Université A. MIRA de Bejaia
faculté de technologie
département ST, 2eme année

Examen de physique 4
du mardi 28 janvier 2014

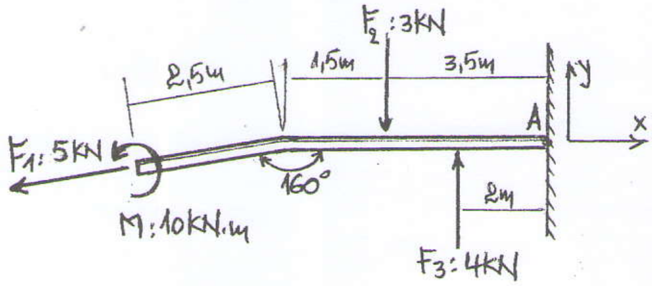
Exercice 1: questions de cours.

confirmez (vrai) ou infirmez (faux), et dans ce cas corrigez, les assertions suivantes:

- les composantes scalaires d'une force F selon un système d'axes quelconque sont toujours égales aux projections de celle-ci selon le système d'axes en question.
- la force de frottement est toujours tangentielle au surfaces de contact entre solides.
- la composante de frottement est toujours orientée dans le sens opposé au mouvement du solide s'il était libre.
- le coefficient de frottement statique ne dépend pas de l'aire (étendue) des surfaces en contact.
- la force de frottement cinétique peut être supérieure à la force maximale de frottement statique.

Exercice 2:

remplacez l'ensemble des 3 forces et du couple M agissant sur la barre par un système force-couple appliqué en A. (représentation sur le schéma).

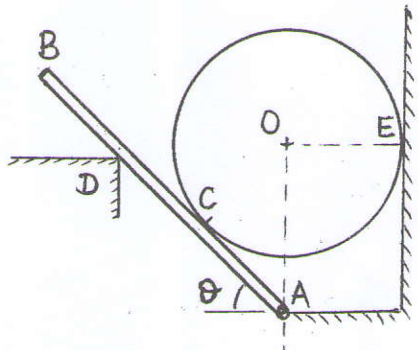


Exercice 3:

un cylindre de rayon ***r*** et de poids ***Q*** repose entre un mur vertical et une barre (AB) de longueur ***3r*** et de poids ***P***. cette dernière tourne autour d'un axe horizontal en (A) et s'appuie simplement sur l'arête en (D) avec un angle $\theta = 45^0$ et $AD = 2r$.

déterminez, en fonction de ***P*** et ***Q***:

- l'action du mur sur le cylindre,
- la réaction de l'articulation A et la réaction de l'arête D sur la barre (AB).

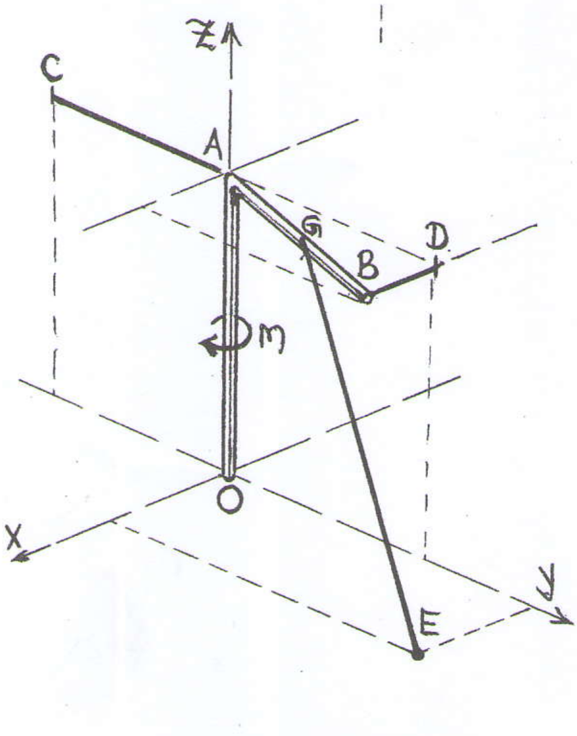


Exercice 4:

une barre (OAB) en forme de 'L' inversé est articulée (liaison rotule) au point O et maintenue en équilibre par les 3 câbles *(AC), (BD) et (GE)* ainsi que le couple $\vec{M} = -M\vec{k}$ comme illustrés. le point G est situé au milieu de (AB). déterminez:

- les équations vectorielles et scalaires d'équilibre de la barre,
- la réaction de l'articulation en O , les tensions T_A, T_B, *et* T_G des 3 câbles en fonction de *M*.

on donne les coordonnées des différents points:
A(0,0,8), B(2,4,8), C(0,-2,8), D(0,4,8), E(5,10,0).



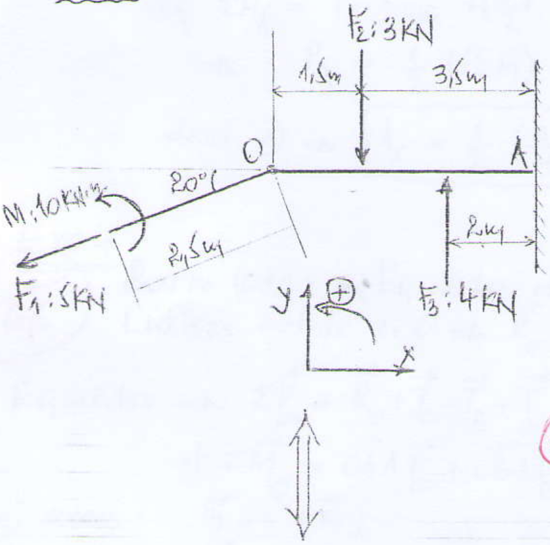
Corrigé Examen physique 4
du mardi 28 janv 2014.

3,5 **Exo 1** : Questions de cours ; réponses par "vrai" ou "faux".

0,5 ① → Faux : Les composantes scalaires = projections dans le cas d'un système d'axes perpendiculaires 0,25
0,25 Les composantes scalaires ≠ projections dans un système d'axes obliques.

0,5 ② → Vrai
0,5 ③ → Vrai
0,5 ④ → Vrai
0,5 ⑤ → Faux : La force de frottement cinétique est inférieure à la force maximale de frottement statique. 0,5

Exo 2



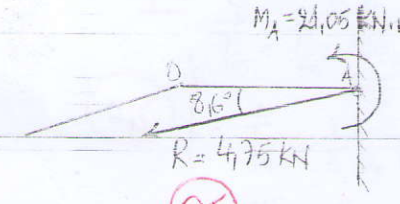
réduction du système (3 forces + couple M) en une [résultante (R) + moment résultant (M_A)] appliqués en A, avec :

* La résultante $\vec{R} = \Sigma \vec{F_i} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$ 0,5

$\therefore \begin{cases} R_x = \Sigma F_x = -F_1 \cos 20 = -4{,}70 \text{ KN} & 0{,}5 \\ R_y = \Sigma F_y = F_3 - F_2 - F_1 \sin 20 = -0{,}71 \text{ KN} & 0{,}5 \end{cases}$

$\Rightarrow \vec{R} = -4{,}70\vec{i} - 0{,}71\vec{j}$ [KN]

0,5 $\Rightarrow R = (R_x^2 + R_y^2)^{1/2} = 4{,}75$ KN et fait un angle θ avec l'horizontale : $\theta = tg^{-1}\left(\frac{|R_y|}{|R_x|}\right) = 8{,}6°$ 0,5



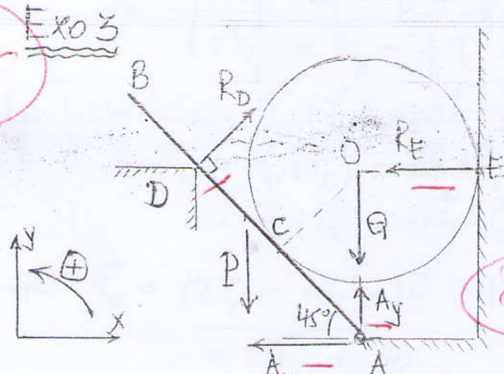
0,5

* Le moment résultant en (A) ; directement en module :

0,5 $\begin{cases} M_A = M_A(F_2) + M_A(F_1) + M - M_A(F_3) \\ M_A = 3{,}5 . F_2 + (3{,}5 + 1{,}5) F_1 \sin 20 + M - 2 . F_3 \end{cases}$ (F_1 déplacé au point "O")

0,5 $M_A = 21{,}05$ KN.m, sens positif

6 **Exo 3**



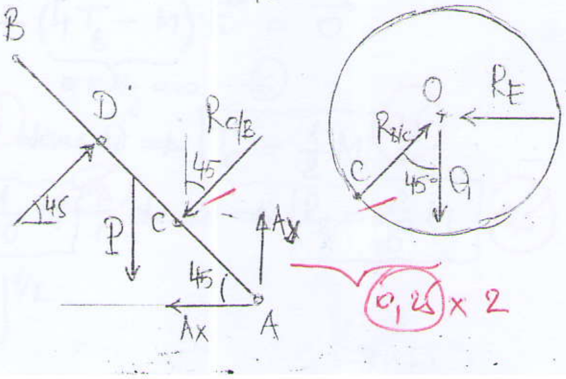
0,25 × 4

$\overline{AB} = 3r$; $\overline{AD} = 2r$

On veut : R_E, R_D et $\vec{R_A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}$ = 4 inconnues pour 3 équations d'équilibre pour le système (cylindre + barre AB) : solution impossible ⇒ décomposer en 2 sous systèmes en équilibre mutuel : avec $\vec{R_{B/C}} = -\vec{R_{C/B}}$

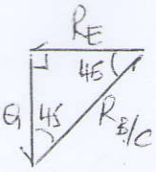
* Equilibre du cylindre : 3 forces concourantes ⇒ 2 méthodes :

a) graphique : Triangle des forces :



0,25 × 2

(0,5)



(0,5)

$$\frac{G}{\sin 45} = \frac{R_E}{\sin 45} = \frac{R_{B/C}}{\sin 90} \Rightarrow \boxed{R_E = G} \quad (0,5)$$

$$\text{et } R_{B/C} = \frac{G}{\sin 45} = \sqrt{2}\,G.$$

(b) méthode analytique : $\Sigma \vec{F}_{ex} = \vec{R}_E + \vec{G} + \vec{R}_{B/C} = \vec{0}$ (0,5)

ou bien

$$\Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = R_{B/C}\cos 45 - R_E = 0 \;----\; ① & (0,25) \\ \Sigma F_y = R_{B/C}\sin 45 - G = 0 \;---\; ② & (0,25) \end{cases}$$

de ② $\Rightarrow R_{B/C} = \frac{G}{\sin 45} = \sqrt{2}\,G$

dans ① $\Rightarrow R_E = G$. 0,5

* . Equilibre de la barre (AB) : Analytique :

(0,25) $\Sigma \vec{F}_{ex} = \vec{R}_A + \vec{R}_D + \vec{P} + \vec{R}_{C/B} = \vec{0}$ avec $\vec{R}_{C/B} = -\vec{R}_{B/C}$

$$\Rightarrow \Sigma F_x = R_D\cos 45 - R_{C/B}\sin 45 - A_x = 0 \;----\; ③ \quad (0,25)$$

$$\Sigma F_y = R_D\sin 45 - R_{C/B}\sin 45 + A_y - P = 0 \;---\; ④ \quad (0,25)$$

(0,5) $\Sigma M_A = \overline{AC}\cdot R_{C/B} + \left(\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\cos 45\right)P - \overline{AD}\cdot R_D = 0 \;--\; ⑤$ avec $\overline{AC} = r\cdot tg\,45° = r$.

$\Rightarrow \Sigma M_A = r\cdot R_{C/B} + \left(\frac{3}{2}r\cdot\cos 45\right)P - 2r\cdot R_D = 0$: avec $R_{C/B} = R_{B/C} = \sqrt{2}\,G$.

$$\Rightarrow R_D = \frac{1}{2}(\sqrt{2}G) + \frac{3}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}P \Rightarrow \boxed{R_D = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(G + \frac{3}{4}P\right)} \quad (0,5)$$

dans ③ $\Rightarrow \boxed{A_x = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}P - G\right)}$ (0,5) ; dans ④ $\Rightarrow \boxed{A_y = \frac{1}{2}\left(G + \frac{5}{4}P\right)}$ (0,5)

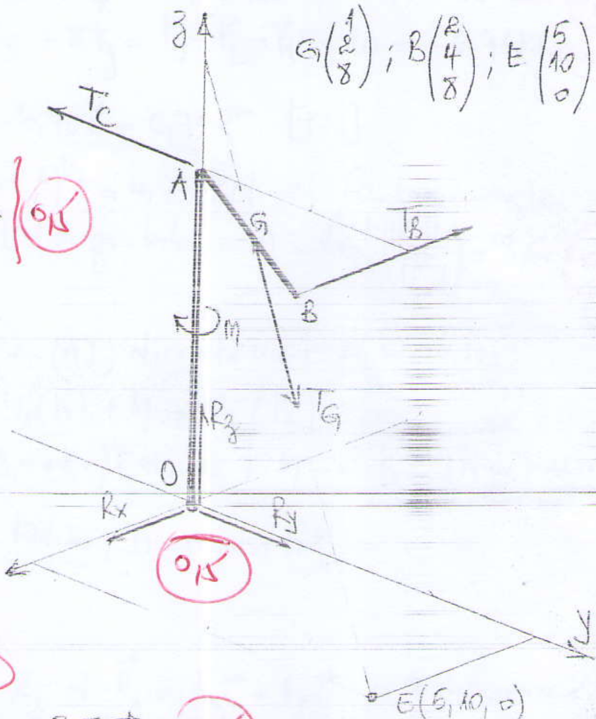
Exo 4

(0,5)

Barre (OAB) en Equilibre dans l'espace :

Liaison rotule en O $\Rightarrow \vec{R}_O(R_x, R_y, R_z)$.

$G\begin{pmatrix}1\\2\\8\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}2\\4\\8\end{pmatrix}$; $E\begin{pmatrix}5\\10\\0\end{pmatrix}$



(0,5)

Equilibre $\Rightarrow \Sigma \vec{F}_{ex} = \vec{R}_O + \vec{T}_C + \vec{T}_B + \vec{T}_G = \vec{0}$

et $\Sigma \vec{M}_O = \vec{OA}\wedge\vec{T}_C + \vec{OB}\wedge\vec{T}_B + \vec{OG}\wedge\vec{T}_G + \vec{M} = \vec{0}$ (0,5)

avec : $\vec{M} = -M\vec{k}$;

(0,25) $\vec{T}_C = -T_C\vec{j}$; $\vec{T}_B = -T_B\vec{i}$ (0,25)

(0,5)

$\vec{T}_G = T_G\cdot\frac{\vec{GE}}{\|\vec{GE}\|}$; $\vec{GE} = 4\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}$ et $\|\vec{GE}\| = (144)^{1/2} = 12$.

$\therefore \vec{T}_G = \frac{1}{3}T_G(\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k})$.

$$\Rightarrow \Sigma\vec{F}_{ex} \equiv \begin{cases} \Sigma F_x = R_x - T_B + \frac{1}{3}T_G = 0 \;---\; ① & (0,25) \\ \Sigma F_y = R_y - T_C + \frac{2}{3}T_G = 0 \;---\; ② & (0,25) \\ \Sigma F_z = R_z - \frac{2}{3}T_G = 0 \;---\; ③ & (0,25) \end{cases}$$

Les moments : • $\vec{M}_O(\vec{T}_C) = \vec{OA}\wedge\vec{T}_C = 8\vec{k}\wedge(-T_C\vec{j}) = 8T_C\vec{i}$ (0,25)

• $\vec{M}_O(\vec{T}_B) = \vec{OB}\wedge\vec{T}_B = (2\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k})\wedge(-T_B\vec{i}) = 4T_B(-2\vec{j} + \vec{k})$. (0,25)

• $\vec{M}_O(\vec{T}_G) \equiv \vec{OG}\wedge\vec{T}_G = \vec{OE}\wedge\vec{T}_G = (5\vec{i} + 10\vec{j})\wedge\frac{1}{3}T_G(\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}) = \frac{10}{3}T_G(-2\vec{i} + \vec{j})$ (0,25)

$$\Rightarrow \Sigma\vec{M}_O = \underbrace{\left(8T_C - \frac{20}{3}T_G\right)}_{\equiv\,\Sigma M_x = 0\;--\;④}\vec{i} + \underbrace{\left(-8T_B + \frac{10}{3}T_G\right)}_{\equiv\,\Sigma M_y = 0\;--\;⑤}\vec{j} + \underbrace{\left(4T_B - M\right)}_{\equiv\,\Sigma M_z = 0\;--\;⑥}\vec{k} = \vec{0}$$

de ⑥ $\Rightarrow \boxed{T_B = \frac{1}{4}M}$ (0,5) ; de ⑤ $\Rightarrow \boxed{T_G = \frac{3}{5}M}$ (0,5) ; dans ④ $\Rightarrow \boxed{T_C = \frac{1}{2}M}$ (0,5)

de ① $\Rightarrow \boxed{R_x = \frac{1}{20}M}$ (0,5) ; de ② $\Rightarrow \boxed{R_y = \frac{1}{10}M}$ (0,5) ; de ③ $\Rightarrow \boxed{R_z = \frac{2}{5}M}$ (0,5)

et biensûr : $R_O \equiv (R_x^2 + R_y^2 + R_z^2)^{1/2}$