + Q_{Bext} = -Q \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q_{Bext} = +Q}$$

2. Quand nous relions le conducteur B la terre la charge sur sa surface extérieure se vide dans le sol $\boxed{Q_{Bext} = 0}$ et la charge de la surface intérieure est maintenue par l'attraction des charges se trouvant sur la surface de A, donc $\boxed{Q_{Bint} = -2Q}$. En plus le potentiel du conducteur B est considéré comme nul $(V_B = 0)$ (potentiel de référence de la terre)



3. Champ électrostatique
Théorème de Gauss

$$\boxed{\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

La symétrie du champ est une ***symétrie sphérique***, donc la surface de GAUSS est une sphère de rayon r concentrique à la distribution de charge.

Puisque $\vec{E} \parallel \overrightarrow{dS}$ donc $\vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = E.dS$ et :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = \oiint_{S_G} E.dS = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Par symétrie de rotation E est constant sur la surface de GAUSS S_G.

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \bullet \overrightarrow{dS} = E.S_G = E.4\pi.r^2$$

Finalement

$$\boxed{E.4\pi.r^2 = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

Zone 1 : $(0 \le r \le a)$ $\quad \sum q_{int} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_1 = 0}$

Zone 2 : $(a \le r \le b)$ $\quad \sum q_{int} = +2Q \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_2 = K\frac{2Q}{r^2}}$

Zone 3 : $(b \le r \le c)$ $\quad \sum q_{int} = +2Q - 2Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_3 = 0}$

Zone 4 : $(c \le r < +\infty)$ $\quad \sum q_{int} = +2Q - 2Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_4 = 0}$

4. Potentiel : Symétrie sphérique.

$$dV = -E.dr \quad \text{et} \quad V = -\int E.dr$$

$$\begin{cases} E_1 = 0 \\ E_2 = K\dfrac{2Q}{r^2} \\ E_3 = 0 \\ E_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = C_1 = \text{Constante} \\ V_2 = K\dfrac{2Q}{r} + C_2 \\ V_3 = C_3 = \text{Constante} \\ V_4 = C_4 = \text{Constante} \end{cases}$$

Potentiel à l'infini est nul : $V_4(r \to +\infty) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_4 = 0$ donc $V_4 = 0$

Continuité en $(r = c)$: $V_4(r = c) = V_3(r = c) = 0 \quad \Rightarrow \quad C_3 = 0$ donc $V_3 = 0$

Continuité en $(r = b)$: $V_3(r = b) = V_2(r = b) = 0 \quad \Rightarrow \quad K\frac{2Q}{b} + C_2 = 0$ donc $C_2 = -K\frac{2Q}{b}$

Continuité en $(r = a)$: $V_2(r = a) = V_1(r = a) \quad \Rightarrow \quad K\frac{2Q}{a} - K\frac{2Q}{b} = C_1$

D'où le potentiel

$$\boxed{V_1 = 2KQ\frac{b-a}{ab}} \; ; \; \boxed{V_2 = K\frac{2Q}{r}V_2 - K\frac{2Q}{b}} \; ; \; \boxed{V_3 = 0} \; ; \; \boxed{V_4 = 0}$$

5. Différence de potentiel entre les deux conducteurs

$$V = V_1 - V_3 = 2KQ\frac{b-a}{ab}$$

La capacité du condensateur (charge $2Q$)

$$C = \frac{2Q}{V} \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = 4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a}}$$

Exercice 2

1. Calculer la charge et l'énergie emmagasinée par chaque condensateur.

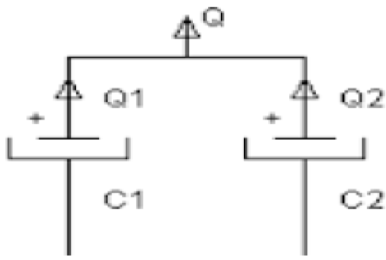
$Q_1 = U_{C1}.C_1 = 25.47 = 1175\mu C$ $W_1 = \frac{1}{2}C_1.U_{C1}^2 = \frac{1}{2}.47.25^2 = 14{,}69.10^{-3}W = 14{,}69mW$.

$Q_2 = U_{C2}.C_2 = 10.33 = 330\mu C$ $W_2 = \frac{1}{2}C_2.U_{C2}^2 = \frac{1}{2}.33.10^2 = 5{,}44.10^{-3}W = 5{,}44mW$. 2.Branchement en parallèle : la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par ce groupement.

$Q = Q_1 + Q_2 = 1505\mu C$

$U = \dfrac{Q}{C_1 + C_2} = 18{,}8V$ La capacité équivalente du montage en parallèle étant la somme des capacités des 2 condensateurs.

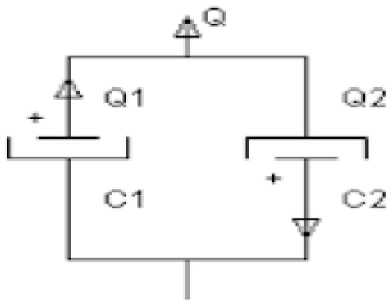
$W = \frac{1}{2}(C_1 + C_2).U^2 = 14{,}15mW$



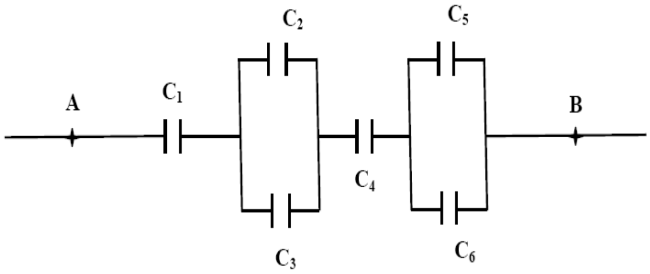
3. branchement en série : la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par le groupement.

$U = \dfrac{Q}{C_1 + C_2} = 10{,}19V$

$Q = Q_1 - Q_2 = 815\mu C$ $\quad W = \frac{1}{2}(C_1 + C_2).U^2 = 4{,}15mW$



Exercice 3



1. La capacité équivalente C_{AB} du circuit.

$$\frac{1}{C_{/AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_{56}}$$

Où : $C_{23} = C_2 + C_3 = 3 + 7 = 10\mu F$ est la capacité équivalente de C_2 et C_3 en parallèle.

$C_{56} = C_5 + C_6 = 5 + 5 = 10\mu F$ est la capacité équivalente de C_5 et C_6 en parallèle.

$$\frac{1}{C_{/AB}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} \Rightarrow C_{/AB} = \frac{10}{5} = 2\mu F$$

2- La charge équivalente Q_{AB} du condensateur équivalente :

$$Q_{AB} = C_{AB}.U_{AB} = 2.10^{-6}.1000. = 2.10^{-3}C = 2mC.$$

3- La charge et la différence de potentiel de chaque condensateur :

$$Q_1 = Q_4 = Q_{23} = Q_{56} = Q_{AB} = 2.10^{-3}C = 2mC$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2.10^{-3}}{5.10^{-6}} = 400V$$

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{2.10^{-3}}{10.10^{-6}} = 200V$$

$$U_{23} = U_2 = U_3 = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{2.10^{-3}}{10.10^{-6}} = 200V$$

$$Q_2 = C_2.U_2 = 3.10^{-6}.200 = 0{,}6.10^{-3}C = 0{,}6C$$

$$Q_3 = C_3.U_3 = 7.10^{-6}.200 = 1{,}4.10^{-3}C = 1{,}4C$$

$$U_{56} = U_5 = U_6 = \frac{Q_{56}}{C_{56}} = \frac{2.10^{-3}}{10.10^{-6}} = 200V$$

$$Q_5 = C_5.U_5 = 5.10^{-6}.200 = 10^{-3}C = 1mC$$

$$Q_6 = C_6.U_6 = 5.10^{-6}.200 = 10^{-3}C = 1mC$$