Université A.Mira de Béjaia
Faculté de la technologie
2ème année ST

Jeudi 16 juin 2011

Examen RDM (option : Génie Mécanique)

Exercice1 (4 pts)

Un arbre étagé encastré en A (fig. 1) est soumis à un moment de torsion M_t à son extrémité libre C.

On donne : L=1m, D=5cm, $G=8\times10^4 N/mm^2$

1- Calculer l'angle de torsion total que subit l'arbre si M_t=500N.m

2- Quelle doit être l'intensité de ce couple de torsion pour que les sections A et B tournent l'une par rapport à l'autre de 0.3°.

Déduire l'angle de torsion des deux sections d'extrémités A et C.

(NB : les questions 1 et 2 sont indépendantes)

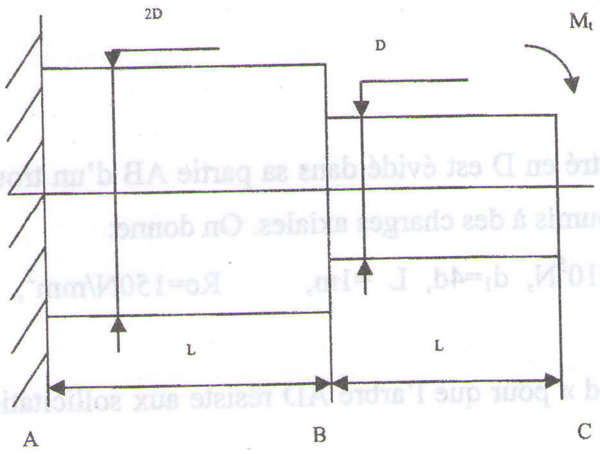


Fig.1

Exercice2 (3,5 pts)

Un essai de torsion effectué sur un cylindre plein d'acier de diamètre d=10mm a donné les résultats suivants :

Sous l'action d'un couple de torsion M_t=37N.m l'angle de torsion relatif de deux sections distantes de 200mm est de 5°, et la limite élastique R_g est atteinte sous un couple de torsion M_t'=39.5N.m

1- Déterminer le module d'élasticité transversal G.

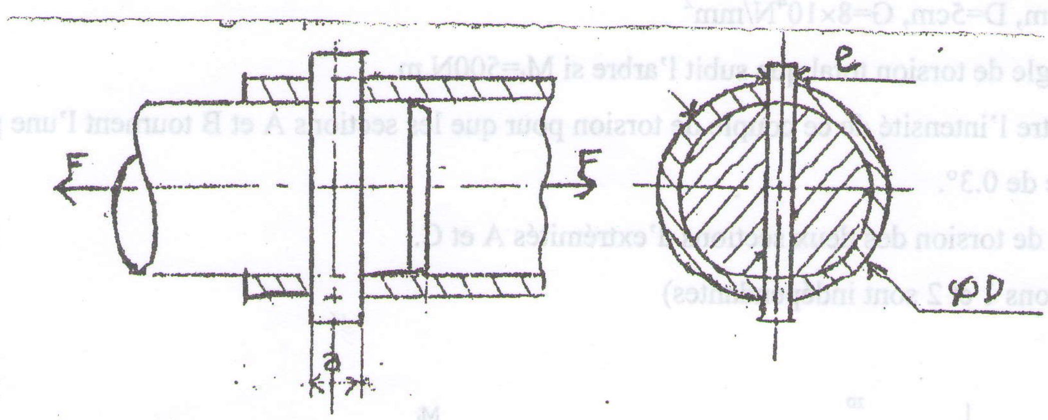
2- Déterminer la limite d'élasticité R_g et l'angle de torsion unitaire correspondant.

Exercice3 (4,5 pts)

On veut assembler un tube de diamètre D=30cm avec une tige de diamètre d=20cm en utilisant une clavette d'épaisseur e=5mm et de résistance pratique au cisaillement R_{pg}=150N/mm^2.

1- Calculer la largeur « a » de la clavette. On donne pour celà F=35KN

2- Calculer le module d'élasticité transversal G si sous une contrainte de cisaillement de 16daN/mm^2 la déformation est de 2×10^{-3} rad.



Exercice4 (8 pts)

Un élément d'arbre AD encastré en D est évidé dans sa partie AB d'un trou cylindrique de diamètre d (figure 3) . Cet arbre est soumis à des charges axiales. On donne:

$F_1=3\times10^5$ N, $F_2=11\times10^5$N, $F_3=16\times10^5$N, d_1=4d, L =1m, Re=150N/mm^2, Rp=100N/mm^2, E=10^5N/mm^2

1- Déterminer le diamètre minimal « d » pour que l'arbre AD résiste aux sollicitations qui lui sont appliquées.

2- Soit d=25mm, calculer l'allongement total de l'arbre AD.

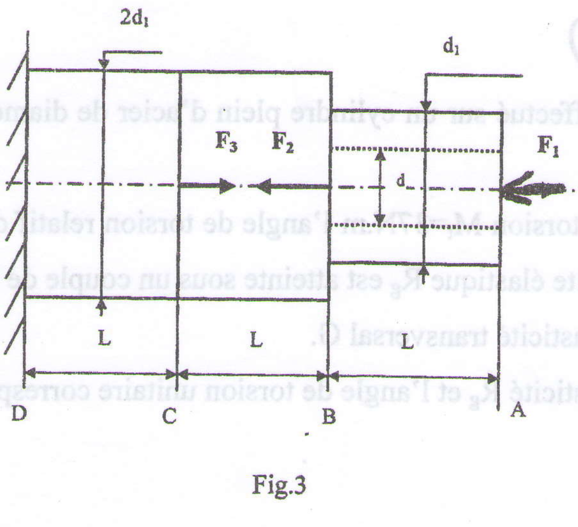


Fig.3

Corrigé de l'examen RDM

$2^{ème}$ Année ST (G.M)

Exo4. (8 pts, Qu1 : 5.25 pts / Qu2 : 2.75 pts)

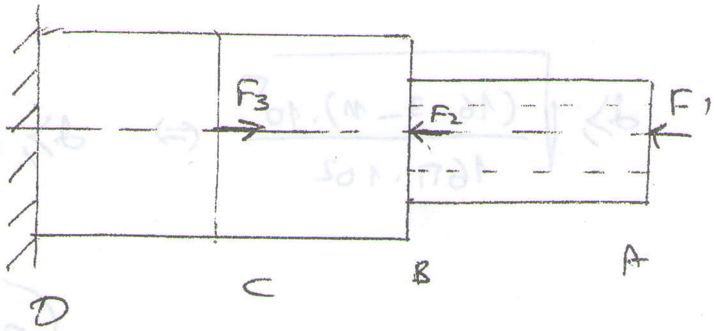
$F_1 = 3.10^5 N$, $F_2 = 11.10^5 N$, $F_3 = 16.10^5 N$.

$d_1 = 4d$

$L = 1m$

$E = 10^5 N/mm^2$

$R_p = 100 N/mm^2$.

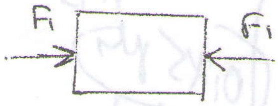


1) $d_{min} = ?$

cd de résistance $\sigma = \frac{F}{S} \leq R_p$ 0,75 pts

• Zone AB.

$$\sigma_{AB} = \frac{F_1}{S_1} \overset{0,125}{=} \frac{F_1}{\underset{0,125}{\frac{\pi}{4}}\left[(4d)^2 - d^2\right]} \leq R_p$$



La partie AB est soumis à la compression 0,25 pts

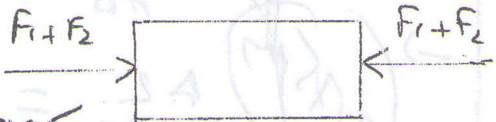
$$\Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4F_1}{15\pi R_p}} \quad 0,25 \text{ pts}$$

A.N.

$$d \geq \sqrt{\frac{4\times3.10^5}{15\pi.10^2}} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4}{5\pi}.10^3} \Rightarrow d \geq 15,96mm \quad 0,25 \text{ pts}$$

• Zone BC.

$$F \overset{0,5}{=} F_1 + F_2$$



$$S_2 = \frac{\pi}{4}(2d_1)^2 = \frac{\pi}{4}(2.4.d)^2 \overset{0,25}{=} 16\pi d^2$$

La partie BC est soumis à la compression 0,25

$$\sigma_{BC} = \frac{F_1+F_2}{16\pi d^2} \leq R_p \Leftrightarrow d \geq \overset{0,25}{\sqrt{\frac{F_1+F_2}{16\pi R_p}}}$$

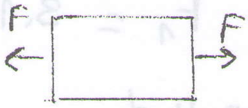
A.N. $\quad d \geq \sqrt{\dfrac{(3+11).10^5}{16\pi.10^2}} \Leftrightarrow d \geq \sqrt{\dfrac{14.10^3}{16\pi}} \Leftrightarrow \underline{d \geq 16,69\ mm}$ 0,25 pts

• Zone CD.

0,5

$F = F_3 - F_1 - F_2 \quad , \quad S_3 = 16\pi d^2$ 0,25

$\sigma_{CD} = \dfrac{F}{S_3} \leq R_p \Rightarrow d \geq \sqrt{\dfrac{F_3 - F_1 - F_2}{16\pi R_p}}$ 0,25



la partie CD est soumise à la traction 0,25

A.N. $\quad d \geq \sqrt{\dfrac{(16-3-11).10^5}{16\pi.10^2}} \Leftrightarrow d \geq \sqrt{\dfrac{2.10^3}{16\pi}} \Leftrightarrow d \geq 6,31\ mm$ 0,25 pts

Donc $d \geq 16,69 \Rightarrow \underline{d_{min} = 17\ mm}$ 0,25 pts

2 – Allongement total ΔL_{AD} ($d = 25\ mm$).

On a : $\Delta L = \dfrac{F}{ES} . L$ 0,5

$$\begin{cases} \Delta L_{AB} = \dfrac{-F_1}{E . \frac{15\pi}{4} d^2} . L \\ \Delta L_{BC} = \dfrac{-(F_1 + F_2)}{E . 16\pi d^2} . L \\ \Delta L_{CD} = \dfrac{F_3 - F_1 - F_2}{E . 16\pi d^2} . L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta L_{AB} = \dfrac{-3.10^5}{10^5 . \frac{15\pi}{4} (25)^2} . 10^3 \\ \Delta L_{BC} = \dfrac{-14.10^5}{10^5 . 16\pi (25^2)} . 10^3 \\ \Delta L_{CD} = \dfrac{2.10^5 . 10^3}{10^5 . 16\pi (25)^2} \end{cases}$$

0,75 pts

$$\begin{cases} \Delta L_{AB} = \dfrac{-3 \times 4}{15\pi . (25)^2} . 10^2 = -0,0407\ mm \\ \Delta L_{BC} = \dfrac{-14}{16\pi . 25^2} . \dfrac{10^7}{10^5} = -0,0445\ mm \\ \Delta L_{CD} = \dfrac{2}{16\pi . (25)^2} . 10^2 = 6,36 . 10^{-2}\ mm \end{cases}$$

0,75 pts

②

On a : $\Delta L_{AD} = \Delta L_{AB} + \Delta L_{BC} + \Delta L_{CD}$ (0,5 pts)

et donc $\Delta L = \left(-0{,}0407 - 0{,}0445 + 6{,}36.10^{-3}\right).$

$\Rightarrow \quad \underline{\Delta L = - \cancel{0{,}}\,0{,}788 \ \text{mm}}$ (0,25 pts)

Exo 3. (4,5 pts, Qu 1 : 3, Qu 2 : 1,5)

1. Cd de résistance $\tau \leq R_{pg}$ 0,75

$\tau = \frac{F}{S}$ tq $S = 2a.e$ 0,25 1

$\Rightarrow \frac{F}{2a.e} \leq R_{pg} \Rightarrow a \geq \frac{F}{2e.R_{pg}}$

AN $a \geq \frac{35.10^3}{2 \times 5 \times 150} \Leftrightarrow$ $\underline{a \geq 23,33\ mm}$ 0,75 0,25 pts

2. $\tau = 16\ daN/mm^2$, $\gamma = 2.10^{-3}$ rad.

$\tau = G.\gamma \Rightarrow G = \frac{\tau}{\gamma}$ 1 A.N : $G = \frac{160}{2.10^{-3}}$

$\underline{G = 8.10^{+4}\ N/mm^2}$. 0,5 pts

Exo 1. (4 pts, Qu 1 : 2,25 pts, Qu 2 : 1,75 pts)

1. $M_t = 500\ N.m$.

L'angle de torsion total α :

$\alpha = \alpha_{AB} + \alpha_{BC}$ 0,75 tq : $\begin{cases} \alpha_{AB} = \frac{M_t}{G I_{AB}} . L_{AB} \\ \alpha_{BC} = \frac{M_t}{G I_{BC}} . L_{BC} \end{cases}$ 0,5 pts

$\alpha = \frac{M_t}{G I_{AB}} L + \frac{M_t}{G I_{BC}} . L$

$\alpha = \frac{M_t . L}{G} \left[\frac{1}{I_{AB}} + \frac{1}{I_{BC}} \right]$

$$\alpha = \frac{32 M_t}{\pi G} \cdot L \left[\frac{1}{d_{AB}^4} + \frac{1}{d_{BC}^4} \right]$$ 0,5 pts

AN.

$$\alpha = \frac{32 \cdot 500 \cdot 10^3}{\pi \cdot 8 \cdot 10^4} \cdot 10^3 \left[\frac{1}{50^4} + \frac{1}{100^4} \right]$$

$$\underline{\alpha = 0{,}0108\ rad}$$ 0,5 pts

$$\alpha = 0{,}0108 \cdot \frac{180}{\pi} = 0.62^{\circ}$$

2. $\alpha_{AB} = 0{,}3^{\circ}$

on a : $\alpha_{AB} = \frac{M_t}{G I_{AB}} \cdot L_{AB} \Rightarrow M_t = \frac{\alpha_{AB} \cdot G I_{AB}}{L}$ 0,5 pts

AN.

$$M_t = \frac{0{,}3\pi}{180} \cdot \frac{8 \cdot 10^4}{10^3} \cdot \frac{\pi}{32} \left(10^2\right)^4$$

$$\underline{M_t = 411{,}23 \times 10^4\ N.m}$$ 0,5 pts

$$\alpha = \alpha_{AB} + \alpha_{BC} = \frac{M_t}{G} L \left[\frac{1}{I_{AB}} + \frac{1}{I_{BC}} \right]$$

$$\alpha = \frac{32 M_t}{G\pi} \cdot L \left[\frac{1}{d_{AB}^4} + \frac{1}{d_{BC}^4}\right]$$ 0,5 pts

$$\alpha = \frac{32 \times 411.10^4}{8.10^4.\pi} \cdot 10^3 \left[\frac{1}{50^4} + \frac{1}{105^4}\right]$$

$$\underline{\alpha = 0,0889 \text{ rad}}$$ 0,25 pts

$$\alpha = 5,09^\circ$$

<u>Exo 2</u> (3,5 pts, Qu 1 : 1 pt, Qu 2 : 2,5 pts)

$M_t = 37,5 \text{ N.m} \longrightarrow \alpha = 5^\circ$ $\qquad L = 200 \text{ mm}$

et $M_t' = 39,5 \text{ N.m} \longrightarrow \tau_{max} = R_g$ $\qquad d = 10 \text{ mm}$

1. $M_t = G \cdot \frac{\alpha}{L} \cdot I_0 \Rightarrow G = \frac{M_t \cdot L}{\alpha I_0}$ 0,5 pts

<u>AN.</u> $$G = \frac{37.10^3 \cdot 2.10^2}{\frac{5\pi}{180} \cdot \frac{\pi}{32}(10)^4} = 8.64.10^4 \text{ N/mm}^2$$

0,5 $\underline{G = 8.64.10^4 \text{ N/mm}^2}$

2. $\tau = \frac{M_t}{I_0} \cdot \rho$

$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_0} \cdot \frac{d}{2}$ pour $M_t = M_t'$ 0,75 $\quad \tau_{max} = R_g$ 0,5 pts

$\Rightarrow R_g = \frac{32 M_t}{\pi d^4} \cdot \frac{d}{2} \Rightarrow R_g = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$

A.N. $$R_g = \frac{16 \times 39.5 . 10^3}{\pi (10)^3} \Leftrightarrow R_g = 201,17 \text{ N/mm}^2$$

0,5

$$\theta = \frac{\alpha}{L} \text{ et } M_t' = G . \theta . I_0$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{M_t'}{G . I_0}$$ 0,5 pts

A.N. $$\theta = \frac{37.5 . 10^3}{8,64 . 10^4 \frac{\pi}{32} (10)^4} \Leftrightarrow \theta = 0,46 . 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{mm}}$$

0,25 pts