Université A Mira Bejaia
Faculté de technologie
Département de ST 2ème Année

Année universitaire 2013/2014

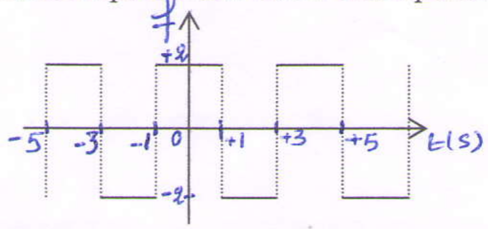
Examen de Rattrapage de PHY.03

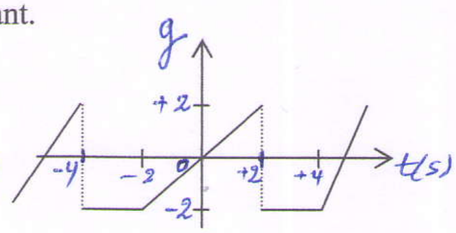
Durée : 2Heures

Ex 01 (4pts)

Parmi les deux fonctions représentées ci-dessous :

1- Laquelle décrit un mouvement périodique. Justifier.
2- Trouver son développement en séries de Fourier.
3- Tracer le spectre de Fourier correspondant.

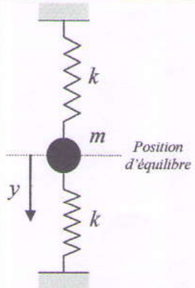




Ex 02 (5pts)

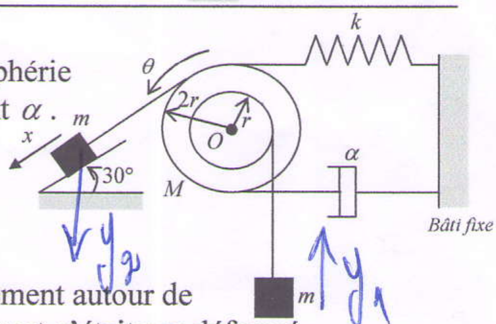
Une masse m, est intercalée entre deux ressorts identiques comme l'indique la figure ci-contre.

1. Déterminer le lagrangien L du système.
2. Trouver l'équation différentielle du système.
3. Déterminer la période propre T_0 du mouvement.



Ex 03 (7pts)

Un disque de masse M et de rayon $2r$, est relié à sa périphérie à un ressort de raideur k et à un amortisseur de coefficient α. Une masse m, posée sur un plan incliné, est reliée à la périphérie du disque par un fil. Une autre masse m est suspendue à un fil enroulé autour d'un sillon de rayon r gravé sur la surface du disque. Les fils sont inextensibles et non glissants. Le disque peut tourner librement autour de son axe horizontal fixe passant par O. A l'équilibre le ressort n'était pas déformé.



1. Trouver l'énergie potentielle U, l'énergie cinétique T ainsi que la fonction de dissipation D du système.
2. Trouver l'équation différentielle du mouvement.
3. Sachant que $\alpha = 21\,N.s/m$, $M = m = 1\,kg$ et $k = 7\,N/m$:

Trouver la nature du mouvement.

4. Quelle est la valeur de α qui ne faut pas dépasser pour avoir des oscillations.

Questions de cours (4pts)

a- Quels sont les trois régimes du mouvement des systèmes amortis par une force proportionnelle à la vitesse. Donner l'équation de chaque régime.
b- Pour un système excité par une force sinusoïdale, qu'appelle-t-on :
   i- Une fréquence de résonance.
   ii- Une fréquence de coupure.
   iii- Une bande passante.

Bon courage

Corrigé de l'examen de Ratt. de Phy. 03.

Exo 01 :

1. D'après les tracés de f et g, on voit clairement que f est périodique et se répète toutes les 04 secondes (T = 4s) donc cette fonction décrit un phénomène périodique. Tandis que g(t) n'est pas périodique. 0,5 0,5

2. f est paire (symétrie par rapport à l'axe des ordonnées).

$\Rightarrow b_n = 0$. 0,5

Calcul de a_0 et a_n :

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

$$= \frac{1}{4}\int_{-1}^{1} 2\,dt + \frac{1}{4}\int_{1}^{3}(-2)\,dt$$

$$= 1 - 1 = 0.$$ 0,5

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(n\omega t)\,dt$$

$$= \frac{2}{4}\int_{-1}^{1} 2\cos\left(n\frac{\pi}{2}t\right)dt + \frac{2}{4}\int_{1}^{3}(-2)\cos\left(n\frac{\pi}{2}t\right)dt$$

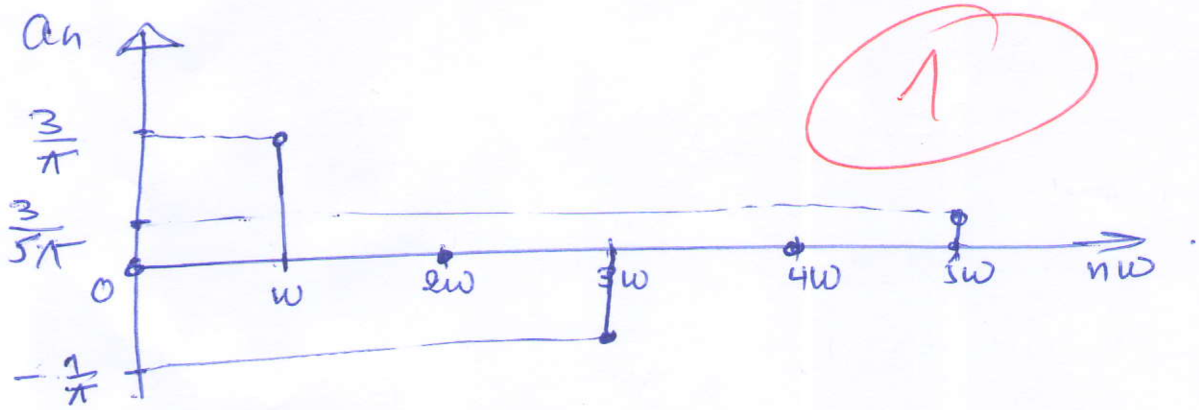
$$= -\frac{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{n\pi} - \frac{2}{n\pi}\left[\sin\left(\frac{3\pi}{2}n\right) - \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) - 2\sin\left(\frac{3\pi}{2}n\right)}{n\pi}$$ 0,5

$$f(t) = \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) - 2\sin\left(\frac{3\pi}{2}n\right)\right]\cos\left(n\frac{\pi}{2}t\right).$$ 0,5

3. On a : $a_0 = 0, a_1 = \frac{3}{\pi}, a_2 = 0, a_3 = -\frac{3}{3\pi}, a_4 = 0$

$a_5 = +\frac{3}{5\pi}, \ldots$



1

Exo2 :

1. $T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$ 0,5

$U = -mgy + \frac{1}{2} k(\delta + y)^2 + \frac{1}{2} k(\delta + y)$ 0,5

Pour $y = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \Rightarrow \delta = \frac{mg}{2k}$ 0,5 0,5

U devient : $U = Ky^2 + C$. 0,5

$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 - Ky^2 + C$. 0,5

2. $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial L}{\partial y} = 0$. 0,5

$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{2k}{m} y = 0$ 0,5

3. $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$ 0,5

Ex03 :

1. $U = \frac{1}{2}kx^2 + mgy_1 - mgy_2$

$= \frac{1}{2}kx^2 + mgr\theta - mgx \sin(30°)$.

$= 2Kr^2\theta^2$ 1

et $T = \frac{1}{2}m\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}I_0\dot{\theta}^2$

$= \frac{1}{2}m r^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(2r\dot{\theta})^2 + \frac{1}{4}M(2r)^2\dot{\theta}^2$.

$= \frac{1}{2}(2M+5m)r^2\dot{\theta}^2$. 1

$D = \frac{1}{2}\alpha(2r\dot{\theta})^2 = 2\alpha r^2\dot{\theta}^2$ 1

2. $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}}$ 0,5

$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{4\alpha}{2M+5m}\dot{\theta} + \frac{4K}{2M+5m}\theta = 0$ 1

3. $\Delta = \lambda^2 - \omega_0^2$ 0,5

$= 6^2 - 4 = 32 > 0$

$\Rightarrow$ mouvement apériodique 0,5

4. $\lambda^2 - \omega_0^2 < 0$ 0,5 $\Rightarrow \frac{4\alpha^2}{(2M+5m)^2} < \frac{4K}{2M+5m}$

$\Rightarrow \alpha < \sqrt{K(2M+5m)}$ 0,5 / A.N : $\alpha < 7\ N.s/m$. 0,5

Questions de cours :

a. - Régime pseudo-périodique 0,5

- " critique 0,5

- " apériodique 0,5

d'équations respectivement :

$x(t) = A e^{-\lambda t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}\, t + \varphi)$. 0,5

$x(t) = (At + B) e^{-\lambda t}$ 0,25

et $x(t) = e^{-\lambda t}(A e^{-\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\, t} + B e^{+\sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\, t})$ 0,25

b - i. fréquence pour laquelle l'amplitude est maximale 0,5

ii. fréquence pour laquelle la puissance moyenne dissipée à cause des frottement (Amortissement) est égale à la moitié de la puissance moyenne maximale. 0,5

iii - différence en valeur absolue entre les deux fréquences de coupure. 0,5