Série N°1 (A traiter en 2 séances)

Exercice 1

1. Quel est le rapport entre la force d'attraction gravitationnelle et la répulsion coulombienne entre deux électrons ? Expliquer pourquoi y'a pas d'attraction coulombiennes entre les astres ?

2. Quelle est la masse d'une charge $q = -1C$ d'electrons?

3. Nous aimerions etudier maintenant l'effet de deux charges de $-1C$ situées a 1km l'une de l'autre.

   3.1 Quelle est la force de répulsion coulombienne entre ces deux charges ? Expliquer et interpreter le resultat.

   3.2 Quelle est l'acceleration subit par les deux charges situées a 1km de distance?

   3.3 Quelle est leur vitesse aprés avoir parcouru $0.5km$?
   Sachant que la vitesse de la lumiere est de $c = 3 \times 10^8 m/S$, que peut'on conclure ?

$e = -1.6 \times 10^{-16}$ et $m_e = 9 \times 10^{-31} kg$

Exercice 2

Une tige de verre est frottée avec un chiffon de soie. La tige de verre acquiert une charge de

$$Q = +19.2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}.$$

1. Trouver le nombre d'électrons perdus par la tige de verre.
2. Trouver la charge négative acquise par la soie.
3. Y a-t-il un transfert de masse depuis le verre vers la soie ?

Données :

$$q_e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}, \qquad m_e = 9 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}.$$

Exercice 3

Trois boules conductrices identiques A, B et C portent des charges :

$$Q_A = Q_B = 3\,\mathrm{mC}, \qquad Q_C = -6\,\mathrm{mC}.$$

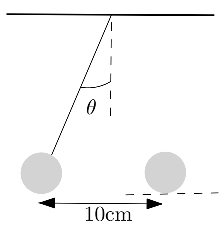
On met en contact la boule A et la boule C, puis on les sépare. Ensuite, on met en contact la boule B et la boule C, puis on les sépare.

1. Quelle est la charge finale de chaque boule ?
2. Les boules A et B vont-elles s'attirer ou se repousser ?

Exercise 4

Deux balles de ping-pong d'une masse de 2 g sont enduites de peinture métallique de façon à rendre conductrice leur surface sphérique. On suspend l'une des balles par une ficelle et on la charge négativement.

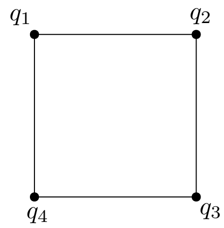
La deuxième balle est placée sur un socle isolant. On la charge en la mettant en contact avec la première balle. Quand les centres des deux balles sont à la même hauteur et sont distants de $10cm$, la ficelle qui tient la première balle forme avec la verticale un angle $\theta = 3°$. Quelle est la charge portée par chaque boule ?



Exercice 5

On dispose de charges ponctuelles $q_1 = q_3 = Q$ et $q_2 = q_4 = q$, placées aux sommets d'un carré de côté a.

Quel est le signe de la charge q et le rapport q/Q pour que



1. La force totale appliquée sur chaque charge q_1 soit nulle ?
2. La force totale appliquée sur chaque charge q_2 soit nulle ?

Correction

Exercice 1

1. Rapport entre la force gravitationnelle et la force coulombienne entre deux électrons

La force gravitationnelle entre deux électrons séparés par une distance r est :

$$F_g = G\frac{m_e^2}{r^2}$$

La force coulombienne entre ces deux électrons est :

$$F_c = k\frac{e^2}{r^2}$$

Le rapport entre les deux forces vaut :

$$\frac{F_g}{F_c} = \frac{Gm_e^2}{ke^2}$$

Avec :

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}, \quad k = 9 \times 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$$
$$m_e = 9 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}, \quad e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

On obtient :

$$\frac{F_g}{F_c} \approx 2.4 \times 10^{-43}$$

Conclusion : la force gravitationnelle est négligeable devant la force coulombienne à l'échelle microscopique. À l'échelle astronomique, les corps sont électriquement neutres, ce qui annule les forces coulombiennes, alors que la gravitation s'additionne toujours.

2. Masse d'une charge $q = -1\,\mathrm{C}$ d'électrons

La masse correspondant à une charge totale q est :

$$m = \frac{|q|}{e} m_e$$

$$m = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} \times 9 \times 10^{-31}$$

$$m \approx 5.6 \times 10^{-12}\,\mathrm{kg}$$

3. Deux charges $-1\,\mathrm{C}$ séparées de $1\,\mathrm{km}$

3.1 Force de répulsion coulombienne

$$F = k\frac{q^2}{r^2}$$

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{1^2}{(10^3)^2}$$

$$F = 9 \times 10^3\,\mathrm{N}$$

Interprétation : la force est extrêmement intense malgré la grande distance. C'est l'equivalent du poid d'une voiture de 900 kg

3.2 Accélération subie par chaque charge

La masse associée à une charge 1 C est :

$$m = 5.6 \times 10^{-12}\,\mathrm{kg}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{9 \times 10^{3}}{5.6 \times 10^{-12}}$$

$$a \approx 1.6 \times 10^{15}\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

3.3 Vitesse atteinte

En utilisant :

$$v^2 = 2ar$$

$$v = \sqrt{1.6 \times 10^{15} \times 10^{3}}$$

$$v \approx 1.2 \times 10^{9}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Or :

$$c = 3 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Conclusion : le résultat est supérieur à la vitesse de la lumière, ce qui est impossible. Cela montre que :

- une charge macroscopique de 1 C ne peut pas être concentrée physiquement. La repulsion coulombienne sera si enorme qu'il est impossible qu'elle existe.

Exercice 2

1. Nombre d'électrons perdus par la tige de verre

La charge électrique est quantifiée :

$$Q = ne$$

Donc :

$$n = \frac{Q}{e}$$

Avec :

$$Q = 19.2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}, \quad e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

On obtient :

$$n = \frac{19.2 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 12$$

Conclusion : la tige de verre a perdu **12 électrons**.

2. Charge négative acquise par la soie

Par conservation de la charge électrique :

$$Q' = -Q$$

Ainsi :

$$Q' = -19.2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

3. Transfert de masse

La masse perdue par la tige de verre correspond à la masse des électrons perdus :

$$m' = nm_e$$

Avec :

$$m_e = 9 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$$

On obtient :

$$m' = 12 \times 9 \times 10^{-31} = 1.08 \times 10^{-29}\,\mathrm{kg}$$

Cette masse est extrêmement faible et peut être considérée comme négligeable.

Conclusion : lors des phénomènes d'électrisation, le transfert de masse est négligeable ; la masse du système reste pratiquement constante.

Exercice 3

Les boules sont identiques, donc après mise en contact, les charges se répartissent également.

1. Contact entre les boules A et C

La conservation de la charge électrique impose :

$$\sum Q_i = \sum Q_f$$

Ainsi :

$$Q_A + Q_C = Q'_A + Q'_C$$

Or, comme les boules sont identiques :

$$Q'_A = Q'_C$$

Donc :

$$Q'_A = Q'_C = \frac{Q_A + Q_C}{2}$$

On obtient :

$$Q'_A = Q'_C = -\frac{3}{2}\,\mathrm{mC}$$

2. Contact entre les boules B et C

De la même manière :

$$Q'_B = Q''_C = \frac{Q_B + Q'_C}{2}$$

Ce qui donne :

$$Q'_B = Q''_C = \frac{3}{4}\,\mathrm{mC}$$

3. Charges finales

Les charges finales des boules sont donc :

$$Q'_A = -\frac{3}{2}\,\mathrm{mC}, \quad Q'_B = \frac{3}{4}\,\mathrm{mC}, \quad Q''_C = \frac{3}{4}\,\mathrm{mC}$$

4. Interaction entre les boules A et B

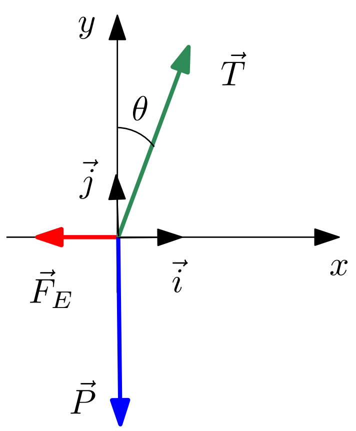
Les charges Q'_A et Q'_B sont de signes opposés.

$$\Rightarrow \text{Les boules A et B s'attirent.}$$

Exercice 4

Les deux balles ont été mises en contact $\Rightarrow$ même charge et même signe (negatif)

La balle suspendue étant à l'équilibre, la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur elle est nulle. La deuxième loi de Newton devient donc.



$$T\sin\theta - F_E = 0$$

$$T\cos\theta - mg = 0$$

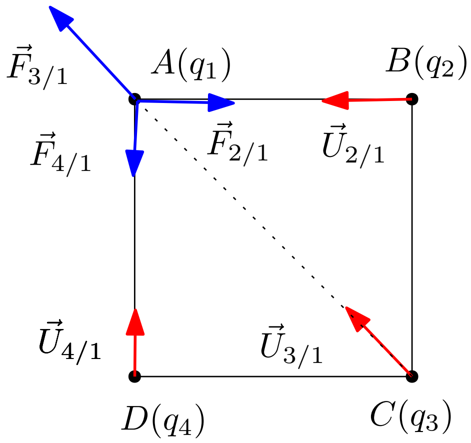
On obtien

$$F_E = mg\tan\theta = 1.03 \times 10^{-3} N$$

Les deux sphères ayant été mises en contact entre elles, on sait qu'elles portent une charge iden- tique $q_1 = q_2 = -3.38 \times 10^{-8} C$

Exercice 4

Exercice 5



1. La force appliquée sur la charge q_1 est nulle si et seulement si :

$$q \times Q < 0$$

Les vecteurs unitaires sont :

$$\vec{u}_{B\to A} = -\vec{i}, \qquad \vec{u}_{D\to A} = \vec{j}, \qquad \vec{u}_{C\to A} = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

Force totale appliquée sur q_A

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \vec{F}_{2/1} + \vec{F}_{3/1} + \vec{F}_{4/1}$$

Force exercée par q_2 sur q_1

$$\vec{F}_{2/1} = \frac{kq_1q_2}{AB^2}\vec{u}_{B\to A} = -\frac{kqQ}{a^2}\vec{i}$$

Force exercée par q_3 sur q_1

$$\vec{F}_{3/1} = \frac{kq_1q_3}{CA^2}\vec{u}_{C\to A} = \frac{kQ^2}{(\sqrt{2}a)^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) = \frac{kQ^2}{2\sqrt{2}a^2}(-\vec{i} + \vec{j})$$

Force exercée par q_4 sur q_1

$$\vec{F}_{4/1} = \frac{kq_4q_1}{DA^2}\vec{u}_{D\to A} = \frac{kqQ}{a^2}\vec{j}$$

Somme vectorielle

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = -\frac{kqQ}{a^2}\vec{i} + \frac{kQ^2}{2\sqrt{2}a^2}(-\vec{i} + \vec{j}) + \frac{kqQ}{a^2}\vec{j}$$

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \left(-\frac{kqQ}{a^2} - \frac{kQ^2}{2\sqrt{2}a^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{kqQ}{a^2} + \frac{kQ^2}{2\sqrt{2}a^2}\right)\vec{j}$$

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \frac{kQ}{a^2}\left[\left(-q - \frac{Q}{2\sqrt{2}}\right)\vec{i} + \left(q + \frac{Q}{2\sqrt{2}}\right)\vec{j}\right]$$

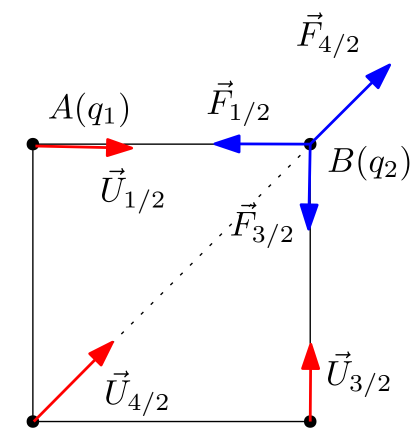
Condition d'équilibre

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \vec{0} \Longrightarrow \begin{cases} -q - \dfrac{Q}{2\sqrt{2}} = 0 \\ q + \dfrac{Q}{2\sqrt{2}} = 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \frac{q}{Q} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

2. La force appliquée sur la charge q_2 est nulle si et seulement si

$$q \times Q < 0$$



$$\vec{u}_{A\to B} = \vec{i}, \qquad \vec{u}_{C\to B} = \vec{j}, \qquad \vec{u}_{D\to B} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

La force totale appliquée sur q_B : $\qquad \vec{F}_{\text{Tot}} = \vec{F}_{1/2} + \vec{F}_{3/2} + \vec{F}_{4/2}$

$$\vec{F}_{2/1} = \frac{kq_1q_2}{AB^2}\,\vec{u}_{A\to B} = \frac{kqQ}{a^2}\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_{3/4} = \frac{kq_3q_4}{CB^2}\,\vec{u}_{C\to B} = \frac{kqQ}{a^2}\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_{3/2} = \frac{kq_2q_3}{DB^2}\,\vec{u}_{C\to B} = \frac{kq^2}{(\sqrt{2}a)^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) = \frac{kq^2}{2\sqrt{2}a^2}(\vec{i}+\vec{j})$$

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \frac{kqQ}{a^2}\vec{i} + \frac{kq^2}{2\sqrt{2}a^2}(\vec{i}+\vec{j}) + \frac{kqQ}{a^2}\vec{j}$$

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \left(\frac{kqQ}{a^2} + \frac{kq^2}{2\sqrt{2}a^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{kqQ}{a^2} + \frac{kq^2}{2\sqrt{2}a^2}\right)\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{F}_{\text{Tot}} = \frac{kq}{a^2}\left[\left(Q + \frac{q}{2\sqrt{2}}\right)\vec{i} + \left(Q + \frac{q}{2\sqrt{2}}\right)\vec{j}\right]}$$

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \vec{0} \implies \begin{cases} Q + \dfrac{q}{2\sqrt{2}} = 0 \\ Q + \dfrac{q}{2\sqrt{2}} = 0 \end{cases} \implies \boxed{\frac{q}{Q} = -2\sqrt{2}}$$