Examen Final d'Electrotechnique

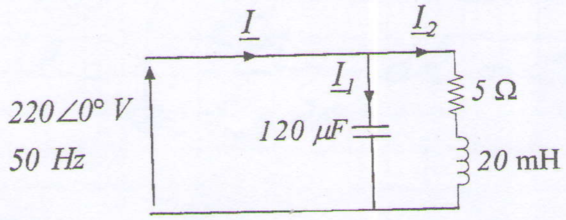
(02 heures)

Questions de cours : (04 points)

- Retrouver, à partir du théorème d'Ampère, l'expression de la loi d'Hopkinson.
- Expliquer l'analogie circuit magnétique-circuit électrique.

Exercice 01 : (05 points)

Soit le circuit de la figure ci-contre.



1. Calculer l'impédance complexe équivalente du circuit (module et phase).
2. Déterminer les trois courants $\underline{I}$, $\underline{I_1}$ et $\underline{I_2}$ (modules et arguments).
3. Calculer la puissance apparente complexe $\underline{S}$.
4. Déterminer le facteur de puissance et la nature du circuit.

Exercice 02 : (06 points)

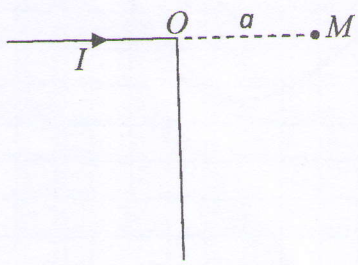
Une installation triphasée 230 V/400 V – 50 Hz comprend :

- 30 lampes (230 V – 100 W) régulièrement réparties sur chaque phase.
- Un (01) moteur asynchrone triphasé, 230 V/400 V – 50 Hz, de puissance utile 10 kW, dont le rendement est 0,80 et le facteur de puissance 0,85 à pleine charge.
- Un (01) four dont les 3 résistances ***R*** sont identiques et branchées en triangle ($R = 20\ \Omega$).

1. Calculer les puissances active et réactive de toute l'installation.
2. Calculer l'intensité du courant de ligne absorbé par l'installation, quand tous les récepteurs fonctionnent simultanément.
3. Calculer le facteur de puissance de l'installation dans ces conditions.
4. Quelle est la capacité C de chacun des trois condensateurs branchés en triangle, en amont de l'installation, qui relèveraient le facteur de puissance de l'installation à 1 ?
5. Quelle est alors la nouvelle intensité du courant de ligne absorbé par l'installation ?
6. Quelle serait la capacité de chacun des trois condensateurs qu'il faudrait brancher en étoile pour obtenir le même facteur de puissance ? Quelle conclusion en tirer ?

Exercice 03 : (05 points)

Un fil, de longueur infinie, parcouru par un courant $I = 100$ A est courbé à angle droit en O.



Déterminer le champ magnétique B (module et sens) en un point M, situé à distance $a = 1$ cm de O comme le montre la figure ci-contre :

AN : $I = 100$ A, $a = 1$ cm, $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H/m$

Solution Exo1(5 pts)

1) $\underline{Z}_{eq} = (R + jL\omega) // (1/jC\omega) = (R + jX_L) // -jX_C \Rightarrow \underline{Z}_{eq} = \dfrac{(R + jX_L).(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C}$

$$X_L = L\omega = 6{,}28\ \Omega \text{ et } X_C = 1/C\omega = 26{,}53\Omega$$

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{166{,}61 - j132{,}65}{5 - j20{,}53} = \frac{[212{,}97;\ -38{,}53°]}{[21{,}13;\ -76{,}31°]}$$

$$\underline{Z}_{eq} = \left[\frac{212{,}97}{21{,}13};(-38{,}53° + 76{,}31°)\right] \Rightarrow \underline{Z}_{eq} = 10{,}08\angle 37{,}78°\ \Omega$$ 1

2) $\underline{I}_1$?, $\underline{I}_2$? et $\underline{I}$?

$\underline{Z}_C = -jX_C,\quad \underline{I}_1 = \dfrac{\underline{V}}{\underline{Z}_C} = \dfrac{220\angle 0°}{26{,}53\angle -90°} \Rightarrow \underline{I}_1 = 8{,}29\angle 90°\ A$ 0,75

$\underline{Z}_{RL} = R + jX_L,\quad \underline{I}_2 = \dfrac{\underline{V}}{\underline{Z}_{RL}} = \dfrac{220\angle 0°}{8{,}03\angle 51{,}47°} \Rightarrow \underline{I}_2 = 27{,}4\angle -51{,}47°\ A$ 0,75

1ère méthode : $\underline{I} = \dfrac{\underline{V}}{\underline{Z}_{eq}} = \dfrac{220\angle 0°}{10{,}08\angle 37{,}78°} \Rightarrow \underline{I} = 21{,}83\angle -37{,}78°\ A$ 0,5

2ème méthode :

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = j8{,}29\sin(90°) + 27{,}4\cos(-51{,}47°) + j27{,}4\sin(-51{,}47°)$$

$$\Rightarrow \underline{I} = 21{,}54\angle -37{,}59°\ A$$

3) La puissance apparente complexe : sachant que $\underline{I}^* = 21{,}83\angle 37{,}78°\ A$

$$\underline{S} = \underline{V} \times \underline{I}^* = V \times I\angle \varphi_V + \varphi_{I^*} = 220 \times 21{,}83\angle 0° + 37{,}78° \Rightarrow \underline{S} = 4803{,}6\angle 37{,}78°\ VA$$

$$\underline{S} = P + jQ = 3{,}79 + j2{,}94\ kVA = 4{,}8036\angle 37{,}78°\ kVA$$ 1

4) Le facteur de puissance : $FP = \cos(\varphi_{Z_{eq}}) = \cos(37{,}78°) = 0{,}79\ AR$ 0,5

Le circuit est ***inductif***, car ($\varphi_{Z_{eq}} > 0, Q > 0, \varphi_I < 0$), le courant est en retard par rapport à la tension. 0,5

Solution ex2 /6

1°/ $P_t = 30P_L + P_m + P_F$ $P_m = \frac{P_u}{\eta} = \frac{10}{0,8} = 12,5\,kw$

$P_F = 3\frac{U^2}{R}$ car les résistances sont couplées en (Δ)

($P_F = 3\frac{V^2}{R}$ si le couplage est λ)

$P_F = 3 \times \frac{400^2}{20} = 24\,kw$

$P_t = 30 \times 0,1\,kw + 12,5 + 24 = 39,5\,kW$ (1)

Puissance réactive totale : $Q_t = 3Q_L + Q_m + Q_F$

les lampes et le Four ne consomment pas de puissance réactive, car c'est des dipôles résistifs. ($Q_L = 0$, Q_{F0})

$Q_t = Q_m = P_m \times \tan\varphi_m$; $\varphi_m = \cos^{-1}(0,85) = 31,79°$

$Q_t = 12,5 \times \tan 31,79° = 7,75\,kVar$ (1)

2°/ $I_t = \frac{S}{U\sqrt{3}}$ avec $S = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2}$

$S = \sqrt{39,5^2 + 7,75^2} = 40,25\,kVA$

$I_t = \frac{40,25\ 10^3}{400\sqrt{3}} = 58,1\,A$ (0,75)

3°/ $\cos\varphi = \frac{P_t}{S} = \frac{39,5}{40,25} = 0,981$ (0,5)

4°/ On veut un facteur de puissance $\cos\varphi' = 1$ ($\varphi' = 0$)

Donc la nouvelle puissance réactive $Q' = P_t \tan\varphi' = 0$

$Q' = Q + Q_C = 0 \Rightarrow Q_C = -Q = -7,75\,kVar$

$Q_{C_\Delta} = -3U^2C_\Delta\omega \Rightarrow C_\Delta = \frac{-Q_C}{3U^2\omega}$ (1)

$C_\Delta = \frac{-(-7,75\ 10^3)}{3 \times 400^2 \times 314} = 51,42\,\mu F$

5°/ $I' = \frac{P_t}{U\sqrt{3}\cos\varphi'} = \frac{39,5\ 10^3}{400\sqrt{3} \times 1} = 57\,A$ (0,75)

6°/ $Q_{C_\lambda} = -3V^2C_\lambda\omega \Rightarrow C_\lambda = \frac{-Q_C}{3V^2\omega}$ (0,5)

$C_\lambda = \frac{-(-7750)}{3 \times 230^2 \times 314} = 155,5\,\mu F$ ($C_\lambda = 3C_\Delta \Rightarrow$ il faut tenir compte du prix d'achat des condensateurs $C\nearrow \Rightarrow$ prix$\nearrow$) (0,5)

EXO3 /5

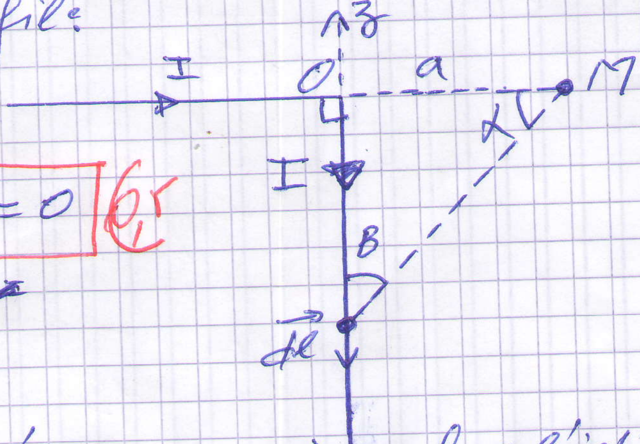
On utilise le principe de superposition de la loi Biot et Savart pour déterminer le champ magnétique B en ce point M :

$$\vec{B}\,M = \vec{B}_{hor}\,M + \vec{B}_{ver}\,M$$

La partie horizontale du circuit crée au point M un champ magnétique $\vec{B}_{hor}\,M$ nul car chaque point P de cette position de fil l'élément de longueur $\vec{dl}$ et le vecteur $\vec{PM}$ sont colinéaires.

1,5

Pour la partie verticale du fil :



$\boxed{\alpha_1 = 0}$ 0,5

$$\vec{B}_{vert}\,M = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\infty} \frac{\vec{dl}\wedge \vec{u}_{PM}}{(PM)^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\infty} \frac{dz \sin\beta}{(PM)^2}\,\vec{u}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\infty} \frac{dz \cos\alpha}{(PM)^2}\,\vec{u}$$

Les variables z, α et PM sont liées. On exprime alors l'intégrale uniquement en fonction de la variable angulaire α. On a :

$$tg\,\alpha = z/a \Rightarrow dz = a \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot d\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{PM} \Rightarrow \frac{1}{PM^2} = \frac{\cos^2\alpha}{a^2}$$

$\boxed{\alpha_2 = \frac{\pi}{2} = 90°}$ 0,5

On obtient en remplaçant :

$$\vec{B}_{ver}\,M = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{a \cos\alpha \cos^2\alpha}{a^2\cos^2\alpha}\,d\alpha\,\vec{u} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_0^{\pi/2}\cos\alpha\, d\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0)\right]\vec{u} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\,\vec{u}$$

Le $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan formé par $I\vec{dl}$ et $\vec{u}$ et il est sortant (donné par le tire bouchon de Maxwell).

1

AN : $\boxed{d = a = 0{,}01\ m}$ 0,5

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{4\pi \cdot 0{,}01} = \boxed{1\ mT}$$ 1