

Corrigé de l'interrogation n° 01

Exercice 01: 315 points

1/ Le module de chaque vecteurs:

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{14} \quad (0,5)$$

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{17} \quad (0,5)$$

2/ Les composantes et le module:

$$\vec{A} = 5\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \quad (0,5)$$

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{5^2 + 1^2 + 1^2} = 3\sqrt{3} \quad (0,25)$$

$$\vec{B} = 8\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \quad (0,5)$$

$$\|\vec{B}\| = \sqrt{8^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{74} \quad (0,25)$$

3/ Les produits:

$$\vec{R} \cdot \vec{F} = 6\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k} \quad (0,5)$$

$$\vec{R} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 4\vec{i} - 7\vec{j} - 13\vec{k} \quad (0,5)$$

Exercice 02: (04 point)

1/ L'équation de la trajectoire :

$$y(x) = x^2 - 4x + 3 \quad (1)$$

2/ composante de vecteur $\vec{v}$ et $\vec{a}$:

$$\begin{cases} x(t) = 2t + 1 \\ y(t) = 4t(t-1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x(t) = 2 \quad (0,25) \\ v_y(t) = 8t - 4 \quad (0,25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \quad (0,25) \\ a_y = 8 \quad (0,25) \end{cases}$$

$$\vec{v} = 2\vec{i} + (8t-4)\vec{j} \quad ; \quad \vec{a} = 8\vec{j}$$

3/ composante tangentielle et normale :

$$a_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} \Rightarrow \text{calculer } \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2\sqrt{16t^2 - 16t + 5}$$

$$v = \sqrt{64t^2 - 64t + 20} \quad (0,15)$$

$$a_t = \frac{d(\sqrt{64t^2 - 64t + 20})}{dt} = \frac{128t - 64}{2\sqrt{64t^2 - 64t + 20}} = \frac{64(2t-1)}{2\sqrt{64t^2 - 64t + 20}}$$

$$a_t = \frac{32(2t-1)}{\sqrt{64t^2 - 64t + 20}} \Rightarrow a_t = \frac{16(2t-1)}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}} \quad (0,15)$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \Rightarrow \|\vec{a}\| = 8$$

$$a_n = \sqrt{8^2 - \frac{16^2(2t-1)^2}{16^2 - 16t + 5}} = \sqrt{\frac{64 - (256(4t^2 + 1 - 4t))}{16^2 - 16t + 5}}$$

$$= \sqrt{64 - \frac{1024t^2 - 256 + 1024t}{16t^2 - 16t + 5}} \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{réduire au même} \\ \text{dénominateur} \end{array} \right)$$

$$a_n = \frac{8}{16t^2 - 16t + 5} \quad (0,5)$$

Rayon de courbure :

$$a_n = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{a_n} = \frac{\left(\sqrt{\frac{64t^2 - 64t + 20}{16t^2 - 16t + 5}} \right)^2}{\frac{8}{16t^2 - 16t + 5}}$$

$$a_n = \frac{(64t^2 - 64t + 20)(16t^2 - 16t + 5)}{8}$$

$$= \frac{4(16t^2 - 16t + 5)}{4} \times \frac{16t^2 - 16t + 5}{8}$$

$$a_n = \frac{(16t^2 - 16t + 5)^2}{2} \quad (0,5)$$