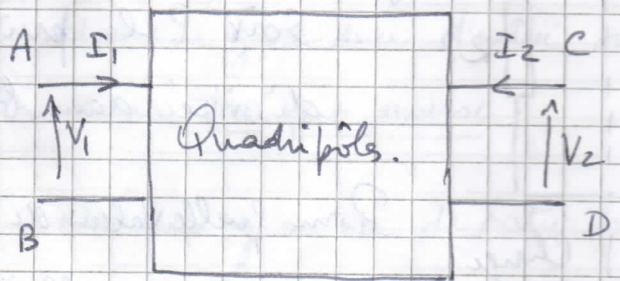
II Quadripôles

Définition :

Un Quadripôle est un réseau electrique dont on distingue quatre bornes :

- deux bornes A et B d'entrée, reliées à une Source d'entrée ;
- deux bornes C et D de sortie, reliées à un circuit d'utilisation.



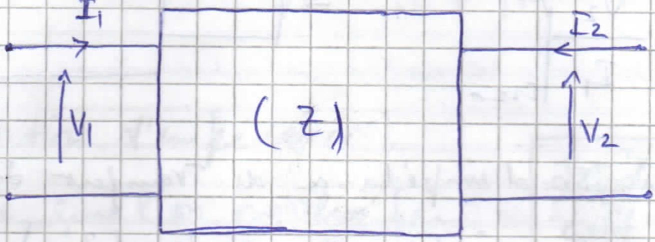
En pratique un Quadripôle est attaqué par un générateur d'impédance interne donnée Z_g et il est fermé sur une charge donnée Z_u.
L'état electrique du Quadripôle dépend alors du générateur, du Quadripôle lui-même et de la charge.

Il existe quatre grandeurs I_1, I_2, V_1 et V_2 qui sont liés par des relations linéaires.
Les coefficients de ces relations linéaires sont appelés paramètres du ~~qu~~ quadripôles
En reliant l'entrée à un dipôle de source, on obtient une relation entre les grandeurs d'entrée $I_1 = f(V_1)$
En fermant la sortie du quadripôle sur un dipôle de charge on a une relation entre les grandeurs de sortie : $I_2 = f(V_2)$.
Nous allons étudier 4 ensembles de paramètres pour caracteriser le quadripôle :

- les paramètres d'impédance Z
- les paramètres d'Admittance Y
- les paramètres Hybride H.

– les paramètres chaînes T

1 – Paramètres d'impédance.



$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \qquad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$
$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

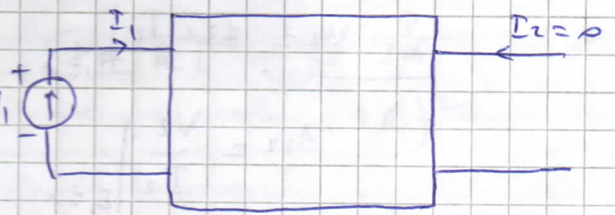
Les paramètres Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22} se mesurent en Ohms.

Détermination des Paramètres :

Z_{11} Pour une valeur nulle du Courant I_2 (~~Cour~~ Circuit ouvert)

on a $V_1 = Z_{11} I_1 \big|_{I_2=0}$.

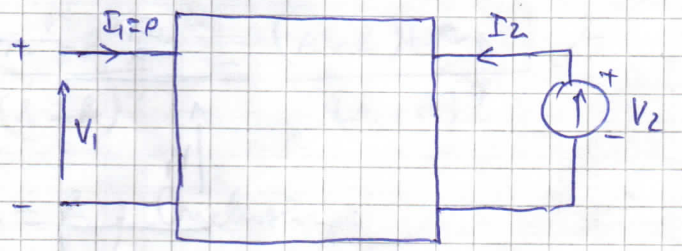
$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$



Z_{11} = paramètre d'impédance d'entrée en Circuit ouvert.

Z_{12} Pour une valeur nulle de I_1 ($I_1 = 0$, Circuit ouvert) on a.

$$V_1 = Z_{12} I_2 \big|_{I_1=0}$$
$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$



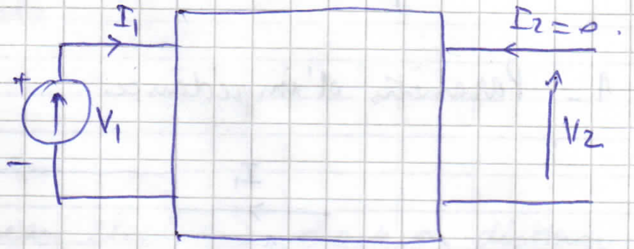
Z_{12} = Paramètre d'impédance de Transfert inverse en Circuit Ouvert.

Z_{21}.

Pour $I_2 = 0$, on a :

$$V_2 = Z_{21} I_1 \Big|_{I_2=0}$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$



Z_{21} = Paramètre d'impédance de Transfert direct en Circuit ouvert.

Le terme Transfert pour indiquer que Z_{12} (Z_{21}) lié une grandeur de sortie sur une grandeur d'entrée.

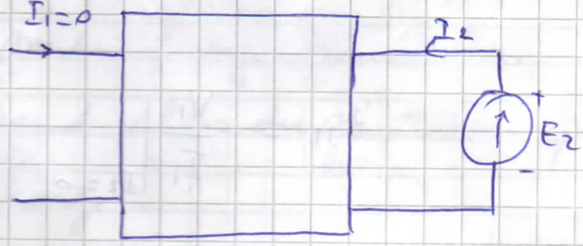
- Pour Z_{12} c'est une grandeur d'entrée sur une grandeur de Sortie d'où le terme de Transfert inverse.

- Pour Z_{21} c'est une grandeur de sortie sur une grandeur d'entrée d'où le terme de Transfert direct.

Z_{22}. Pour $I_1 = 0$ on a :

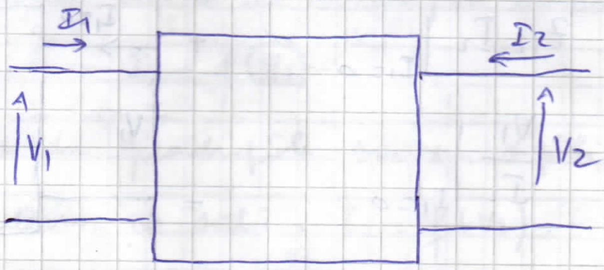
$$V_2 = Z_{22} I_2 \Big|_{I_1=0}$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}\Big|_{I_1=0}$$



Z_{22} = Paramètre d'impédance de sortie en Circuit ouvert.

2. Paramètres d'Admittances.



les équations liant les 4 grandeurs du Quadripôle :

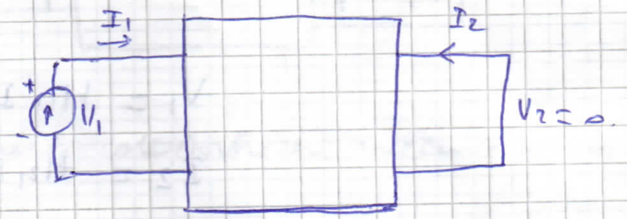
$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2$$

Pour determiner les paramètres d'Admittance, on admet une tension nulle :

~~Ap=~~ à $V_2 = 0$ on a $I_1 = Y_{11} V_1 \Big|_{V_2=0}$.

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\Big|_{V_2=0}$$

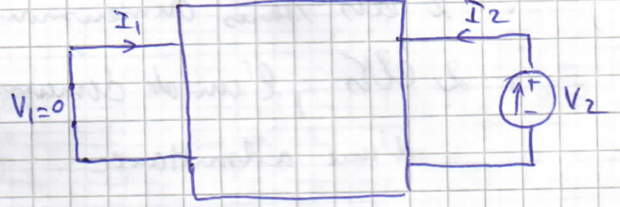


Y_{11} = paramètre d'Admittance d'entrée en Court-circuit.

à $V_1 = 0$; si nous court-circuitons l'entrée

$$I_1 = Y_{12} V_2 \Big|_{V_1=0}.$$

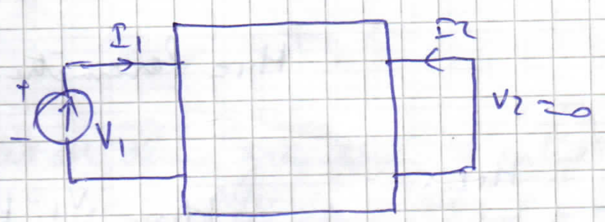
$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\Big|_{V_1=0}$$



Y_{12} = paramettre d'admittance de Transfert inverse en Court-Circuit.

à $V_2 = 0$ $I_2 = Y_{21} V_1 \Big|_{V_2=0}$.

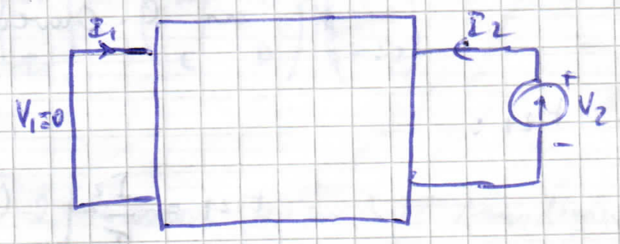
$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\Big|_{V_2=0}$$



Y_{21} = paramètre d'Admittance de Transfert directe en Court-circuit.

à $V_1 = 0$.

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\Big|_{V_1=0}.$$



3. Paramètres Hybrides

Les paramètres hybrides sont très utilisés dans l'analyse des réseaux à transistor. Ils sont dits hybrides car les unités de mesures ne sont pas les mêmes pour tous les paramètres.

$$V_1 = H_{11} I_1 + H_{12} V_2$$

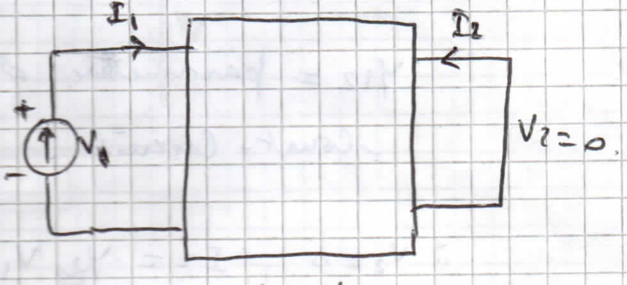
$$I_2 = H_{21} I_1 + H_{22} V_2$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

- 2 élts sans dimensions = Coef de transfert en Courant ou en tension
- 2 élts, l'un de dimension d'une impédance, l'autre de dimension d'une admittance.

H_{11} :

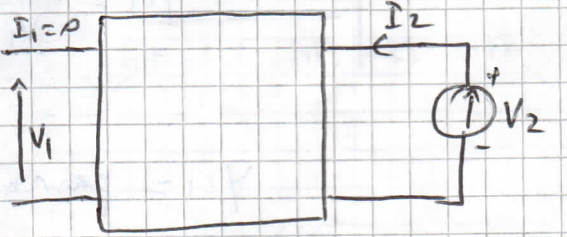
$$H_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \quad (\Omega)$$



H_{11} = Paramètre d'impédance d'entrée en circuit ~~fermé~~ Court. (C.C)

H_{12} :

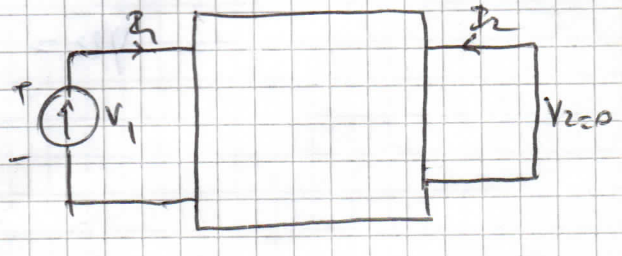
$$H_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} \quad (\text{sans unité})$$



H_{12} = paramètre de rapport de tensions de transfert inverse en C. Ouvert.

H_{21} :

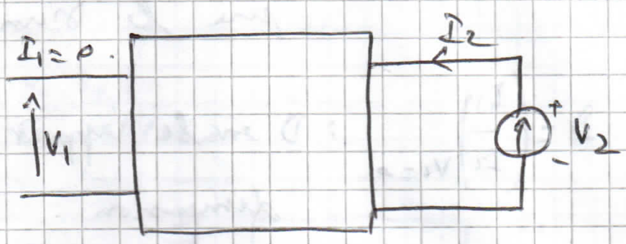
$$H_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} \quad (\text{sans unité})$$



H_{21} = paramètre de Courant de Transfert direct en Court-circuit.
(gain en Courant)

H_{22}.

$$H_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0} \quad (\text{siemens})$$



H_{22} = paramètre d'admittance de sortie en circuit ouvert.

Remarque :

Il existe des paramètres hybrides dit "inverse" relatif à un accès différent, définits par :

$$I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} I_2$$
$$V_2 = g_{21} V_1 + g_{22} I_2$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Pour le Calcul des paramètres, la même procédure est suivi.

4- Paramètre Chaines.

Les équations du Quadripôle sont celles des deux grandeurs d'entrée en fonction des deux grandeurs de sortie pour la matrice Chaîne directe T et des grandeurs de sortie en fonction des deux grandeurs d'entrée pour la matrice chaîne t (inverse)

$$V_1 = A V_2 - B I_2$$
$$I_1 = C V_2 - D I_2$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

$A = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)_{I_2=0}$: A est un rapport de 2 tensions, il est donc sans dimension

$B = -\left(\frac{V_1}{I_2}\right)_{V_2=0}$: B est le rapport d'une tension sur un Courant, l'unité est Ω.

$C = \left(\dfrac{I_1}{V_2}\right)_{I_2=0}$: C est le rapport d'un courant et d'une tension, son unité sera le Siemens (S)

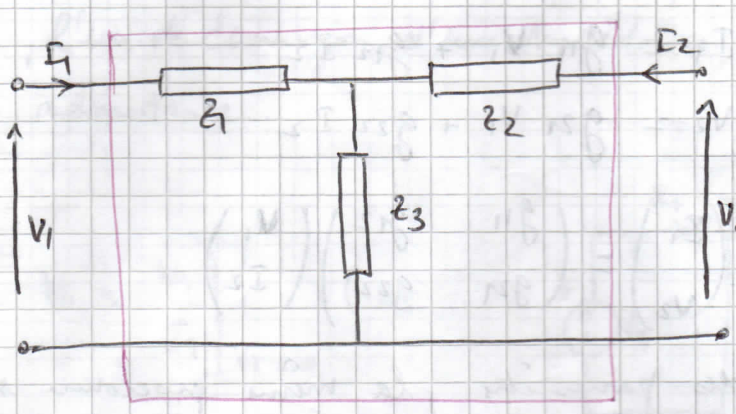
$D = \left(\dfrac{I_1}{I_2}\right)_{V_2=0}$: D est le rapport de deux courants, il sera sans dimension.

Pour la matrice chaîne inverse t :

$$V_2 = a V_1 - b I_1 \qquad I_2 = C V_1 - d I_1 \qquad \Big\| \qquad \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & +b \\ c & +d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{pmatrix}$$

Le calcul des paramètres se ~~calcule~~ fait de la même manière.

Ex.



Calculer les paramètres Z, Y, chaîne T et H.

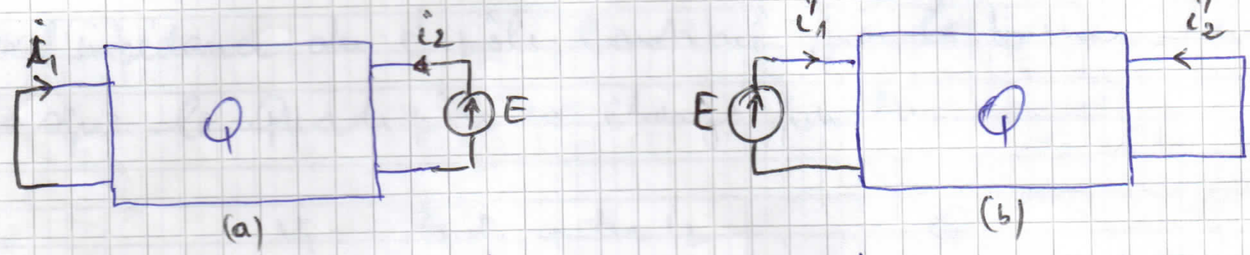
$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1+z_3 & z_3 \\ z_3 & z_2+z_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \qquad \Big\| \qquad \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3} \begin{bmatrix} z_2+z_3 & -z_3 \\ -z_3 & z_1+z_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{z_1+z_3}{z_3} & \dfrac{z_1z_2+z_1z_3+z_2z_3}{z_3} \\ \dfrac{1}{z_3} & \dfrac{z_2+z_3}{z_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$$

4 - Propriétés des Quadripôles passifs

Soit un Quadripôle Q que l'on alimente par la sortie avec une f.em E et dont on court-circuite l'entrée. Un courant i_1 apparait à l'entrée dans le court-circuit.

On réalise le montage réciproque, où Q est alimenté par l'entrée par la f.em E et on court-circuite la sortie. Il apparait un courant que nous noterons i_2' dans le court-circuit.



D'après le Théorème de réciprocité $i_1 = i_2'$

→ Ecrivons les paramètres hybrides du Quadripôle, dans les deux cas:

(a)
$$\overset{v_1}{0} = h_{11} i_1 + h_{12} \overset{v_2}{E} \Rightarrow i_1 = -\frac{h_{12}}{h_{11}} E$$
$$i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} E$$

(b)
$$\overset{v_1}{E} = h_{11} i_1' + h_{12} . \overset{v_2}{0} = h_{11} i_1' \Rightarrow i_1' = \frac{E}{h_{11}}$$
$$i_2' = h_{21} i_1' + h_{22} . 0 = h_{21} i_1' \Rightarrow i_2' = \frac{h_{21}}{h_{11}} . E = h_{21} \frac{E}{h_{11}}$$

puisque $i_1 = i_2'$ donc $-\frac{h_{12}}{h_{11}} E = \frac{h_{21}}{h_{11}} . E \Rightarrow \boxed{h_{21} = -h_{12}}$

Pour 1 Quadripôle passif : $\boxed{h_{21} = -h_{12}}$

→ Ecrivons les paramètres impédances du Quadripôle, dans les deux cas:

(a)
$$0 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2 \Rightarrow i_2 = -\frac{z_{11}}{z_{12}} i_1$$
$$E = z_{21} i_1 + z_{22} i_2 \Rightarrow E = z_{21} i_1 - z_{22} \frac{z_{11}}{z_{12}} i_1 = \frac{(z_{21} z_{12} - z_{22} z_{11})}{z_{12}} i_1$$

(b)
$$E = z_{11} i_1' + z_{12} i_2'$$
$$0 = z_{21} i_1' + z_{22} i_2' \Rightarrow i_1' = -\frac{z_{22}}{z_{21}} i_2'$$
$$E = -z_{11} \frac{z_{22}}{z_{21}} i_2' + z_{12} i_2' = \left(z_{12} - \frac{z_{11} z_{22}}{z_{21}}\right) i_2' = \frac{(z_{12} . z_{21} - z_{11} z_{22})}{z_{21}} i_2'$$

D'après le Théorème de réciprocité, $i_1 = i'_2$, les deux équations sont égales si $Z_{12} = Z_{21}$.

Pour 1 Quadripôle passif, $Z_{21} = Z_{12}$.

De la même manière on aura.

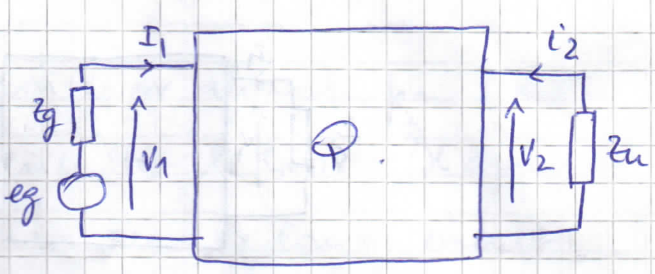
Pour 1 Quadripôle passif :

$\boxed{Y_{21} = Y_{12}}$ $\boxed{AD - BC = 1}$

Associations de Quadripôles.

En pratique un Quadripôle est attaqué par un générateur d'impédance ~~e~~ interne Z_g et il est fermé sur une charge donnée Z_u.

Impédance ~~de~~ d'entrée :



‖ C'est l'impédance du dipôle constitué par les bornes d'entrée lorsque le Quadripôle est chargé par Z_u.

$$v_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2 \qquad (1)$$

$$v_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2 \qquad (2)$$

$$v_2 = -z_u i_2 \qquad (3)$$

(2) et (3) $\Rightarrow$ $-z_u i_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2$

$$z_{21} i_1 = -(z_{22} + z_u) i_2$$

$$i_1 = -\frac{z_{22}+z_u}{z_{21}} i_2 \quad \text{ou} \quad i_2 = -\frac{z_{21}}{z_{22}+z_u} i_1$$

(1) $\Rightarrow$ $v_1 = z_{11} i_1 + z_{12}\left(\frac{-z_{21}}{z_{22}+z_u}\right) i_1$

$$= \left(z_{11} - \frac{z_{12} \cdot z_{21}}{z_{22}+z_u}\right) i_1 .$$

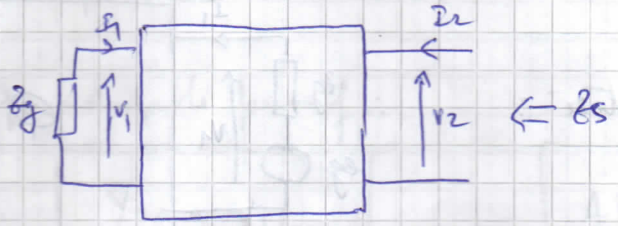
$$\boxed{Z_e = \frac{v_1}{i_1} = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22}+z_u}}$$

Lorsque le Quadripôle a la sortie en Circuit ouvert ($I_2 = 0$).

($Z_u = \infty$) $\quad Z_e = z_{11}$.

Impédance de sortie

C'est l'impédance du dipôle constitué par les bornes de sortie lorsque la tension d'entrée est nulle. (~~entrée~~ Z_g est gardée à l'entrée).



① $v_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2$

② $v_2 = z_{21} i_1 + z_{22} i_2$

③ $v_1 = -z_g i_1$.

① et ③ $\Rightarrow$ $-z_g i_1 = z_{11} i_1 + z_{12} i_2$

$$i_1 = -\frac{z_{12}}{z_{11}+z_g} i_2$$

$$v_2 = z_{21}\left(\frac{-z_{12}}{z_{11}+z_g}\right) i_2 + z_{22} i_2 = \left(z_{22} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{11}+z_g}\right) i_2$$

$$z_s = \frac{v_2}{i_2} = z_{22} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{11}+z_g}$$

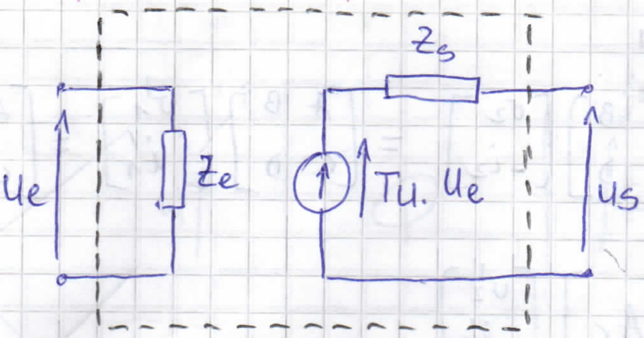
Fonctions de Transfert

Une fonction de Transfert est le rapport entre une grandeur de sortie et une grandeur d'entrée.

Fonction de Transfert en tension : $T_u = \left(\frac{U_s}{U_e}\right)_{I_s=0}$

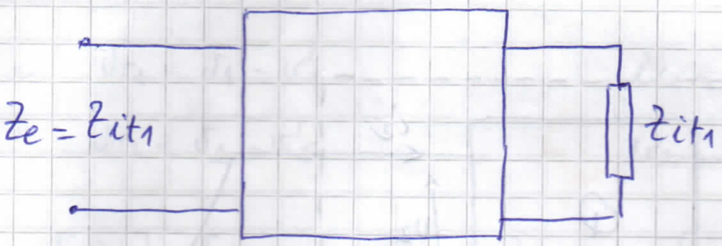
Fonction de Transfert en Courant : $T_i = \frac{I_s}{I_e}$

Modèle équivalent simple d'un Quadripôle.



Impédance Itérative.

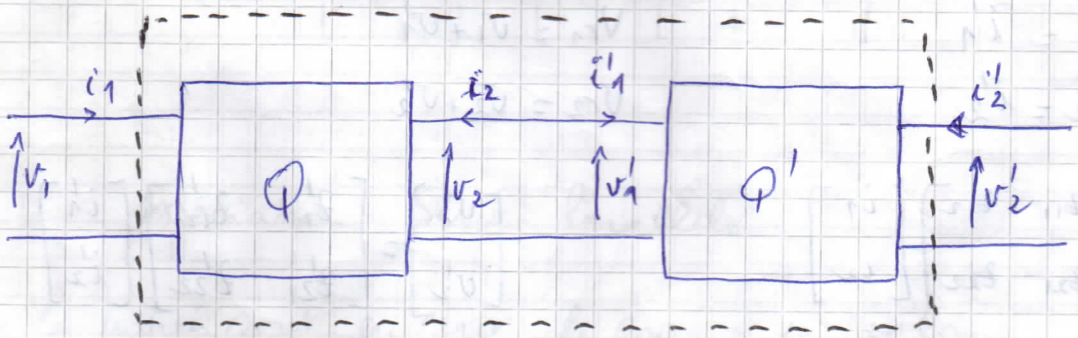
On appelle impédance itérative l'impédance Z_{it1} qui, placée à la sortie du quadripôle, donne à l'impédance d'entrée Z_e la valeur Z_{it1}.



Association de Quadripôles.

Une association de Quadripôles est réalisée par la construction d'un Quadripole avec 2 ou plusieurs quadripôls.

1. Association en Cascade



$v_1 = A v_2 - B i_2$ $\qquad$ $v'_1 = A' v'_2 - B' i'_2$

$i_1 = C v_2 - D i_2$ $\qquad$ $i'_1 = C' v'_2 - D' i'_2$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} v'_1 \\ i'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_2 \\ -i'_2 \end{bmatrix}$$

on a $i'_1 = -i_2$

$v_2 = v'_1$

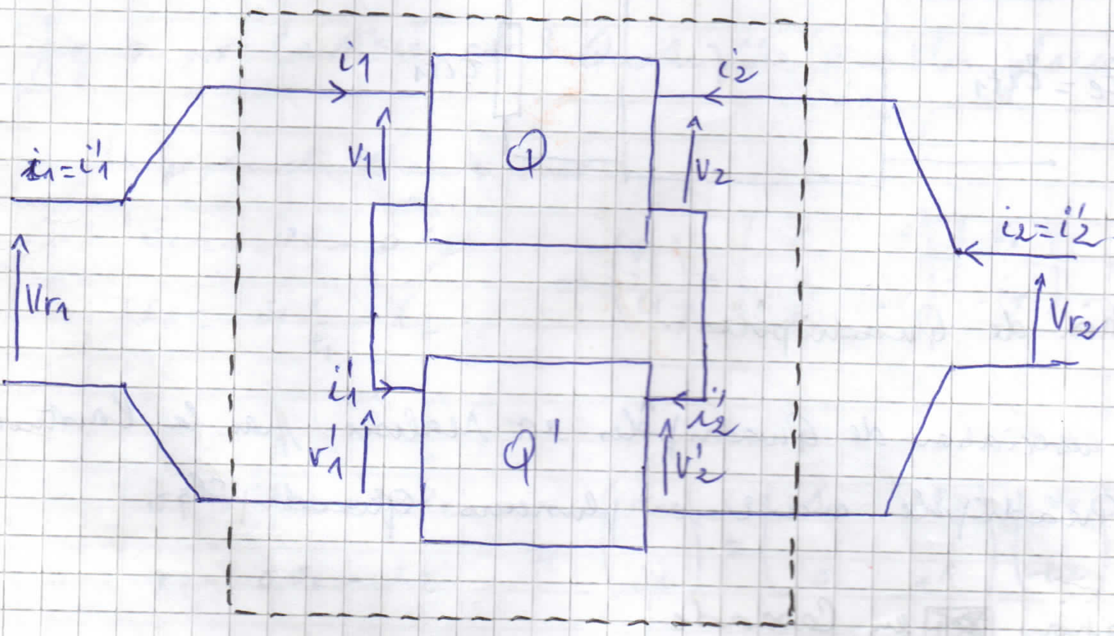
donc $\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_1 \\ i'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_2 \\ -i'_2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_2 \\ -i'_2 \end{bmatrix}$$

La matrice chaine resultante a donc pour valeur

$$\begin{bmatrix} A_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' \end{bmatrix} =$$

2 Association serie



on a $i_1 = i'_1$ $\qquad V_{r1} = v_1 + v'_1$

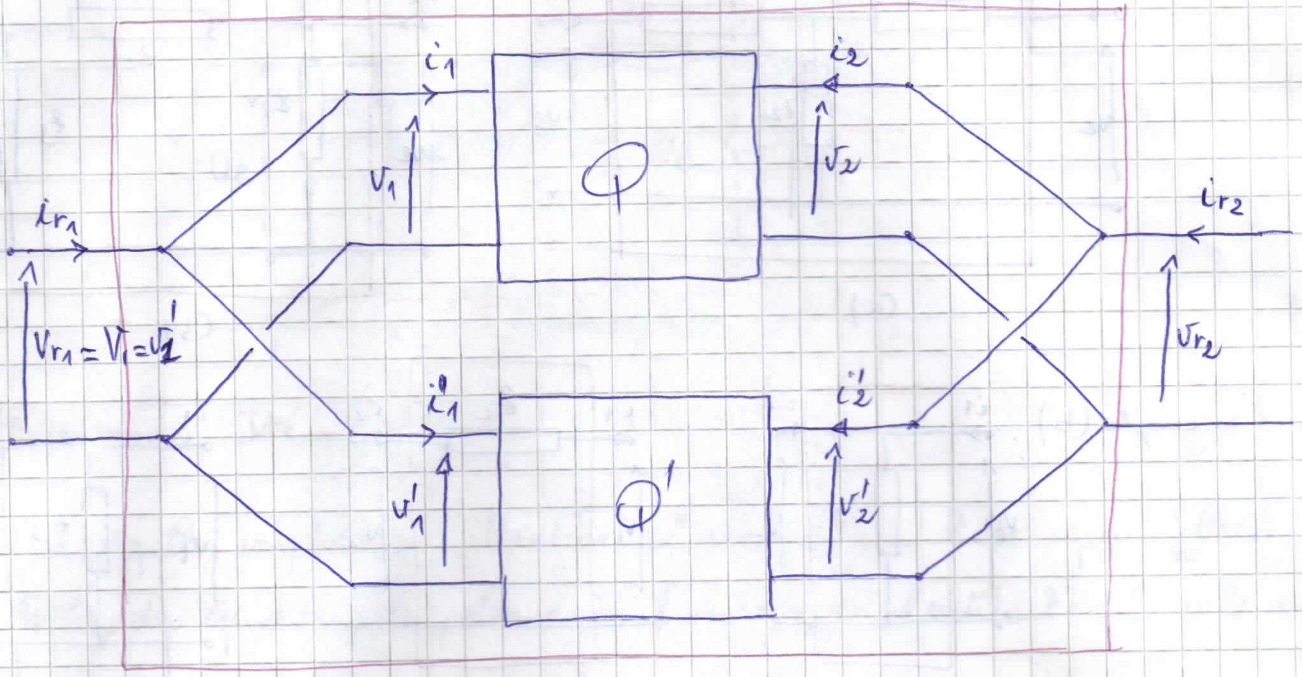
$i_2 = i'_2$ $\qquad V_{r2} = v_2 + v'_2$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} v'_1 \\ v'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z'_{11} & z'_{12} \\ z'_{21} & z'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{r1} \\ V_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v'_1 \\ v'_2 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z' \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{result.} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

donc $\begin{bmatrix} Z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z' \end{bmatrix}$

3. Association Parallèle.



on a $\quad v_{r1} = v_1 = v_1' \qquad i_{r1} = i_1 + i_1'$

$\qquad v_{r2} = v_2 = v_2' \qquad i_{r2} = i_2 + i_2'$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} i_1' \\ i_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}' & y_{12}' \\ y_{21}' & y_{22}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1' \\ v_2' \end{bmatrix}$$

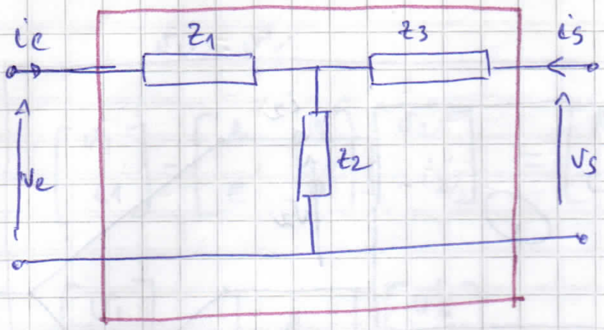
$$\begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_1' \\ i_2' \end{bmatrix} = \Big[[Y] + [Y'] \Big] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = [Y_r] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$[Y_r] = [Y] + [Y']$$

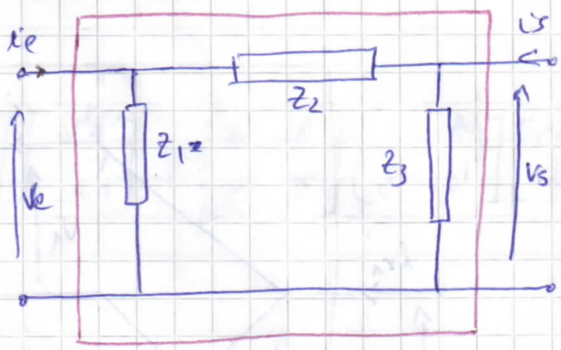
4. Association Série - Parallèle.

Les entrées sont en série, le courant i_e est commun aux deux entrées et $v_e = v_1 + v_1'$. Les sorties étant en parallèle, $v_s = v_2 = v_2'$ et $i_s = i_2 + i_2'$ on utilise les paramètres hybrids.

Ex: Soit à Calculer les paramètres chaînes du Quadripôle suivant:

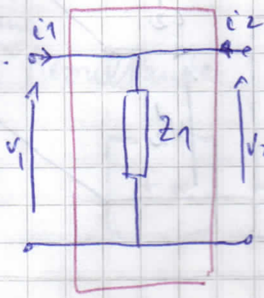


(a)

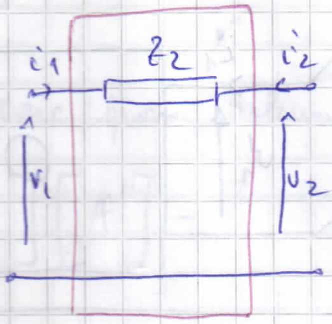


(b)

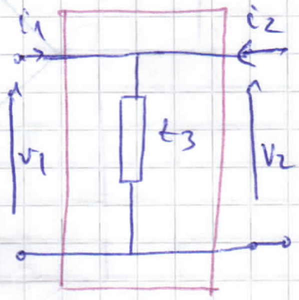
Pour l'exemple (b).



Q_1



Q_2



Q_3

La fig b est constituée de 3 Quadripôles simples placés en Cascades.

Q_1 : Les paramètres chaînes sont:

$$v_1 = v_2 + 0\, i_2$$
$$i_1 = v_2 \cdot \frac{1}{Z_1} - i_2 .$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_1} & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$$

Q_2 :

$$v_1 = v_2 - Z_2 i_2$$
$$i_1 = 0 \cdot v_2 - i_2$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & +Z_2 \\ 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$$

Q_3 : identique que Q_1.

$$v_1 = v_2 + 0\, i_2$$
$$i_1 = v_2 \cdot \frac{1}{Z_3} - i_2$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{pmatrix}$$

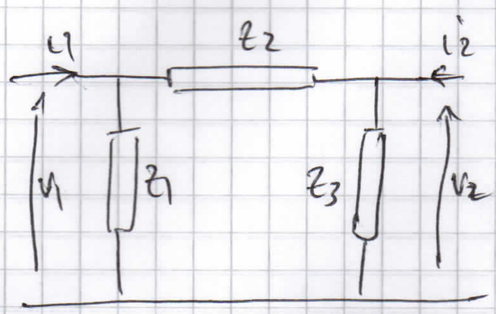
On obtient la matrice du Quadripôle fig b en multipliant ces trois matrices.

$$\begin{pmatrix} v_e \\ i_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_1} & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & +Z_2 \\ 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s \\ -i_s \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_e \\ i_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z_2 \\ \frac{1}{z_1} & \frac{z_2}{z_1}+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{z_3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s \\ -i_s \end{pmatrix}$$

$$\frac{v_e}{i_e} = \begin{pmatrix} 1+\frac{z_2}{z_3} & z_2 \\ \frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_3}\left(1+\frac{z_2}{z_1}\right) & 1+\frac{z_2}{z_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s \\ -i_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s \\ -i_s \end{pmatrix}$$

Faisons le Calcul des paramètres h_{ij} sur le Montage initial.



$$v_1 = A\, v_2 + B\, i_2$$

$$i_1 = C\, v_2 + D\, i_2$$

+ $A = \left.\dfrac{v_1}{v_2}\right|_{i_2=0}$, on a $v_2 = \dfrac{z_3}{z_2+z_3} v_1$

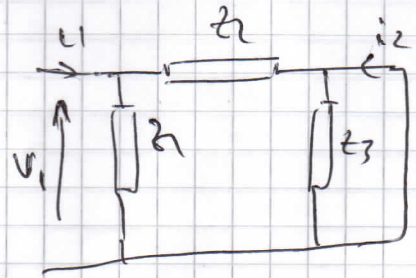
d'où $\dfrac{v_1}{v_2} = 1 + \dfrac{z_2}{z_3} = A$

+ $C = \left.\dfrac{i_1}{v_2}\right|_{i_2=0}$, on a $v_2 = z_3\, i$ avec $i = \dfrac{z_1}{z_1+z_2+z_3} i_1$

donc $v_2 = z_3 \cdot \dfrac{z_1}{z_1+z_2+z_3} i_1$

$$\frac{i_1}{v_2} = \frac{z_1+z_2+z_3}{z_1 z_3} = \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_1} + \frac{z_2}{z_1 z_3} = C$$

+ $B = \left.\dfrac{v_1}{i_2}\right|_{v_2=0}$



$v_1 = -z_2 i_2$ d'où $B = z_2$

$$D = -\frac{i_1}{i_2}\Big|_{v_2=0}$$

$$i_2 = -\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\, i_1 \Rightarrow -\frac{i_1}{i_2} = \frac{Z_1+Z_2}{Z_1} = 1+\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$\boxed{D = 1+\frac{Z_2}{Z_1}}$$