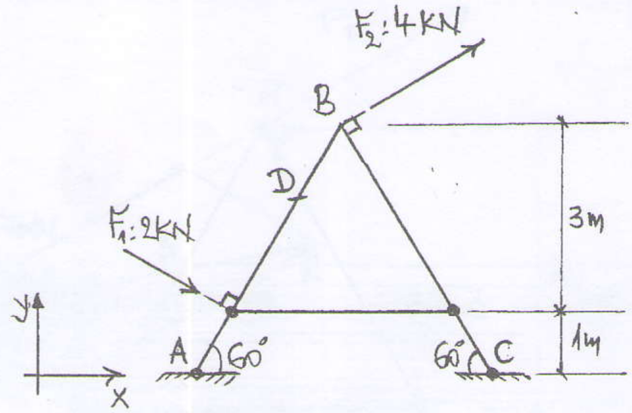
Université A. MIRA de Bejaia
faculté de technologie
département ST, 2eme année

Rattrapage de physique 4
du dimanche 7 septembre 2014

Exercice 1:

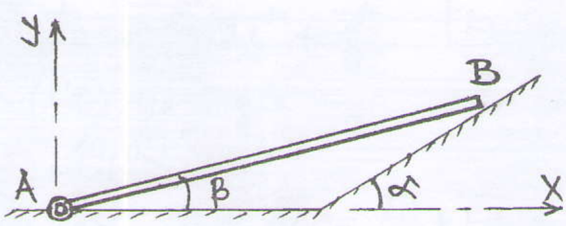


1- représentez graphiquement la résultante R des forces agissant sur la charpente illustrée.

2- sachant que $R=F_1+F_2$, exprimez R en fonction des vecteurs unitaires (i,j), déduisez son module R et l'angle θ entre R et l'axe horizontal Ox,

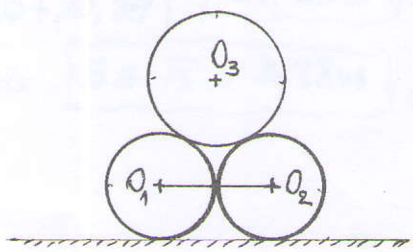
3- si R passe par un point D de la barre AB, calculez la distance S = AD.

Exercice 2:



une barre AB de poids P est articulée en A et s'appuie simplement sur un plan incliné en B. déterminez les réactions R_A et R_B sur la barre AB

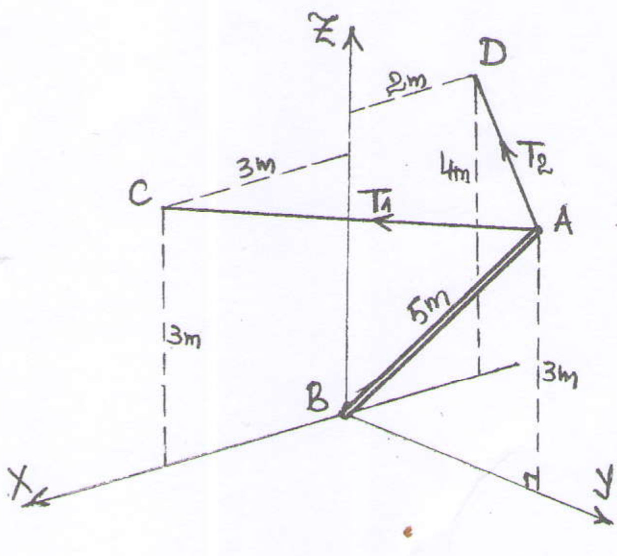
Exercice 3:



un cylindre homogène de rayon R et de poids Q est posé sur 2 cylindres identiques de rayon r et de poids P comme illustré sur la figure. les centres des 2 cylindres sont reliés par un fil long de $2r$. en fonction de Q, P, R et r détérminez:

- la tension T du fil,
- l'action du plan sur les 2 cylindres (N_1, N_2),
- l'action réciproque des cylindres (N_{13}, N_{23}).

Exercice 4:



la tige d'acier homogène AB de *200Kg* est retenue par les câbles *AC* et *AD* fixés au mur vertical et par l'articulation sphérique (rotule) en B. calculez:

- les expressions vectorielles de T_1, T_2 et mg,
- les vecteurs moments par rapport à B de T_1, T_2 et mg,

appliquez les conditions d'équilibre pour déduire la tension T_1 et la réaction R_B en B.

$(g = 10 m/s^2)$

③

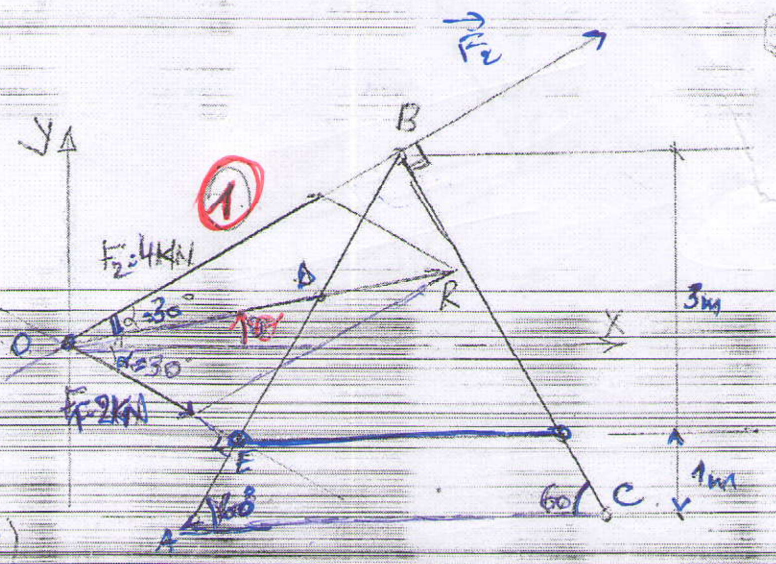
Exo 1 :

4

$F_1 \perp \overline{AB}$ en E.

$F_2 \perp \overline{BC}$ en B.

L'angle $\alpha = 30$ est déduit facilement avec le graphe



② On calcule $\vec{R}$.

$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$= (F_1 \cos 30 \vec{i} - F_1 \sin 30 \vec{j})$

$+ (F_2 \cos 30 \vec{i} + F_2 \sin 30 \vec{j})$

1

$\vec{R} = (F_1 + F_2)\cos 30 \vec{i} + (F_2 - F_1)\sin 30 \vec{j} = 5{,}19\vec{i} + \vec{j}$ [KN]

$\|\vec{R}\| = 5{,}29$ KN, faisant avec l'axe (Ox), un Angle

0,5 $\theta = tg^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = 10{,}89°$ 0,5

③ R passe par Δ de la barre (AB) ; On veut $S = \overline{A\Delta} = \overline{AE} + \overline{E\Delta}$

Le triangle (OEB) ; On déduit $\overline{OE}$

0,5

$tg30 = \frac{OE}{EB} \Rightarrow \overline{OE} = \overline{EB} \cdot tg30 = \left(\frac{3}{\sin 60}\right) \cdot tg30 \Rightarrow \boxed{\overline{OE} = 2m}$

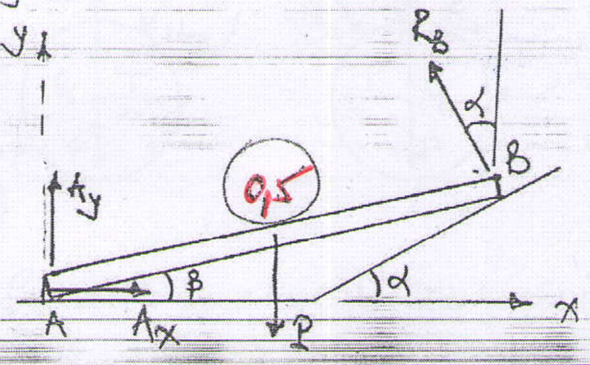
- Le Triangle (OEΔ) : $\overline{\Delta E} = \overline{OE} \cdot tg(30 + \theta)$

$= 2 \cdot tg(30 + 10{,}89)$ $\Rightarrow \boxed{\overline{\Delta E} = 1{,}73\ m}$

$\Rightarrow S = \overline{A\Delta} = \overline{AE} + \overline{E\Delta} = \frac{1}{\sin 60} + 1{,}73 \Rightarrow \boxed{S = \overline{A\Delta} = 2{,}88m}$ 0,5

Corrigé de l'exercice N° 1 de la synthèse du 12 juin 2005.

4



Équilibre $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ex} = \vec{0}$ et $\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0}$

Projection :

0,5 $\quad \sum F_x = A_x - R_B \sin\alpha = 0 \quad \text{--- (1)}$

0,5 $\quad \sum F_y = A_y - P + R_B \cos\alpha = 0 \quad \text{--- (2)}$

1 $\quad \sum M_A = \underbrace{(R_B \cos\alpha)}_{R_{By}} \cdot AB \cdot \cos\beta + \underbrace{(R_B \sin\alpha)}_{R_{Bx}} AB \sin\beta - P \frac{AB}{2} \cos\beta = 0$

$\Rightarrow R_B \left[\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta\right] - \frac{1}{2} P \cos\beta = 0 \quad \text{--- (3)}$

de (3) $\Rightarrow R_B \left[\cos(\alpha - \beta)\right] = \frac{1}{2} P \cos\beta$

$\Rightarrow \boxed{R_B = \frac{1}{2} P \cdot \frac{\cos\beta}{\cos(\alpha - \beta)}}$ 0,5

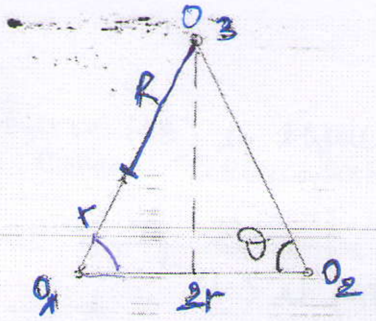
de (1) $\Rightarrow \boxed{A_x = \frac{1}{2} P \frac{\sin\alpha \cdot \cos\beta}{\cos(\alpha - \beta)}}$ 0,5

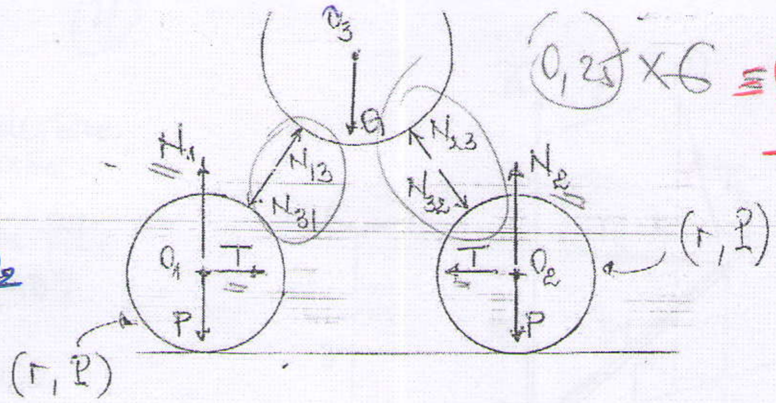
de (2) $\Rightarrow A_y = P - \frac{1}{2} P \frac{\cos\alpha \cos\beta}{\cos(\alpha - \beta)} = \boxed{P\left[1 - \frac{\cos\alpha \cos\beta}{2\cos(\alpha - \beta)}\right]}$ 0,5

2

6

$(0,25) \times 6 = 1,5$





* On veut l'action des cylindres inférieurs sur le cylindre supérieur $\Rightarrow N_{13}$ et N_{23}
* La tension dans le fil (T?) et l'action du sol sur sur les cylindres O_1 et O_2 $\Rightarrow N_1$ et N_2.

. On définit l'angle θ tq : $\cos\theta = \frac{r}{r+R}$, $\sin\theta = \frac{(R^2+2rR)^{1/2}}{(r+R)}$ 0,5

.. Equilibre du cylindre O_3 :

0,5 * $\Sigma F_x = N_{23}\cos\theta - N_{13}\cos\theta = 0 \Rightarrow N_{23} = N_{13}$

0,5 * $\Sigma F_y = N_{13}\sin\theta + N_{23}\sin\theta - Q = 0 \Rightarrow N_{13} = N_{23} = \frac{Q}{2\sin\theta}$

$\boxed{N_{13} = N_{23} \text{ et } N_{13} = \frac{Q\,.\,(r+R)}{2(R^2+2rR)^{1/2}}}$ 0,5 $\quad N_{13} = N_{23} = N_{32} = N_{31}$ 0,5

... Equilibre de l'un des 2 cylindres (On prend O_1) :

0,5 * $\Sigma F_x = T - N_{31}\cos\theta = 0 \Rightarrow T = N_{31}\cos\theta = \frac{Q(r+R)}{2(R^2+2rR)^{1/2}} \cdot \frac{r}{(r+R)}$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{Q\,.\,r}{2(R^2+2Rr)^{1/2}}}$$ 0,5

0,5 * $\Sigma F_y = N_1 - P - N_{31}\sin\theta = 0$

$$\Rightarrow N_1 = P + \frac{Q(r+R)}{2(R^2+2rR)^{1/2}} \cdot \frac{(R^2+2rR)^{1/2}}{(r+R)} = P + \frac{Q}{2}$$

$$\boxed{N_1 = N_2 = P + \frac{Q}{2}}$$ 0,5

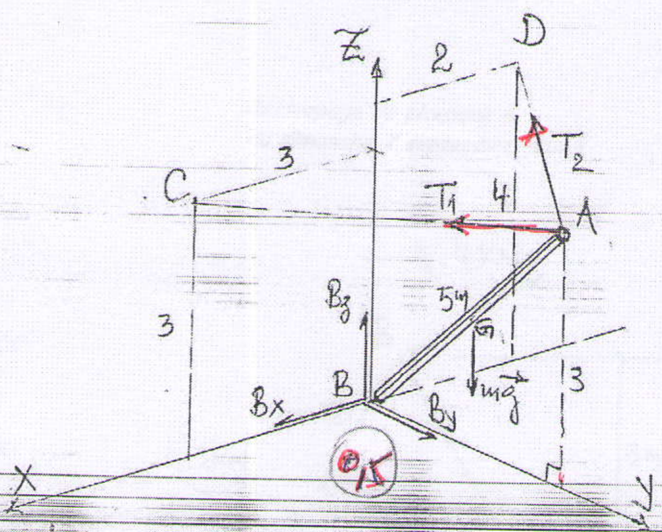
Exo 4 : (6)

Barre (AB) en équilibre comme schématisée.

- Tensions T_1, T_2 dans les fils (AC) et (AD)
- Poids $m\vec{g}$.
- réaction en B sous forme :

$\vec{R}_B = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$

(Liaison rotule).



* Expressions vectorielles pour T_1, T_2 et mg.

- $\vec{T_1} = T_1 \cdot \frac{\vec{AC}}{\|\vec{AC}\|}$
- $\vec{T_2} = T_2 \cdot \frac{\vec{AD}}{\|\vec{AD}\|}$
- $m\vec{g} = -mg\vec{k}$

Coordonnées des points ;

$A(0, \sqrt{25-9}, 3) \equiv (0,4,3)$

$C(3,0,3)$

$D(-2,0,4)$

$\Rightarrow \vec{AC} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$; $\|\vec{AC}\| = 5$

$\vec{AD} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$;

$\|\vec{AD}\| = \sqrt{21}$

0,5 $\vec{T_1} = \frac{T_1}{5}(3\vec{i} - 4\vec{j})$

0,5 $\vec{T_2} = \frac{T_2}{\sqrt{21}}(-2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k})$

0,5 $m\vec{g} = -mg\vec{k} = -2000\vec{k}$ [N]

$\vec{T_1} = T_1(0,6\vec{i} - 0,8\vec{j})$

$\vec{T_2} = T_2(-0,44\vec{i} + 0,87\vec{j} - 0,22\vec{k})$

* Les vecteurs moments : $\vec{M}_B(\vec{T_1})$; $\vec{M}_B(\vec{T_2})$ et $\vec{M}_B(m\vec{g})$.

0,5 $\cdot$ $\vec{M}_B(\vec{T_1}) = \vec{BA} \wedge \vec{T_1}$ avec $\vec{BA} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$,

$= (4\vec{j} + 3\vec{k}) \wedge \left(\frac{T_1}{5}\right)(3\vec{i} - 4\vec{j}) = \frac{T_1}{15}(4\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k})$

0,5 $\cdot\cdot$ $\vec{M}_B(\vec{T_2}) = \vec{BA} \wedge \vec{T_2} = (4\vec{j} + 3\vec{k}) \wedge \left(-\frac{T_2}{\sqrt{21}}\right)(2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k})$

$= \frac{2T_2}{\sqrt{21}}(8\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k})$.

0,5 $\cdots$ $\vec{M}_B(m\vec{g}) = \vec{BG} \wedge m\vec{g} = \frac{1}{2}(\vec{BA}) \wedge (-mg\vec{k}) = -2mg\vec{i}$.

(3) Conditions d'équilibre de (AB) : $\Sigma\vec{F}_{ex} = \vec{0}$ et $\Sigma\vec{M}_B = \vec{0}$

$\cdot$ $\Sigma\vec{F}_{ex} = m\vec{g} + \vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{R}_B = \vec{0}$ (0,25) $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \Sigma F_x = B_x + \frac{3}{5}T_1 + \frac{16}{\sqrt{21}}T_2 = 0 & \ldots (1) \quad 0,25 \\ \Sigma F_y = B_y - \frac{4}{5}T_1 - \frac{8}{\sqrt{21}}T_2 = 0 & \ldots (2) \quad 0,25 \\ \Sigma F_z = B_z + \frac{T_2}{\sqrt{21}} - mg = 0 & \ldots (3) \quad 0,25 \end{cases}$$

$\cdot\cdot$ $\Sigma\vec{M}_B = \vec{M}_B(\vec{T_1}) + \vec{M}_B(\vec{T_2}) + \vec{M}_B(m\vec{g}) = \vec{0}$ 0,25

$$\Rightarrow \underbrace{\left(\frac{4T_1}{\sqrt{15}} + \frac{16}{\sqrt{21}}T_2 - mg\right)}_{(4)\ 0,25}\vec{i} + \underbrace{\left(\frac{3}{15}T_1 - \frac{6T_2}{\sqrt{21}}\right)}_{(5)\ 0,25}\vec{j} + \underbrace{\left(\frac{-4}{15}T_1 + \frac{8}{\sqrt{21}}T_2\right)}_{(6)\ 0,25}\vec{k} = \vec{0}$$

de (5) $\Rightarrow T_2 = 0,153\,T_1$

dans (4) $\Rightarrow T_1 = 1,276\,mg$

0,25 $= 2552,3\,N$

$\Rightarrow T_2 = 390,5\,N$

dans (1), (2) et (3)

$B_x = -2894,8\,N$

$B_y = 2723,5\,N$

$B_z = 1442,7\,N$

$\Rightarrow R_B = \left[B_x^2 + B_y^2 + B_z^2\right]^{1/2}$

$= 4228,4\,N$

0,25