Université :A. MIRA, Béjaïa
Faculté : Technologie
Département : Génie Civil
Niveau : Master 1(M&S)
Module : Elasticité
Enseigants : A. BOUROUBA
Année universitaire :2014/2015

Série d'exercice N°2 : Contraintes

EXERCICE 1

L'état des contraintes en un point M d'un milieu continu est donné dans la base $(0, X_1, X_2, X_3)$ par :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \; (MPa)$$

a) Déterminer le vecteur contraintes Tet ses composantes normale σ_n et tangentielle τ agissant sur :
   - Une facette de normale $n = \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \quad 1 \quad 0 >$;
   - Une facette perpendiculaire à l'axe X_3.

b) Commenter le résultat.

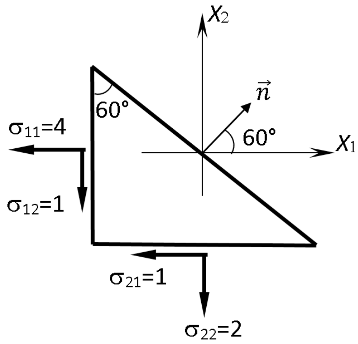
EXERCICE 2

Considérons l'état plan de contraintes au point M représenté sur la figure ci-dessous.

c) Déterminer les composantes normale et tangentielle du vecteur contraintes agissant sur une facette de normale n faisant 60° par rapport à l'axe X_1 en utilisant :
   - Un calcul direct ;
   - Le vecteur contrainte ;
   - La matrice de rotation ;
   - La représentation par le cercle de Mohr

d) A l'aide du cercle de Mohr, déduire :
   - Les contraintes principales agissant au point M.
   - La contrainte de cisaillement maximale τ_{max}

Indication : les contraintes sont en MPa



EXERCICE 3

L'état des contraintes en un point M d'un milieu continu est donné dans la base $(0, X_1, X_2, X_3)$ par le tenseur :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \; (MPa)$$

e) Calculer les contraintes principales et les directions principales normalisées du tenseur σ ;

f) Déduire la contrainte de cisaillement maximale τ_{max} ;

g) Montrer que le tenseur σ est une superposition d'un cisaillement pur ($\tau = 3\, MPa$) dans le plan (X_1, X_2) et d'une compression simple ($\sigma_{com} = 4\, MPa$) dans l'axe X_3.

Indication : $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$.

EXERCICE 4

L'état de contraintes agissant dans un solide élastique soumis à des forces de volume est défini dans un repère orthonormé $(0, X_1, X_2, X_3)$ par le tenseur suivant :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 6x_1^2x_3 & 0 & 6x_2^2 \\ 0 & -6x_2^2 & 0 \\ 6x_2^2 & 0 & 6x_1x_3^2 \end{bmatrix} \; (MPa)$$

a) Donner les expressions des forces de volume.
b) Ecrire le tenseur de contraintes σ au point $M(1,1,1)$.
c) Montrer qu'au point M, le tenseur σ est une superposition de trois états de contrainte simples (purs) :
   - état sphérique (hydrostatique) : $p = 6\ MPa$
   - état uni axial : compression dans le sens X_2 ($\sigma_{com} = 12MPa$)
   - état cisaillement : $\tau = 6\ MPa$ dans le plans (X_1, X_3)
d) Au point M, décomposer le tenseur σ en un tenseur sphérique σ^s et un tenseur déviateur σ^d.