

VI. Interpolation de Lagrange et Newton (20 pts)

Soit les points suivants,

x_k	0	1	4	7
y_k	1	-2	1	2

1. Appliquez la formule de Lagrange pour trouver un polynôme de degré trois qui passe par ces points. Évaluez ensuite ce polynôme pour $x = 2, 3, 5$.
2. Appliquez la formule de Newton pour trouver un polynôme de degré trois qui passe par ces points. Évaluez ensuite ce polynôme pour $x = 2, 3, 5$.
3. Ces évaluations (par la méthode de Lagrange et Newton) sont elles identiques ? Justifier pourquoi.

Réponse

1.

On trouve par Lagrange,

$$P_3(x) = \frac{(x-1)(x-4)(x-7)}{-28} + \frac{x(x-4)(x-7)}{-9} + \frac{x(x-1)(x-7)}{-36} + \frac{x(x-1)(x-4)}{63}.$$

Pour l'interpolation on trouve,

$$P(2) = -2.365,$$

$$P(3) = -1.047,$$

$$P(5) = 2.825.$$

2-3.

Le tableau des différences divisées s'écrit,

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0	1			
1	-2	-3		
4	1	1	1	
7	2	(1/3)	-1/9	(-10/63)

On obtient le polynôme suivant,

$$P_3(x) = 1 - 3x + x(x-1) - (10/63)x(x-1)(x-4).$$

Pour l'interpolation on trouve la même chose que pour Lagrange car le polynôme de collocation de degré trois est unique.

$$P(2) = -2.365,$$

$$P(3) = -1.047,$$

$$P(5) = 2.825.$$