Université Abderrahmane MIRA-Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Sciences et Technologie
1ère année ST-LMD

Avril 2026
08H30-10H00

Examen de rattrapage d'algèbre 01

Exercice 1 : (08 pts)

I. On définit sur $\mathbb{Z}$ la relation binaire $\Re$ par :

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}, \;\; x\Re y \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x - y = 4k$$

1. Montrer que $\Re$ est une relation d'équivalence.
2. Déterminer les classes d'équivalence de $0, 1, 2$ et 3.
3. Donner l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/R$.

II. On définit sur $\mathbb{R}$ la relation binaire S par :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \;\; xSy \Leftrightarrow (x - y) \in \mathbb{N}$$

1. Montrer que S est une relation d'ordre.
2. Cet ordre est-il total ? Justifier.

Exercice 2 : (07 pts)

Soit l'application $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

1. Calculer $f(\{-1, 3\})$, $f^{-1}(\{-10\})$.
2. L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ? Justifier.
3. Trouver les intervalles I et J, pour que l'application $f : I \longrightarrow J$ soit bijective, puis donner son application réciproque f^{-1}.

Exercice 3 : (05 pts)

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^3 - (1+i)z^2 + (1+i)z - 1 = 0 \;\; ....(E)$$

1. Montrer que 1 est une solution de (E).
2. Ecrire l'équation (E) sous la forme $(z-1)(az^2 + bz + c) = 0$.
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Bonne chance