Interrogation de MICRO II 2026 E

Exercice : Soit un producteur rationnel dont la fonction de production est donnée par :

p= f(K,L)= 3 KL²* , *Pk=4da, Pl=6da..

1-trouver les quantités (K,L) qui minimisent le cout total de production (CT) si le producteur décide de produire 9261 unités (4pts).

On a: $\begin{cases} \min CT = 4k + 6l \\ S/C \\ P = f(k,l) = 3kl^2 = 9261 \end{cases}$ 0,5

0.25

On a : $L(k,l,\lambda) = 4k + 6l + \lambda\,(9261 - 3kl^2)$

L est maximale => $\begin{cases} L'(k) = 0 \\ L'(l) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases}$ => $\begin{cases} 4 - 3l^2\lambda = 0 \\ 6 - 6kl\lambda = 0 \\ 9261 - 3kl^2 = 0 \end{cases}$ => $\begin{cases} \lambda = \frac{4}{3l^2} \ldots\ldots 1 \\ \lambda = \frac{6}{6kl} \ldots..2 \\ 9261 = 3kl^2 \ldots..3 \end{cases}$ 2,25

De 1 et 2 on a : $\frac{4}{3l^2} = \frac{1}{kl}$ => $4kl = 3l^2$ => $4k = 3l$ => $k = 0,75l$ ……4 0.5

On remplace 4 dans 3: $9261 = 3(0,75l)l^2 = 2,25l^3$ => $4116 = l^3$ => ***l= 16,02*** => $k = 0,75\,(16,02) = \mathbf{12,01}$***unités*** 0.5

1-trouver les quantités (K,L) qui minimisent le cout total de production (CT) si le producteur décide de produire 771,75 unités (4pts).

On a: $\begin{cases} \min CT = 4k + 6l \\ S/C \\ P = f(k,l) = 3kl^2 = 771,75 \end{cases}$ 0,5

0.25

On a : $L(k,l,\lambda) = 4k + 6l + \lambda\,(771,75 - 3kl^2)$

L est maximale => $\begin{cases} L'(k) = 0 \\ L'(l) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases}$ => $\begin{cases} 4 - 3l^2\lambda = 0 \\ 6 - 6kl\lambda = 0 \\ 9261 - 3kl^2 = 0 \end{cases}$ => $\begin{cases} \lambda = \frac{4}{3l^2} \ldots\ldots 1 \\ \lambda = \frac{6}{6kl} \ldots..2 \\ 771,75 = 3kl^2 \ldots..3 \end{cases}$ 2,25

De 1 et 2 on a : $\frac{4}{3l^2} = \frac{6}{6kl}$ => $4kl = 3l^2$ => $4k = 3l$ => $k = 0,75l$ ……4 0.5

On remplace 4 dans 3: $771,75 = 3(0,75l)l^2 = 2,25l^3$ => $343 = l^3$ => ***l= 7 Unites***

=> $k = 0,75\,(7) = \mathbf{5,25}$***unités*** 0.5

2/ Calculer le minimum du CT? (0,5 pt)

Min CT= 4 (12) +6(16) = 144 da

Min CT= 4 (5,25) +6(7) = 63 da

3-Quelle est la variation nécessaire de capital pour garder le même niveau de production, si le producteur décide d'augmenter la quantité du travail de 2 unités ? (2,5p)

$$\text{TMST k, l} = \frac{3\,l^2}{3(2)kl} = \frac{l^2}{2kl} = \frac{l}{2k} = \frac{16}{2(12)} = \frac{7}{2(5{,}25)} = \frac{2}{3}$$

Ou bien on a A l équilibre : le $\text{TMST}_{k,l} = \frac{Pk}{Pl} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

TMST $_{k,l}$= 2/3	Δk	Δl	ΔP	$\Delta k = \frac{2\,(+1)}{-2/3}$ = -3 unités
	+1	-2/3	0	
	Δk	+2	0	

4/calculez la valeur de l'élasticité de la production par rapport au capital, et interprétez le résultat ? (1,5 point)

$$E_{P/k} = \frac{\partial P}{\partial k} \cdot \frac{k}{P} = 3\,l^2 \cdot \frac{k}{3k\ \ l^2} = \frac{3k\ \ l^2}{3k\ \ l^2} = 1$$

Interprétation : si le capital augmente de 1%, la production augmente de 1%.

5/démontrez que P est homogène de degré λ = 3, ? (1,5pt)

On a f(ak,al) $= 3(ak)\,(al)^2 = 3\,a\,k\ \ a^2\ l^2 = a^3\,3k\ \ l^2 = a^3\ f(k,l)$ donc cette fonction est homogène de degré λ=3.