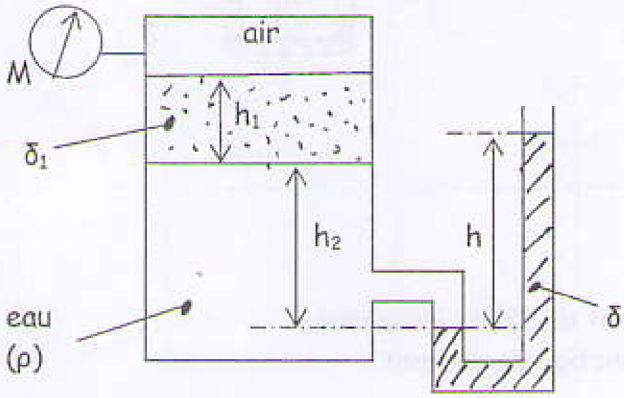
Université A.MIRA de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie.2eme année
Module de Mécanique des Fluides

Année 2012/2013

# EXAMEN DE RATTRAPAGE

## Exercice 1 (04 pts)




Dans le réservoir clos de la figure ci-contre, calculer la valeur affichée par le manomètre M, en $kgf/cm^2$.

On donne :

$\rho = 10^3\ kg/m^3$ ; $g = 9{,}81\ m/s^2$ ; $\delta_1 = 0{,}9$ ;
$\delta = 13{,}6$ ; $h = 60\ cm$ ; $h_1 = 25\ cm$ ; $h_2 = 40\ cm$.

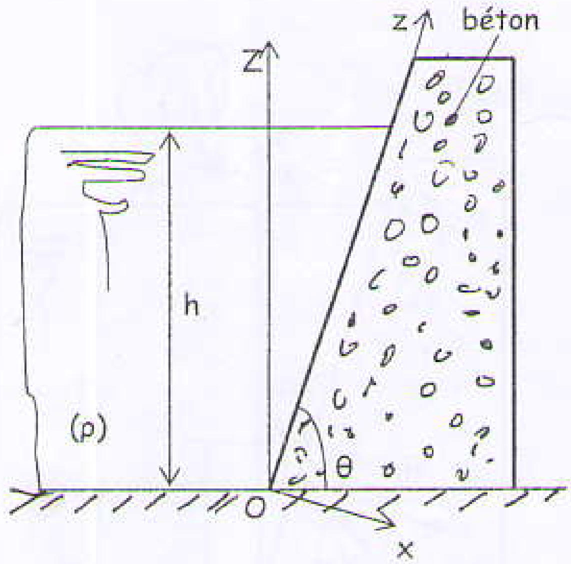
---

## Exercice 2 (08 pts)

Dans le but d'étudier la stabilité d'un barrage-poids, on analyse la poussée de l'eau sur l'ouvrage.

Deux repères sont définis sur la figure ci-contre :

- OZ, axe vertical ascendant
- Oxyz, tel que Oxz soit un plan de symétrie pour la paroi inclinée en contact avec l'eau de la retenue.




On notera :

- z = ordonnée d'un point M quelconque de l'axe Oz
- $z_C$ = ordonnée du centre de poussée
- h = hauteur de l'eau retenue
- l = longueur du barrage
- $\theta$ = inclinaison de la paroi

On supposera une pression atmosphérique uniforme entre la base et le sommet du barrage.

1°) - Exprimer littéralement la pression effective au point M, en fonction de z, h et $\theta$.

2°) -Donner l'expression de la force élémentaire $\overrightarrow{dF}$ s'exerçant sur un élément de surface $dS = l\,dz$.

3°) -Déduire l'expression de la résultante $\vec{F}$ des forces de pression sur la paroi.

4°) -Donner l'expression littérale de l'ordonnée $z_C$ du centre de poussée C, en fonction de h et $\theta$.

5°) -Calculer numériquement F et $z_C$ pour :

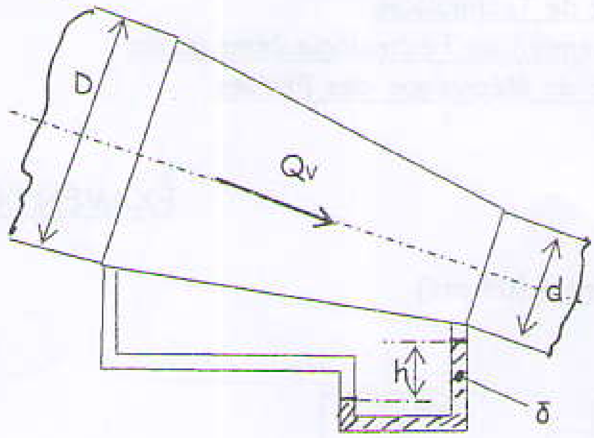
$\rho = 10^3 kg/m^3$ ; $g = 10 m/s^2$ ; $h = 50 m$ ; $l = 180 m$ ; $\theta = 70°$.

Exercice 3 (05 pts)

Déterminer le débit d'eau $Q_V$ qui traverse la conduite de la figure ci-contre, de haut en bas, en l'absence de frottements.

On donne :

$\rho = 10^3 kg/m^3$ ; $g = 9{,}81 m/s^2$ ; $\delta = 13{,}6$ ;
$D = 40cm$ ; $d = 15cm$ ; $h = 15cm$ .




---

Questions de cours (03 pts)

Pour un écoulement plan permanent de fluide isovolume ;

1°)- Donner la définition du potentiel des vitesses et de la fonction de courant.
2°)- Donner la définition d'une ligne de courant.
3°)- Montrer que l'équation générale des lignes de courant s'écrit sous la forme : $\Psi(x, y) = \text{constante}$.

---

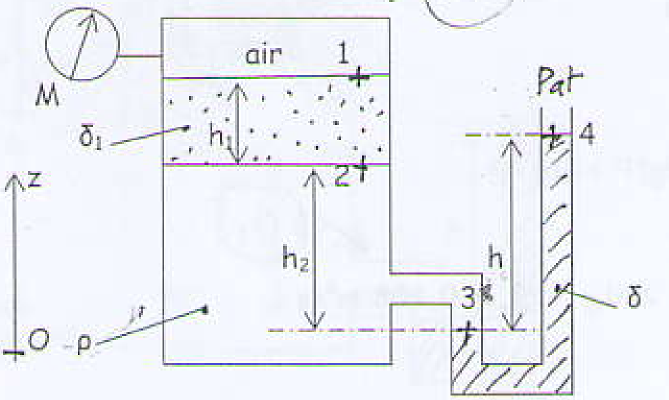
…versité A.MIRA de Béjaia
…aculté de Technologie
Département de Technologie.2eme année
Module de Mécanique des Fluides

Année 2012/2013

# CORRIGE DE L'EXAMEN DE RATTRAPAGE

## Exercice 1 (04 pts)

0,5




L'EFH appliquée aux points (1) à (4) pris deux à deux dans le même liquide, donne :

* Entre (1) et (2) dans $\delta_1$ :

$p_2 - p_1 = \rho\delta_1 g h_1$ (a) 0,5

* Entre (2) et (3) dans l'eau :

$p_3 - p_2 = \rho g h_2$ (b) 0,5

* Entre (3) et (4) dans δ :

$p_3 - p_4 = \rho\delta g h$ (c) 0,5

En additionnant membre à membre - (a) - (b) + (c), on obtient : $p_1 - p_4 = \rho g(\delta h - \delta_1 h_1 - h_2)$ 0,5

Or : $p_4 = p_{at}$ ⇒ $p_1 - p_4 = p_1 - p_{at} = p_{1e}$ affichée par le manomètre ; soit en $kgf/cm^2$ 0,5

$p_{1e} = (\delta h - \delta_1 h_1 - h_2)/10$ 0,5

A.N. : $p_{1e} = 0{,}754\ kgf/cm^2$ 0,5

---

## Exercice 2 (08 pts)

1°) - Expression littérale de la pression $p_{Me}$

En applicquant l'EFH entre M et M' de la surface libre, on obtient : $p_M - p_{M'} = \rho g(h - Z)$ 0,5

or : $p_{M'} = p_{at}$ ⟹ $p_M - p_{M'} = p_{Me}$ et avec $Z = z\sin\theta$ 0,5

on obtient : $p_{Me} = \rho g(h - z\sin\theta)$ 0,5

2°) - Expression littérale de dF

Par définition, on a : 0,5

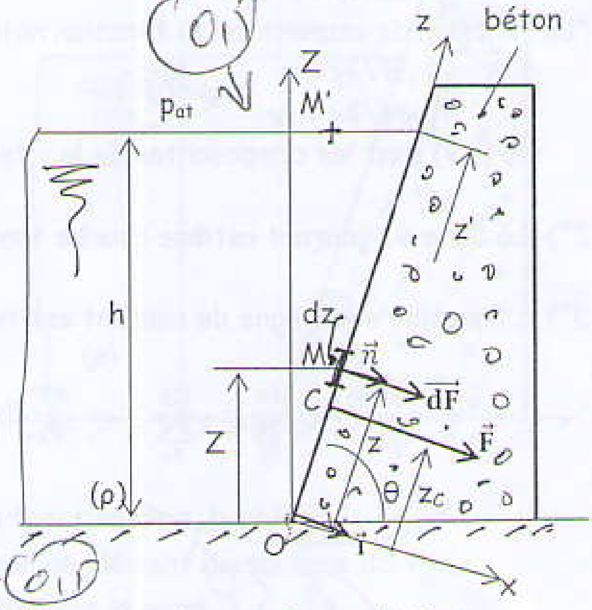
0,5 $\overrightarrow{dF} = p_{Me}\vec{n}dS$ avec : $\vec{n} = \vec{i}$ ; $dS = l dz$, on obtient en remplaçant $p_{Me}$ par sa valeur trouvée ci-dessus :

$\overrightarrow{dF} = \rho g(h - z\sin\theta) l dz\ \vec{i}$ 0,5

3°) -Expression littérale de la résultante $\vec{F}$

$\vec{F} = \int d\vec{F} = \rho g l \vec{i} \int_0^{z'} (h - z\sin\theta)dz$ 0,5

avec $z' = h/\sin\theta$, on obtient : $\vec{F} = (\rho g l h^2/2\sin\theta)\ \vec{i}$ 0,5




4°) - Expression littérale de $z_C$

On détermine l'ordonnée $z_C$ en écrivant que : $\vec{M}_O(\vec{F}) = \int_0^{z'} \vec{M}_O(\overrightarrow{dF})$. En projection sur Oy, on obtient :

$F.\ z_C = \int_0^{z'} z dF = \rho g l \int_0^{z'} z(h - z\sin\theta)dz$ ⟺ $(\rho g l h^2/2\sin\theta).z_C = \rho g l \int_0^{z'} (zh - z^2\sin\theta)dz$

⟺ $(\rho g l h^2/2\sin\theta).z_C = \rho g l(z'^2 h/2 - z'^3\sin\theta/3)$ 0,5

et sachant que $z' = h/\sin\theta$, on obtient : 0,5

$z_C = h/3\sin\theta$ 0,5

5°) - Application numérique 0,5

$F = 239.10^7\ N$ ; $z_C = 17{,}74\ m$

0,5 0,5

Exercice 3 (05 pts)

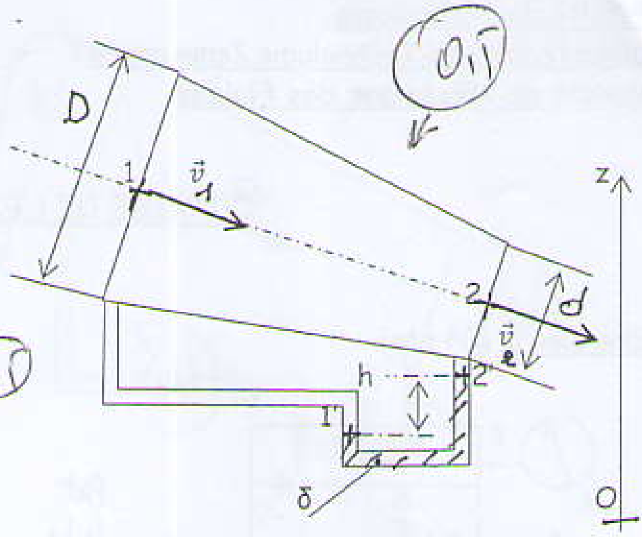
Le théorème de Bernoulli appliqué aux points (1) et (2) situés sur la même ligne de courant, donne :

$$p_1/\rho g + v_1^2/2g + z_1 = p_2/\rho g + v_2^2/2g + z_2$$

$$\Leftrightarrow \quad (p_1 - p_2)/\rho g + z_1 - z_2 = (v_2^2 - v_1^2)/2g \quad \text{.........(a)}$$

La conservation de masse s'écrit : 0,5 1

$$Q_v = v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = Q_v/S_1 \\ v_2 = Q_v/S_2 \end{cases}$$ 0,5




$$\text{(a)} \quad \Leftrightarrow \quad (p_1 - p_2)/\rho g + z_1 - z_2 = Q_v^2(1/S_2^2 - 1/S_1^2)/2g$$

$$= 8Q_v^2(1/d^4 - 1/D^4)/g\Pi^2 \quad \text{.........(b)}$$ 0,5

Par ailleurs, l'EFH appliquée entre les points (1) et (1') d'une part et entre (2) et (2') d'autre part, donne :

$$(p_1 - p_2)/\rho g + z_1 - z_2 = h(\delta - 1)$$ 1

En remplaçant dans (b), on obtient :

$$8Q_v^2(1/d^4 - 1/D^4)/g\Pi^2 = h(\delta - 1)$$

0,5

soit : $Q_v = \Pi[gh(\delta - 1)/8(1/d^4 - 1/D^4)]^{1/2}$ 0,5 A.N. : $Q_v = 0{,}108\ \mathrm{m^3/s}$

---

Questions de cours (03 pts)

1°)- * Le potentiel des vitesses est une fonction notée $\varphi(x, y)$ et définie par :

$$\begin{cases} \partial\varphi/\partial x = u \\ \partial\varphi/\partial y = v \end{cases}$$ 1

*La fonction de courant est la fonction notée $\Psi(x, y)$ et définie par :

$$\begin{cases} \partial\Psi/\partial y = u \\ \partial\Psi/\partial x = -v \end{cases}$$ 1

Où (u,v) sont les composantes de la vitesse des particules fluides.

0,5

2°)- La ligne de courant est une courbe tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse en ce point.

3°)- L'équation d'une ligne de courant est telle que :

$$\underbrace{\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Leftrightarrow \frac{dx}{\frac{\partial\Psi}{\partial y}} = -\frac{dy}{\frac{\partial\Psi}{\partial x}}}_{0,5} \Leftrightarrow \frac{\partial\Psi}{\partial x}dx + \frac{\partial\Psi}{\partial y}dy = 0 \Leftrightarrow d\Psi = 0 \Rightarrow \Psi(x, y) = \text{constante.}$$