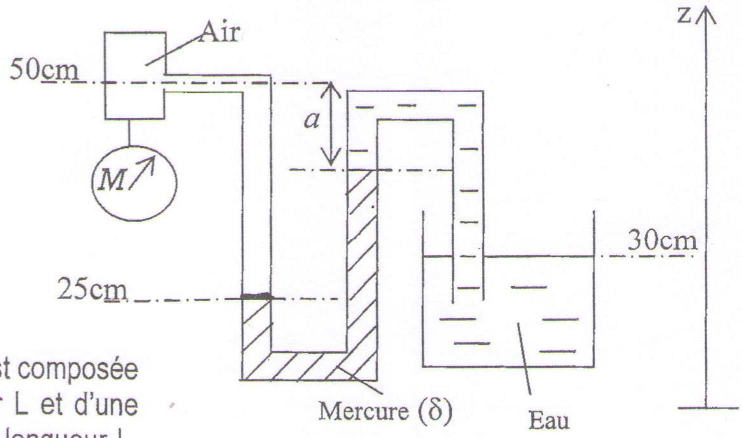
Université A. MIRA de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie (2ème année)

27/05/2014

Examen de Mécanique des Fluides

Remarque : Dans ce qui suit, on donne : *la masse volumique de l'eau* $\rho = 10^3$ *kg/m*^{3} *et l'accélération de la pesanteur* $g = 9,81$ *m/s*^{2}.



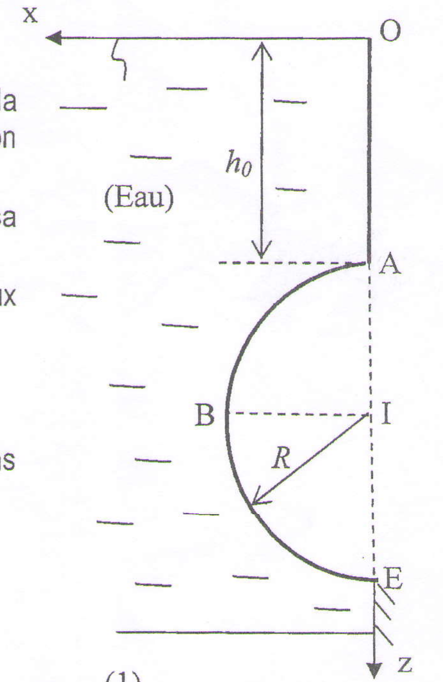
Exercice 1 : *(4,5 pts)*

Dans le dispositif de la figure ci-contre, calculer la pression de l'air affichée par le manomètre *M* en kgf/cm².

On donne : a= 10 cm, δ = 13.65

Exercice 2 : *(7,5 pts)*

Une paroi métallique OABE, soumise à l'action de l'eau (ρ), est composée d'une partie OA plane de surface rectangulaire de longueur L et d'une partie ABE courbe en forme de demi cylindre de rayon R de longueur L, comme indiqué sur la figure ci-dessous. On donne : $h_0=1m$, $R=0.5m$, $L=2m$.



1) Représenter et déterminer la force de poussée hydrostatique F_0 s'exerçant sur la partie plane OA de surface S_0 et de centre de gravité G_0. Déterminer Donner la position de son centre de poussée C_0 selon l'axe Oz.

2) Soit $\vec{F}$ la force de poussée sur la partie courbe ABE. En désignant par $\vec{F}_x$ sa composante horizontale, représenter celle-ci et déterminer son module F_x.

3) Afin de déterminer la poussée verticale $\vec{F}_z$, on décompose le demi cylindre en deux quarts de cylindre : AB et BE.

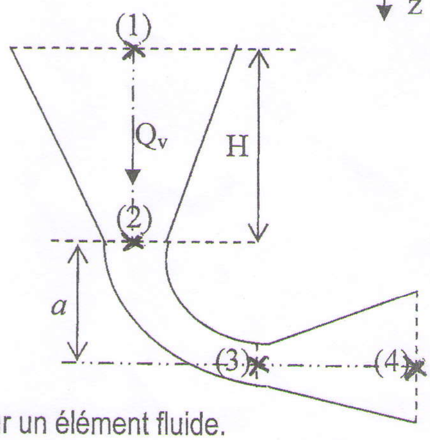
a) Représenter et déterminer la poussée verticale $\vec{F}_1$ sur le quart de cylindre AB.

b) Représenter et déterminer la poussée verticale $\vec{F}_2$ sur le quart de cylindre BE.

c) Déduire le module F_z de la poussée verticale, résultante de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. Quelle est dans ce cas la poussée d'Archimède *A* qui s'exercera sur le demi-cylindre.

Exercice 3 : *(5 pts)*

De l'eau s'écoule dans une conduite constituée d'un convergent et d'un divergent reliés entre eux par un coude, comme le montre la figue ci-contre. La vitesse à l'entrée du convergent est V_1=3.185 m/s. On donne : a=30cm et les diamètres des sections : d_1=20cm, d_2=d_3=10 cm.



1) Calculer le débit volumique Q_v et déduire la vitesse V_2.

2) Quelle devrait être la valeur de la hauteur H pour que la variation de pression (P_2-P_1) soit nulle.

3) Calculer la variation de pression (P_3-P_2) dans le coude.

4) Sachant que (P_4-P_1)=10(P_3-P_2) quelle serait la vitesse V_4 et le diamètre d_4 à la sortie du divergent.

Questions de cours :*(3pts)*

1) Donner un exemple d'une force de surface et d'une force de volume qui s'exerce sur un élément fluide.

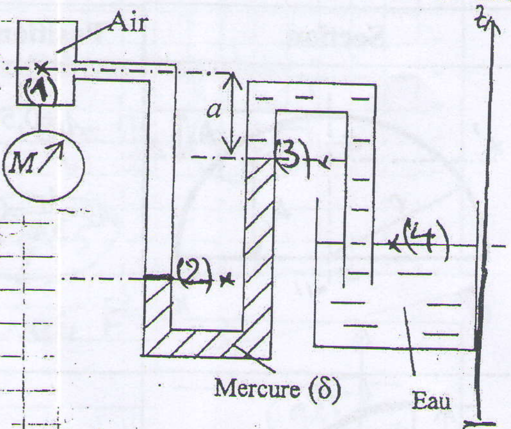
2) Indiquer la différence entre la cinématique des fluides et la dynamique des fluides

3) Expliquer la description d'Euler utilisée pour décrire le mouvement des fluides. Quelles sont les variables utilisées dans ce cas ?

Bonne chance

Corrigé de l'examen MDF

Exercice 1 : (4,75 pts)



Pression de l'air affichée par le manomètre : P_M

$\cdot\ P_M = P_{air_{eff}} = P_{air} - P_{atm}$ (0,5)

Dans l'air on a : $P_1 = P_2 = P_{air}$. (0,5)

L'E.F.H appliquée entre (2) et (4) donne :

– entre (2) et (3) dans le mercure (δ) :

$\cdot\ P_2 - P_3 = \rho \delta g (z_3 - z_2)$ —— (1) (0,75)

– entre (3) et (4) dans l'eau (ρ) :

$\cdot\ P_4 - P_3 = \rho g (z_3 - z_4)$ —— (2) (0,75)

D'où, l'éq(1) – l'éq(2) donne : $P_2 - P_4 = \rho g \left[\delta(z_3 - z_2) - (z_3 - z_4)\right]$ (0,75)

On a : $z_3 = z_1 - a = 50 - 10 = 40$ cm

Or : $P_2 - P_4 = P_{air} - P_{atm} = P_M$ On a : $P_4 = P_{atm}$ (0,25)

$\Rightarrow \cdot\ P_M = \rho g \left[\delta(z_3 - z_2) - (z_3 - z_4)\right]$ (0,5) ; A.N : $P_M = 19104,96$ Pa (0,25)

$1\ kgf/cm^2 = 98100$ Pa $\Rightarrow \cdot\ P_M = 0,195\ kgf/cm^2$ (0,25)

Si on pose : $z_3 - z_2 = h$ et $z_3 - z_4 = h'$

On obtient : $P_M = \rho g \left[\delta h - h'\right]$ avec : $h = (z_1 - z_2) - a = 15$ cm ; $h' = (z_1 - z_4) - a = 10$ cm

Questions de Cours (3 pts)

1) Force de surface : force de pression (0,5) ; Force de volume : force de pesanteur (0,5)

2) Dans la cinématique des fluides, on ne prend pas en compte les forces qui agissent contrairement à la dynamique des fluides. (1)

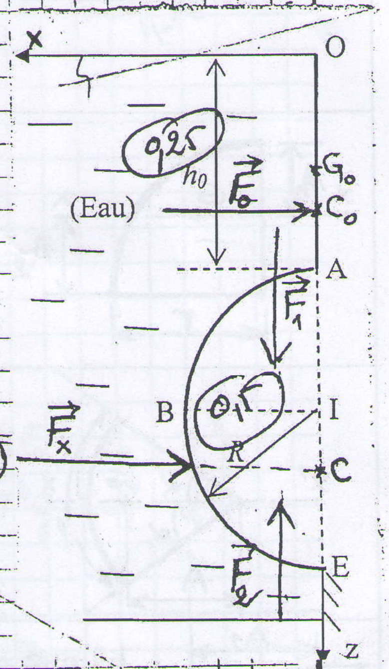
3) La description d'Euler consiste à se fixer un point dans l'espace et observer les particules fluides passées. Les variables dans ce cas sont les composantes de la vitesse. (0,5) (0,5)

Exercice 2 : 7,5

1) $\vec{F_0}$ poussée hydrostatique sur la surface plane OA rectangulaire :

$F_0 = \rho g z_{G_0} S_0$ 0,25 , $S_0 = S_{OA} = h_0 L$ 0,25 , $z_{G_0} = \frac{h_0}{2}$ 0,25

$\Rightarrow F_0 = \frac{1}{2}\rho g h_0^2 L$ 0,25 $\Rightarrow F_0 = 9810\ N.$ 0,25



2) $\vec{F_x}$ composante horizontale de la force de poussée $\vec{F}$ sur la surface courbe ABE.

D'où : $F_x = \rho g z_{G_x} S_x$ 0,25

avec : S_x projection de S_{ABE} sur le plan vertical

et G_x son centre de gravité

On trouve : $S_x = S_{AE} = 2R.L$ 0,25

et $G_x \equiv I \Rightarrow z_{G_x} = z_I = h_0 + R$ 0,25

D'où : $F_x = 2\rho g (h_0 + R) R L$ 0,25

A.N : $F_x = 29430\ N.$ 0,25

3)

a) $\vec{F_1}$ force de poussée verticale sur AB, dirigée vers le bas :

$F_1 = \rho g V_{AOO'B}$ 0,25 , $V_{AOO'B}$: volume au-dessus de AB

On écrit :

$V_{AOO'B} = V_{IOO'B} - V_{IAB} = (h_0+R)R.L - \frac{\pi R^2}{4}.L$ 0,5

D'où : $F_1 = \rho g R L \left[(h_0+R) - \frac{\pi R}{4}\right]$ 0,5

A.N : $F_1 = 10860\ N$ 0,25

b) $\vec{F_2}$ force de poussée verticale sur BE, dirigée vers le haut :

$F_2 = \rho g V_{EOO'B}$ 0,25 , $V_{EOO'B}$: volume au-dessus de BE

On a :

$V_{EOO'B} = V_{IOO'B} + V_{EIB} = (h_0+R)R.L + \frac{\pi R^2}{4} L$ 0,5

$\Rightarrow$ 0,5 $F_2 = \rho g R L \left[(h_0+R) + \frac{\pi R}{4}\right]$, A.N : $F_2 = 18570\ N$ 0,25

c) $\vec{F_z} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \Rightarrow F_z = F_2 - F_1$ 0,25 $\Rightarrow F_z = \rho g \frac{\pi R^2}{2} L = 7705\ N.$ 0,25 0,25

Dans ce cas, la poussée d'Archimède est $A = \vec{F_z} \Rightarrow A = \rho g V_{ABE} = \rho g \frac{\pi R^2 L}{2}$

0,5

ice 3 : (5 pts)

1) Débit volumique : $Q_v = cst$, $V_1 = 3{,}185$ m/s

avec : $Q_v = V_1 S_1 = V_2 S_2$ 0,25

D'où : $Q_v = V_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} = 0{,}1\ m^3/s$ 0,25

et : $V_2 = \frac{Q_v}{S_2} = \frac{4 Q_v}{\pi d_2^2}$ 0,25 $\Rightarrow V_2 = 12{,}74$ m/s 0,25

ou bien : $V_2 = V_1 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$

2) L'eqt de Bernoulli entre (1) et (2) donne :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \quad 0{,}5$$

$$\Rightarrow (P_1 - P_2) + \rho g (z_1 - z_2) = \frac{1}{2}\rho (V_2^2 - V_1^2) \quad ; \quad z_1 - z_2 = H$$

On a : $P_1 - P_2 = 0 \Rightarrow \rho g H = \frac{1}{2}\rho (V_2^2 - V_1^2)$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2g}(V_2^2 - V_1^2) \quad 0{,}5$$

ou bien : $H = \frac{8 Q_v^2}{\pi^2 g}\left(\frac{1}{d_2^4} - \frac{1}{d_1^4}\right)$

A.N : $H = 7{,}75$ m 0,25

3) On a : $d_2 = d_3 \Rightarrow S_2 = S_3 \Rightarrow V_2 = V_3$ 0,25

L'eqt de Bernoulli entre (2) et (3) donne :

$$P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 = P_3 + \rho g z_3 + \frac{1}{2}\rho V_3^2 \Rightarrow P_3 - P_2 = \rho g (z_2 - z_3) \quad 0{,}5$$

$\Rightarrow P_3 - P_2 = \rho g a$ 0,25 A.N : $P_3 - P_2 = 2943$ Pa 0,25

4) On a : $P_4 - P_1 = 10(P_3 - P_2)$

L'eqt Bernoulli entre (1) et (4) donne :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_4 + \rho g z_4 + \frac{1}{2}\rho V_4^2 \quad 0{,}5$$

$$\Rightarrow V_4^2 = V_1^2 + 2g(z_1 - z_4) - \frac{2}{\rho}(P_4 - P_1) \quad ; \quad z_1 - z_4 = H + a$$

$\Rightarrow V_4 = \sqrt{V_1^2 + 2g(H+a) - \frac{20}{\rho}(P_3 - P_2)}$ 0,25 A.N : $V_4 = 10{,}45$ m/s 0,25

et : $S_4 = \frac{Q_v}{V_4} \Rightarrow d_4 = \sqrt{\frac{4 Q_v}{\pi V_4}}$ 0,25 A.N : $d_4 = 0{,}11\ m = 11$ cm 0,25