Université Abderrahmane MIRA-Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Sciences et Technologie
1$^{\text{ère}}$ année Ingénieurs ST-TM

Avril 2026
08H30-10H00

Examen de rattrapage d'algèbre 01

Exercice 1 : (06 pts)

I. On définit sur $\mathbb{R}$ la relation binaire $\Re$ par :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \ \ x \Re y \Leftrightarrow x e^{y} = y e^{x}$$

1. Montrer que $\Re$ est une relation d'équivalence.
2. Déterminer la classe d'équivalence de 1.

II. On définit sur $\mathbb{R}^2$ la relation binaire S par :

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2, \ \ (x, y) S (x', y') \Leftrightarrow (x \leq x') et (y \leq y')$$

1. Montrer que S est une relation d'ordre.
2. Cet ordre est-il total ? Justifier.

Exercice 2 : (06 pts)

Soit l'application $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 2 - \frac{4}{1+|x|}$

1. Calculer $f\{(1, -1)\}$, $f^{-1}(\{-2\})$.
2. L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ? Justifier.
3. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} : -2 \leq f(x) < 2$.
4. Montrer que $g : \mathbb{R}^{+} \longrightarrow [-2, 2[$ telle que : $g(x) = f(x)$ est bijective ; puis donner l'application réciproque g^{-1}.

Exercice 3 : (08 pts)

I. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :

$$z^2 - 2e^{i\alpha} z + 2i(\sin\alpha) e^{i\alpha} = 0, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

(**Indication** : $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \sin\alpha$)

II. Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$2z^3 - (1-i)z^2 + (1+i)z + 2i = 0 \ \ ....(E)$$

1. Montrer que E admet une solution imaginaire pure λi.
2. Calculer les racines carrées de $8 - 6i$.
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation E.

Bonne chance