Série de TD n°3 (À traiter en deux séances)

Exercice N°1

1. Trouver l'expression du champ électrique $\vec{E}(x,y)$ qui dérive du potentiel électrique suivant :

$$V(x,y) = x(y^2 - 4x^2)$$

2. Trouver le potentiel électrique $V(x,y)$ associé au champ électrique suivant :

$$\vec{E}(x,y) = a(y\vec{\imath} + x\vec{\jmath})\ ;\ V(1,1) = 0$$

Exercice N°2

Trois charges $q_1 = q$, $q_2 = -q$, $q_3 = q$ (q est une charge positive) sont placées dans le plan (OXY) suivant les coordonnées respectives : $A_1(-a,0)$, $A_2(0,0)$, $A_3(a,0)$.

1. Calculer le potentiel électrique V crée par ces charges au point $M(0,y)$ et $y>0$. En déduire le champ électrique total $\vec{E}$ en ce point.

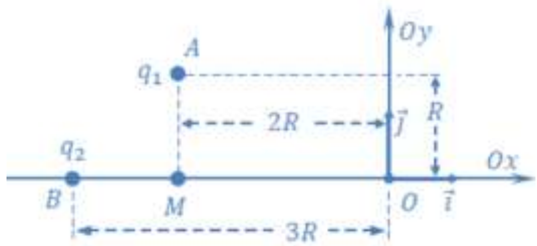
2. Calculer l'énergie potentielle interne du système $Usyst$ composé de ces trois charges.

3. Calculer l'énergie potentielle électrique U d'une charge $q' = q$ placée en M (avec $y=a$).

A.N : a=6 cm ; q= 8×10^{-10} C

Exercice N°3

Soient deux charges électriques ponctuelles q_1 et q_1 placées aux points respectifs ($2R$;R) et ($3R$;0) (figure ci-contre).



1. Calculer le potentiel électrique produit par les deux charges q_1 et q_2 au point O.

2. En déduire l'énergie potentielle d'une charge q_0 placée au point O.

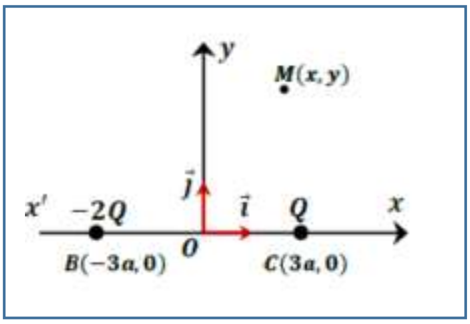
3. Calculer l'énergie interne de ce système de charges.

Application numérique :

q_1=q_2=q=1μC, q_0=-q, $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ N.m^2.C^{-2}$ et R=2cm

Exercice N°4

Deux charges ponctuelles $-2Q$ et Q sont placées aux points $B(-3a,0)$ et $C(+3a,0)$,voir la figure ci-contre.



1- Trouver l'expression du potentiel $V(M)$ crée par ces deux charges en un point $M(x,y)$ dans le plan (OXY).

2- Montrer que la surface équipotentielle dans ce plan est cercle.

Université A. Mira de Bejaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie

جامعة بجاية
Tasdawit n Bgayet
Université de Béjaïa

Année universitaire 2025/2026
Matière : Physique 2
1ère année TC Ingénieur ST et TM

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Soient trois charges ponctuelles $q_0 = q,\ 2q,\ -3q$ ($avec\ q > 0$) respectivement aux sommets A,B, C d'un triangle équilatéral de coté a,(figure).

1- Représenter le champ électrique créé par chacune des charges au point M milieu de AB.

2- Déterminer le champ électrique total au point M (module et direction).

3- Une charge $q_0 > 0$ est placée au point M. Trouver la force électrostatique que subit la charge q_0.

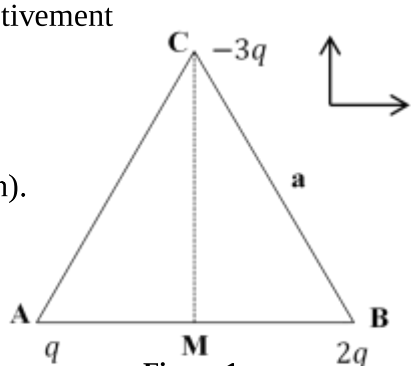


Figure 1

Exercice2

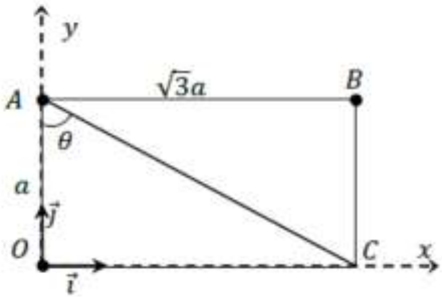
Soit trois charges ponctuelles q_A=2q et q_B=−q, (q>0) placées aux points A, et B respectivement, avec OA=a, OB=√3a.

1. Représenter puis déterminer les champs électrostatiques créés par les charges q_A, q_O et q_B au point C. Déduire le champ électrostatique total $E^{\rightarrow}$ (C) qui règne au point C ;

2. Donner l'expression des potentiels électrostatiques V_A, V_O et V_B créés par les charges q_A, q_O et q_B au point C. Déduire le potentiel électrostatique total (C) qui règne au point au point C ;

3. Calculer l'énergie interne du système formé par les trois charges (q_A, et q_C) ;

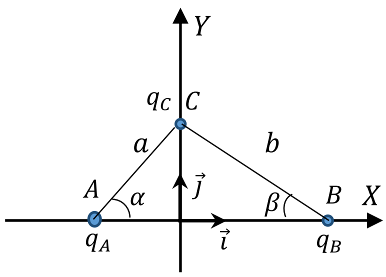
4. On place au point C une charge ponctuelle q_C=−q, trouver la force $\vec{F}$ (C) que subit q_C et son énergie potentiel V (C).



Exercice 3

On considère Trois charges ponctuelles $q_A = 2q, q_B = 2q, q_c = q\ \ et\ (q > 0)$ placées aux points $A,\ B$et C respectivement, avec $AC = a,\ BC = b, \alpha = 60°$ et $\beta = 30°$.

1. Représenter puis déterminer les champs électrostatiques $\vec{E}_A$ et $\vec{E}_B$ créés par les charges q_A et q_B au point C. Déduire le champ électrostatique total $\vec{E}(C)$ qui règne au point C
2. Trouver l'expression du potentiel électrostatique V_A et $V_B$créé par les charges $q_A$et q_B au point C. Déduire le potentiel électrostatique total $V(C)$ qui règne au point C.
3. On remplace la charge q_A par une charge inconnu q'_A. Quelle est la valeur de la charge q'_A pour que le champ électrostatique total crée au point C soit orienter suivant l'axe OX.



Corrigé

Exercice N°1

1. L'expression du champ $\vec{E}(x,y)$ électrique qui dérive du potentiel électrique suivant :

$$V(x,y) = x(y^2 - 4x^2)$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} = -(y^2 - 12x^2)\vec{\imath} - 2xy\vec{\jmath}$$

2. Le potentiel électrique $V(x,y)$ associé au champ électrique suivant :

$$\vec{E}(x,y) = a(y\vec{\imath} + x\vec{\jmath})\ ;\ V(1,1) = 0$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} \rightarrow \begin{cases} -\dfrac{\partial V}{\partial x} = ay \\ -\dfrac{\partial V}{\partial y} = ax \end{cases}$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = ay \rightarrow V(x,y) = -axy + f(y)$$

$$-\frac{\partial V}{\partial y} = ax \rightarrow \frac{\partial}{\partial y}[-axy + f(y)] = -ax + f'(y) = -ax \rightarrow f'(y) = 0 \rightarrow f(y) = C$$

Donc :

$$V(x,y) = -axy + C$$

En utilisant la condition au limites :

$$V(1,1) = -a + C = 0 \rightarrow C = a$$

Ce qui donne finalement :

$$V(x,y) = -axy + a = a(1 - xy)$$

Exercice N°2

1. Le potentiel électrique au point M

$$\vec{r}_1 = \overrightarrow{A_1M} = \begin{pmatrix} a \\ y \end{pmatrix} \;;\; \vec{r}_2 = \overrightarrow{A_2M} = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} \;;\; \vec{r}_3 = \overrightarrow{A_3M} = \begin{pmatrix} -a \\ y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad r_1 = r_3 = \sqrt{a^2+y^2} \;;\; r_2 = y$$

$$V = \sum_{i=1}^{3} V_i = \sum_{i=1}^{3} K\frac{q_i}{r_i} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V = Kq\left(\frac{2}{\sqrt{a^2+y^2}} - \frac{1}{y}\right)}$$

2. Le champ électrique

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V) = -\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} \quad ; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = Kq\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{2}{\sqrt{a^2+y^2}} - \frac{1}{y}\right) = Kq\left(\frac{-2y}{(a^2+y^2)^{3/2}} + \frac{1}{y^2}\right)$$

Et

$$\boxed{\vec{E} = Kq\left(\frac{2y}{(a^2+y^2)^{3/2}} - \frac{1}{y^2}\right)\vec{j},}$$

3. L'énergie interne du système

$$U_{syst} = \sum_i \sum_j U_{ij} = \frac{1}{2}\sum_i \sum_j K\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + K\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + K\frac{q_2 q_3}{r_{23}} \qquad (i \neq j)$$

Avec $r_{12} = r_{23} = a \quad et \quad r_{13} = 2a$. Donc

$$U_{syst} = \frac{K.q^2}{a}\left(\frac{1}{2} - 2\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{syst} = -\frac{3}{2}K\frac{q^2}{a}}$$

4.

$$V = Kq\left(\frac{2}{\sqrt{a^2+y^2}} - \frac{1}{y}\right) \quad \text{avec} \quad y = a \quad \text{et} \quad q' = q$$

$$\boxed{U(q') = q'.V = K\frac{q^2}{a}\left(\sqrt{2}-1\right)}$$

Exercice N°3

1.L'expression du potentiel V(O) :

$$V(O) = V_1(O) + V_2(O)$$

$$\Rightarrow V(O) = K\frac{q_1}{r_{OA}} + K\frac{q_2}{r_{OB}}$$

$$\Rightarrow V(O) = K\frac{q}{R\sqrt{5}} + K\frac{q}{3R} = Kq\left(\frac{1}{R\sqrt{5}} + K\frac{1}{3R}\right)$$

A.N : $V(O) = 3{,}5.10^5\ V$

2.Énergie potentielle d'une charge q_0 placée au point O

$$E_P(O) = q_0V(O) = Kqq_0\left(\frac{1}{R\sqrt{5}} + K\frac{1}{3R}\right)$$

A.N : $E_P(O) = -0.35\ J$

3.Énergie interne du système de charges

$$U = K\frac{q_1q_2}{r_{AB}} = K\frac{q^2}{R\sqrt{3}}$$

$$r_{AB} = \sqrt{(3R-2R)^2 - (0-R)^2} = R\sqrt{3}$$

A.N : $U = 0.32\ J$

Exercice 04

1. Le potentiel $V(M)$ en un point $M(x,y)$ dans le plan (OXY) :

Principe de superposition :

$$V(M) = V_B(M) + V_C(M) = K\frac{q_B}{BM} + K\frac{q_C}{CM}$$

D'après la figure :

$$BM = \sqrt{(x+3a)^2 + y^2}\ ;CM = \sqrt{(x-3a)^2 + y^2}$$

Ce qui donne :

$$V(M) = KQ\left[\frac{-2}{\sqrt{(x+3a)^2+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-3a)^2+y^2}}\right]$$

2. Montrons que la surface équipotentielle dans ce plan est un cercle :

$$V(M = V_0 = cste \rightarrow KQ\left[\frac{-2}{\sqrt{(x+3a)^2+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-3a)^2+y^2}}\right] = V_0$$

Cependant, on nous demande de trouver une surface équipotentielle, on prend, par exemple, $V_0 = 0$:

$$\frac{-2}{\sqrt{(x+3a)^2+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-3a)^2+y^2}} = 0 \rightarrow \frac{2}{\sqrt{(x+3a)^2+y^2}} = \frac{1}{\sqrt{(x-3a)^2+y^2}}$$

On élève les deux cotés au carré et après quelques manipulations, on trouve :

$$x^2 + 10ax + y^2 + 9a^2 = 0$$

Qui peut également s'écrire sous la forme :

$$(x+5a)^2 - 25a^2 + y^2 + 9a^2 = 0 \rightarrow (x+5a)^2 + y^2 = 16a^2$$

On obtient donc un cercle de centre $(-5a, 0)$ et de rayon $R = 4a$.