

Série de TD N° 03.
Calcul vectoriel et calcul d'incertitudes.

Exercice (1) : (*Produit scalaire et produit vectoriel*)

Dans un référentiel orthonormé de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec l'origine « O », soient les points A(2,0,0), B(2,-2,0) et C(2,3,-1).

- [1] Donner les expressions des vecteurs \vec{OA} , \vec{OB} et \vec{OC} .
- [2] Calculer le produit $\vec{OA} \times \vec{OB}$.
- [3] Calculer l'aire du triangle OAB.
- [4] Calculer le produit mixte $(\vec{OA} \times \vec{OB}) \cdot \vec{OC}$

En déduire le volume du parallélépipède construit sur les vecteurs \vec{OA} , \vec{OB} et \vec{OC} .

Exercice (2) : (*Opérateurs différentiels*)

Soient la fonction « $V(x, y, z)$ » et le champ de vecteur « $\vec{E}(x, y, z)$ » dont les coordonnées sont (x, y, z) sur la base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ayant comme origine « O ».

Où : $V(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}y^3 - 2 \ln(z)$ et $\vec{E}(x, y, z) = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$

- [1] Donner l'expression de $\vec{E}(x, y, z)$, commenter la variation de $\vec{E}(x, y, z)$ suivant les axes (OX), (OY) et (OZ).
- [2] Calculer la divergence « $\text{div} \vec{E}$ » aux points $P_1(0,1,1)$ et $P_2(1,1,1)$, que constatez-vous ?
- [3] Calculer le rotationnel « $\text{rot} \vec{E}$ » et le laplacien « ΔV ».

Exercice (3) : (*Désaccord*)

La revue scientifique « **Nature** » a publié un article dans lequel deux groupes de recherche découvrent indépendamment une nouvelle particule élémentaire. Les deux mesures de masse au repos présentées sont : $m_1 = (7,8 \pm 0,1) * 10^{-27} \text{ kg}$ et $m_2 = (7,0 \pm 0,2) * 10^{-27} \text{ kg}$

Un étudiant lisant cet article, se pose alors la question suivante : s'agit-il de la même particule ? Répondez à cette question.

Exercice (4) : (*Meilleure estimation et intervalle de confiance*)

Un étudiant mesure cinq fois la densité d'un liquide et obtient les résultats suivants : 1,8 ; 2,0 ; 2,0 ; 1,9 ; 1,8.

- [1] Que suggérez-vous comme meilleure estimation et comme incertitude absolue de la densité de ce liquide?
- [2] La valeur $d=2,1$ est-elle comprise dans l'intervalle de confiance.

Exercice (5) : (*Incertaines fractionnaires*)

Une règle donne un résultat au millimètre le plus proche ; un pied à coulisse au dixième de millimètre le plus proche. La règle permet-elle de mesurer une longueur de 2 cm à 1% près ? Est-ce possible avec le pied à coulisse ?

Exercice (06) : (*Méthodes de calcul des incertitudes*)

Afin de déterminer la résistivité ρ du cuivre, on mesure le diamètre d'un fil de cuivre :

Son diamètre est $d = (0,300 \pm 0,001) \text{ mm}$, sa longueur est $l = (2,00 \pm 0,02) \text{ m}$ et sa résistance est $R = (0,456 \pm 0,005) \Omega$, sachant que S est une section.

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l}$$

Déterminer les expressions et les valeurs des incertitudes relative et absolue (**utiliser les deux méthodes vues en cours**) de la résistivité ρ .

Une mesure physique sans incertitudes est un vecteur d'erreur.