

TD 1 (Rappels Mathématiques)**Exercice 1:**

Écrire les équations aux dimensions, dans le système international, des grandeurs physiques suivantes: la masse volumique (ρ), la force ($\vec{F}$), l'énergie (E) et la constante de Coulomb (K). Les relations physiques correspondantes sont données comme suit:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad ; \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad ; \quad E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad ; \quad F = K \cdot \frac{q^2}{r^2}$$

Exercice 2:

Étudier l'homogénéité des équations aux dimensions suivantes:

$$W = \frac{F \cdot a}{t} \quad ; \quad p \cdot V = R \cdot T \quad ; \quad E = 2 \cdot m \cdot c^2$$

Où W : le travail, F : la force, a : l'accélération, t : le temps, p : la pression, V : le volume, R : constante des gaz parfaits (Joules/moles.Kelvin), E : l'énergie, m : la masse et c : la célérité (vitesse de la lumière dans le vide).

Exercice 3:

Dans un repère cartésien de base orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les trois points suivants:

$$A(1,2,0), \quad B(3,0,4), \quad \text{et} \quad C(0,3,2)$$

$$\text{On note } \vec{u} = \overrightarrow{AB} \text{ et } \vec{v} = \overrightarrow{BC}$$

1. Représenter graphiquement les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et calculer leur modules $|\vec{u}|$ et $|\vec{v}|$, respectivement.
2. Calculer le produit scalaire (dot product) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et déduire l'angle $\theta(\vec{u}, \vec{v})$ qu'ils forment.
3. Calculer le produit vectoriel (cross product) $\vec{u} \times \vec{v}$ et déduire la surface du triangle (ABC) .
4. Calculer le produit mixte: $\vec{w} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})$. Que représente t-il physiquement ? ($\vec{w} = 2 \vec{i} - 3 \vec{j}$)

Exercice 4:

Dans un repère cartésien de base orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les trois vecteurs suivants:

$$\vec{A} = \vec{i} - \vec{j} \quad \vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{C} = \beta\vec{i} + 2\vec{k}$$

Calculer la valeur de β pour que:

1. Le vecteur $\vec{A}$ soit perpendiculaire à $\vec{C}$.
2. Les trois vecteurs soient coplanaires (appartiennent au même plan).

Exercice 5:

Déterminer les différentielles des deux fonctions suivantes:

$$f(x, y, z) = x^2y + yz + xz^2 \quad \text{et} \quad g(x, y) = x \cos(y) - y \cos(x).$$

Exercice 6:

Dans un repère cartésien de base orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le vecteur position $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (et donc $r = |\vec{r}|$) ainsi que la fonction scalaire $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.

1. Calculer la différentielle df , et déterminer le gradient $\vec{\nabla}(f)$.
2. Montrer qu'en tout point de l'espace $M(x, y, z)$, nous avons la relation: $df = \vec{\nabla}(f) \cdot d\vec{r}$.