RDM GM

II- Deux cylindres sont collés comme l'indique la figure (2.b). La résistance à la rupture par traction de la colle est de $240 daN/cm^2$, sa résistance pratique au cisaillement est de $180 daN/cm^2$. La colle est répartie uniformément sur le cylindre de diamètre $30mm$ et de longueur L inconnue. L'effort F supporté par le montage est de $2600 daN$. Calculer la longueur « L » minimale à donner au joint collé du montage.

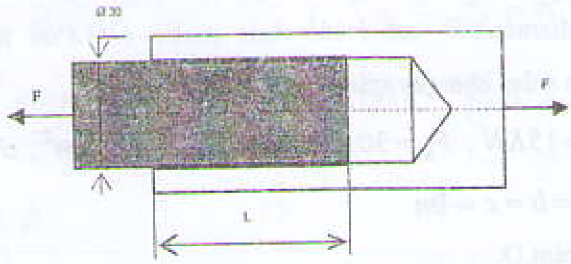


Fig.2b

(N.B : les questions I et II sont indépendantes)

Exercice3 (2+2+1=5pts)

Soit la section définie par la figure 3.

1- Déterminer les coordonnées de son centre de gravité G.

2- Calculer son moment d'inertie par rapport aux axes ox et oy.

3- Déduire son moment d'inertie par rapport aux axes GX et GY, ($ox // GX$ et $oy // GY$).

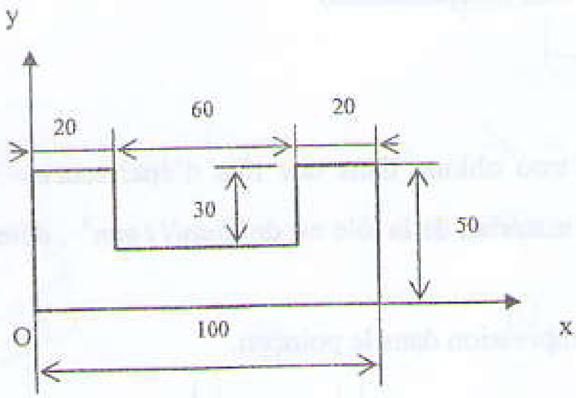


Fig.3

Exercice4 (2.5+1.25+1.25=5pts)

Les sections extrêmes d'un arbre de diamètre $d = 30mm$, de longueur $L = 3m$, ont tourné l'une par rapport à l'autre d'un angle de 4 degrés. L'arbre est en acier : $G = 8 \times 10^4 N/mm^2$.

1- Déterminer la contrainte tangentielle τ_{max} dans cet arbre.

Déduire la valeur de la déformation.

2- Quelle est la valeur du moment de torsion M_t qui le sollicite.

3- Déduire la puissance transmise sachant que la vitesse de rotation est $1000 tr/mn$.

Corrigé de l'EMD RDM (GM) Mai 2012

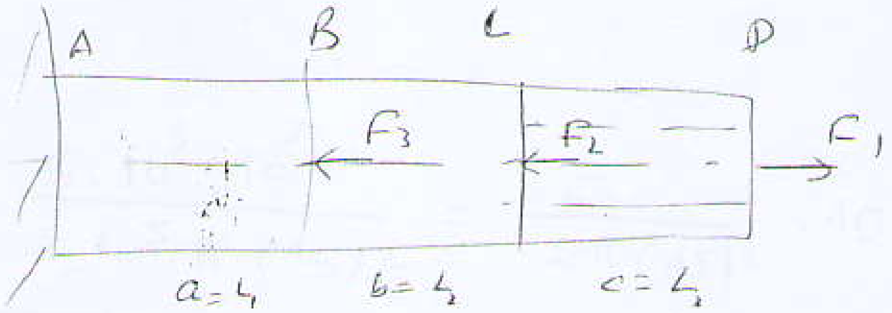
Exo 1 (3,5 + 1,5 pts)

$E = 2.10^5 \ N/mm^2$. $D = 2d$. $d = 15 \ mm$.

$L_1 = L_2 = L_3 = 1 \ m$.

$F_1 = 20 \ KN$, $F_2 = 15 \ KN$, $F_3 = 30 \ KN$.

I Calculons L'allongement total. (1+1+1+0,5 = 3,5 pts)



* zone CD.

0,25
traction

$$\Delta L = \frac{NL}{ES}$$

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 . L_1}{E S_1} \quad \text{avec} \quad L_1 = L, \quad S_1 = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

$$S_1 = \frac{\pi}{4}(4d^2 - d^2) \quad 0,25$$

$$N_1 = F_1$$

$$\boxed{\Delta L_1 = \frac{4 F_1 . L}{(3\pi d^2) E}} \quad 0,25$$

A.N.

$$\Delta L_1 = \frac{4 \times 20.10^3 . 10^3}{(3\pi (15)^2) . 2.10^5} = \frac{8}{2.3\pi(15)^2} . \frac{10^7}{10^5}$$

$$\boxed{\Delta L_1 = 0,18872 \ mm} \quad 0,25$$

zone BC.

$$\Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{E S_2} \quad \boxed{0{,}25}$$

traction
0,25

$N_2 = F_1 - F_2$, $S_2 = \frac{\pi}{4}(D^2) = \frac{\pi}{4}(2d)^2 = \pi d^2$.

0,25

$$\boxed{\Delta L_2 = \frac{(F_1 - F_2) L}{E . \pi d^2}}$$

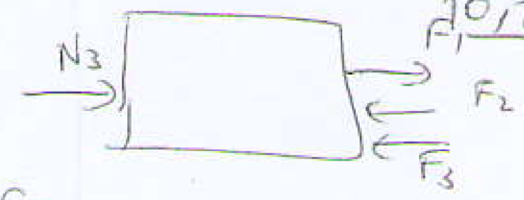
A.N.

$$\Delta L_2 = \frac{5.10^3 . 10^3}{2.10^5 \pi (15)^2} = \frac{5}{2\pi (15)^2} . 10$$

$$\boxed{\Delta L_2 = + 0{,}03538 \text{ mm}} \quad \boxed{0{,}25}$$

+ zone AB.

Compression
0,25



$$\Delta L_3 = \frac{N_3 L_3}{E S_3} \quad , \quad N_3 = F_2 + F_3 - F_1 \quad \boxed{0{,}25}$$

$$\boxed{\Delta L_3 = \frac{(F_2 + F_3 - F_1) . L}{E \pi d^2}}$$

$S_3 = \pi d^2$ $\boxed{0{,}25}$

A.N.

$$\Delta L_3 = \frac{(15 + 30 - 20) 10^3 . 10^3}{2.10^5 . \pi (15)^2} = \frac{25 . 10^6}{2 . \pi (15)^2 . 10^5}$$

$$\boxed{\Delta L_3 = - 0{,}17693 \text{ mm}} \quad \boxed{0{,}25}$$

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 \quad \boxed{0{,}25}$$

$$\boxed{\Delta L = + 0{,}0471 \text{ mm}} \quad \boxed{0{,}25}$$

με d: l' πρό αυξ. διάμ. $V_0 = \frac{\pi d^2}{4} L$

// // μετά διάμ. $V = \frac{\pi}{4} d'^2 L'$ $\underline{\boxed{0,25}}$

$$V - V_0 = \frac{\pi}{4} d'^2 L' - \frac{\pi}{4} d^2 L$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{d'^2 L' - d^2 L}{d^2 L}$$

$\varepsilon_d = -\nu\, \varepsilon_x$ $\underline{0,25}$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{1}{d^2 L}\left[(d - \Delta d)^2 (L + \Delta L) - d^2 L\right]$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{1}{d^2 L}\left[\cancel{d^2 L} - 2 d \Delta d \cdot L - \cancel{d^2 L} + d^2 \Delta L\right]$$ 0,25

1,0 $\underline{\boxed{0,25}}$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{d^2 \Delta L}{d^2 L} - \frac{2 d \Delta d L}{d^2 L}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta L}{L} - 2\frac{\Delta d}{d}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_x - 2\varepsilon_d = \varepsilon_x - 2\nu\varepsilon_x$$

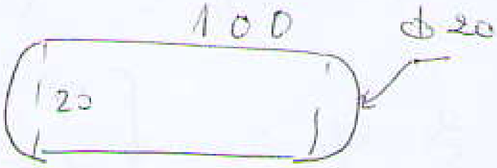
$\frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_x (1 - 2\nu) \neq 0$ γιατί $\nu \neq 0,5$

$\underline{\boxed{0,5}}$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V_0} \neq 0}$$

02 · $e = 3\,mm$, $R_g = 25\,daN/mm^2$

1 · cd de rupture par cis



$\tau \geq R_g$ 0,5

$\frac{F}{S} \geq R_g \iff \boxed{F \geq S \cdot R_g}$

$S = (100 \cdot e) \cdot 2 + \pi d \cdot e = e\left[\pi d + 200\right]$

$S = 3\left[200 + 20 \cdot \pi\right]$ 0,5

$F \geq 3(200 + 20\pi) \cdot R_g$

AN $F \geq 3(200 + 20\pi) \cdot 25 \iff \boxed{F \geq 19712\,daN}$ 0,25

$\boxed{F_{min} = 19712\,daN}$

$\sigma = \frac{F}{S}$ 0,25 avec $S = 100 \times 20 + \frac{\pi}{4} \cdot (20)^2$

$S = 2 \cdot 10^3 + \pi \cdot 10^2$ 0,5

$\sigma = \frac{F}{10^2(\pi + 20)}$; AN. $\sigma = \frac{19712}{(\pi + 20) \cdot 10^2}$

$\Rightarrow \boxed{\sigma = 8{,}52\,daN/mm^2}$ 0,25

II. $R_{pg} = 180\,daN/cm$, $R_r = 240\,daN/cm^2$.

$F = 2600\,daN$, $d = 30\,mm$.

cd de resistance $\tau \le R_{pg}$ 0,75

$S = \pi d L$ 1

$\Rightarrow \frac{F}{S} \le R_{pg}$

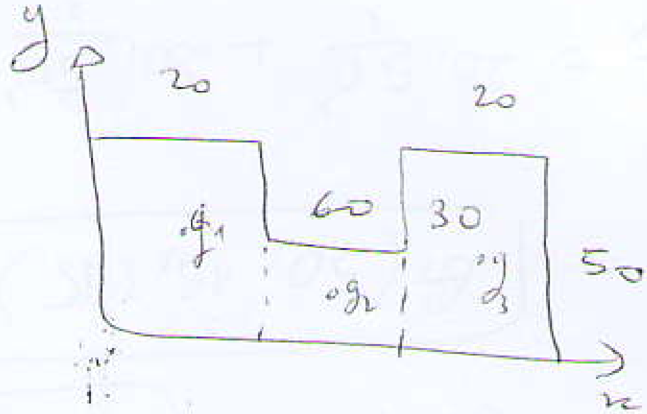
$\Leftrightarrow \frac{F}{\pi d L} \le R_{pg} \Rightarrow \boxed{L \geq \frac{F}{\pi d R_{pg}}}$ 0,25

A.N

$L \geq \frac{260\cancel{0}}{\pi \cdot 3 \cdot 18\cancel{0}} = \frac{260}{54\pi} = 1{,}53\,cm$

$\boxed{L_{min} = 15{,}33\,mm}$ 0,5

Exo 3.



1. $G(x_G, y_G)$.

• Symétrie de (S) nous donne.

$x_G = \frac{100}{2} = 50$ 0,25

• $y_G = \frac{M_{s/x}}{S}$ 0,5

$M_s = \sum M_s^i = M_s^{①} + M_s^{②} + M_s^{③}$ 0,25

$M_s^{①} = S_1 \cdot d_1 : \begin{cases} S_1 = 20 \cdot 50 = 10^3 \\ d_1 = \frac{50}{2} = 25 \end{cases}$ 0,25

$M_s^{②} = S_2 \cdot d_2 : \begin{cases} S_2 = 60 \cdot 20 = 12 \cdot 10^2 \\ d_2 = 10 \end{cases}$ 0,25

$M_s^{③} = S_3 \cdot d_3 \quad \begin{cases} S_3 = 20 \times 50 = 10^3 \\ d_3 = 25 \end{cases}$ 0,5

$$S^T = 10^3 + 12.10^3 + 10^3 = 10^3(10 + 10 + 12)$$

$$\boxed{S^T = 32.10^3}$$

$$M_s = 25.10^3 + 12.10^3 + 25.10^3 = (25 + 25 + 12).10^3$$

$$\boxed{M_s = 62.10^3 \text{ mm}^4}$$

$$y_G = \frac{62.10^4}{32.10^3} \Leftrightarrow \boxed{y_G = 19,375 \text{ mm}} \quad \underline{0,25}$$

$$\boxed{G(50, 19,375) \text{ mm}}$$

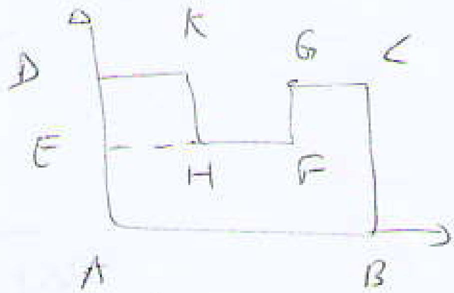
$$\cdot I_x = 20.\frac{50^3}{3} + 20.\frac{50^3}{3} + 60.\frac{20^3}{3}$$

$$I_x = \left(\frac{2.5^3}{3}.10^4\right)2 + 6.\frac{2^3}{3}.10^4$$

$$I_x = \left(\frac{4}{3}.5^3 + \frac{6}{3}.2^3\right)10^4 \Rightarrow \boxed{I_x = 182,67.10^4 \text{ mm}^4} \quad \underline{1}$$

$$I_y = I_y^{ABCD} - I_y^{HFGK}$$

$$I_y = I_y^{ABCD} - \left[I_y^{EFGD} - I_y^{EHKD}\right]$$



$$I_y = 50.\frac{10^6}{3} - \left[30.\frac{80^3}{3} - 30.\frac{20^3}{3}\right]$$

$$I_y = \frac{5}{3}.10^{7} - \left[8^3.10^4 - 8.10^4\right]$$

$$\begin{cases} I_{Gx} = I_{Ox} - S d^2 \\ I_{yG} = I_{Oy} - S d'^2 \end{cases} , \quad d = y_G , \; d' = x_G \qquad 0,5$$

$$I_{Gx} = (182,67.10^4) - (32.10^2).(19,375)^2$$

$$\boxed{I_{Gx} = 6254,5.10^2 \; mm^4} \quad 0,25$$

$$I_{Gy} = (1162,67.10^4) - (32.10^2).50^2$$

$$\boxed{I_{Gy} = 36267.10^2 \; mm^4} \quad 0,25$$

Exo 4. $d = 30mm$, $L = 3m$, $\alpha = 4°$.

$G = 8.10^4 \; N/mm^2$.

1. $\tau_{max} = G\theta \rho_{max} = G.\frac{\alpha}{L}.\frac{d}{2}$,

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{G.\alpha.d}{2L}} \quad 0,75$$

AN.

$$\tau_{max} = \frac{8.10^4 . 4\pi}{180} . \frac{30}{2.3.10^3}$$

$$\tau_{max} = \frac{4.240\pi}{6.18} = \frac{4.40\pi}{18}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau = 28 \; N/mm^2} \quad 0,5$$

$$\tau = G.\gamma \Leftrightarrow \boxed{\gamma = \frac{\tau}{G}}$$

A.N.

$$\gamma = \frac{28}{8.10^4} \Leftrightarrow \boxed{\gamma = 3.5.10^{-4}} \quad 0,75$$

2. $\boxed{M_t = G\theta I_0}$ 0,75 $\left(\text{ou } M_t = \frac{\tau_{max} . I_0}{V_{max}} \right)$

A.N. $M_t = 8.10^4 . \frac{4\pi}{180.3.10^3} . \frac{\pi}{32}(30)^4$

$$M_t = \frac{\pi^2}{18 \times 3} . \frac{10^4}{10} = \frac{3\pi^2}{2} . 10^4 \text{ N.mm}$$

$$\boxed{M_t = 150 \text{ N.m}} \quad 0,5$$

3. $P = M_t . w \Rightarrow \boxed{P = \frac{\pi N}{30} M_t}$ 0,75

A.N.

$$P = \frac{\pi . 10^3}{30} . 150 = 5\pi . 10^3$$

$$P = 15,7.10^3 \text{ W}$$

$$\boxed{P = 15,7 \text{ KW}} \quad 0,5$$