Université A. Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie (1ère année)

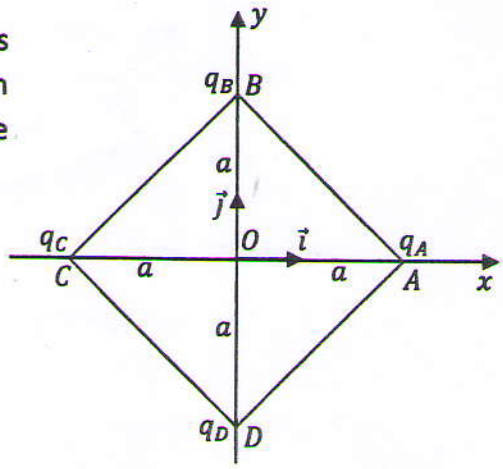
Année universitaire 2013/2014
Mai 2014
Durée : 02 heures

Examen de Physique 2

Exercice 1 : (06 pts)

On considère quatre charges électriques q_A, q_B, q_C et q_D disposées aux sommets d'un carré $ABCD$ dont les coordonnées dans le plan OXY sont : $A(a, 0), B(0, a), C(-a, 0), D(0, -a)$ où a est une constante positive.

On donne $q_A = q_B = q$, $q_C = q_D = -q$ où $q > 0$.

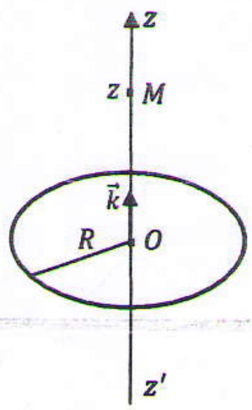


1. Déterminer le vecteur force $\vec{F}$ agissant sur q_A.
2. Trouver le champ électrique au point A.
3. Trouver le potentiel au centre O.
4. Trouver l'énergie interne de ce système de quatre charges.

Exercice 2 : (05 pts)

Soit une boucle circulaire de centre O, de rayon R, uniformément chargée avec une densité linéique λ positive (voir figure ci-contre).

Calculer le champ $\vec{E}$ créé par cette distribution de charges en un point $M(0,0,z)$ de l'axe $z'Oz$ de la boucle :



a. A partir du potentiel électrique.
b. Directement.

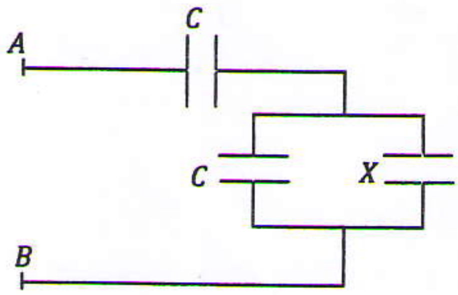
Exercice 3 : (05 pts)

On considère une sphère de centre O et de rayon R, chargée en surface de densité surfacique de charge σ uniforme. Si au centre de la sphère se trouve une charge ponctuelle positive q, calculer en utilisant le théorème de Gauss le champ électrostatique en tout point de l'espace.

Exercice 4 : (04 pts)

Trois condensateurs sont groupés comme l'indique la figure ci-contre.

On donne $C = 3\mu F$.



1. Comment choisir la capacité X pour que la capacité équivalente soit X.
2. On applique entre A et B une ddp $V = 400\ V$. Trouver la charge et la tension pour chaque condensateur.

Université A. Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie (1ère année)

Corrigé de l'Examen de Physique 2

Exercice 1 :

1. Le vecteur force $\vec{F}$ agissant sur q_A.

$\vec{F} = \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{DA}$ 0,25

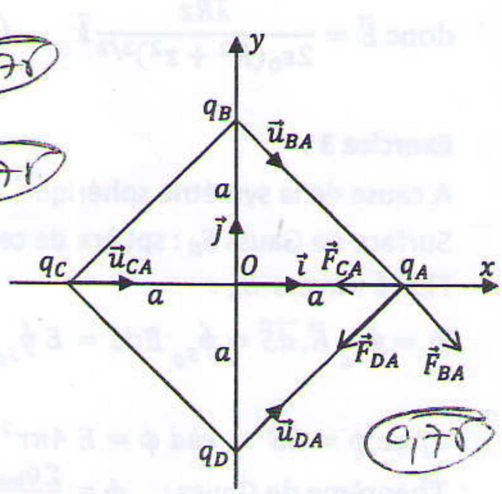
$\vec{F}_{BA} = K\frac{q_A q_B}{r_{AB}^2}\vec{u}_{BA}$, $\vec{F}_{CA} = K\frac{q_A q_C}{r_{CA}^2}\vec{u}_{CA}$, $\vec{F}_{DA} = K\frac{q_A q_D}{r_{DA}^2}\vec{u}_{DA}$ 0,75

Avec $\vec{u}_{BA} = \cos(45)\,\vec{\imath} - \sin(45)\,\vec{\jmath} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}$, $\vec{u}_{CA} = \vec{\imath}$

$\vec{u}_{DA} = \cos(45)\,\vec{\imath} + \sin(45)\,\vec{\jmath} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{\jmath}$ 0,75

et $r_{AB} = r_{DA} = a\sqrt{2}, r_{CA} = 2a$ 0,25

$\vec{F} = -\frac{Kq^2}{4a^2}\vec{\imath} - \frac{Kq^2\sqrt{2}}{2a^2}\vec{\jmath}$ *donc* $\vec{F} = -\frac{Kq^2}{4a^2}(\vec{\imath} + 2\sqrt{2}\vec{\jmath})$ 0,5



2. Champ électrique au point A.

0,25 $\vec{E}_A = \frac{\vec{F}}{q_A}$ *donc* $\vec{E}_A = -\frac{Kq}{4a^2}(\vec{\imath} + 2\sqrt{2}\vec{\jmath})$ 0,25

3. Potentiel au centre O.

0,25 $V(O) = V_A + V_B + V_C + V_D = \frac{Kq_A}{a} + \frac{Kq_B}{a} + \frac{Kq_C}{a} + \frac{Kq_D}{a}$

0,25 $V(O) = \frac{Kq}{a} + \frac{Kq}{a} + \frac{K(-q)}{a} + \frac{K(-q)}{a}$ *donc* $V(O) = 0.$ 0,5

4. Trouver l'énergie interne de ce système de quatre charges.

0,25 $$U = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\sum_{j}\frac{Kq_iq_j}{r_{ij}} = \frac{Kq_Aq_B}{r_{AB}} + \frac{Kq_Aq_C}{r_{AC}} + \frac{Kq_Aq_D}{r_{AD}} + \frac{Kq_Bq_C}{r_{BC}} + \frac{Kq_Bq_D}{r_{BD}} + \frac{Kq_Cq_D}{r_{CD}}$$

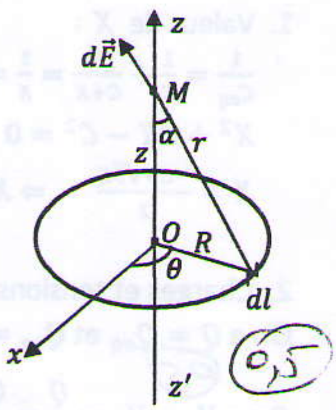
$$\underbrace{U = \frac{Kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{Kq^2}{2a} - \frac{Kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{Kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{Kq^2}{2a} + \frac{Kq^2}{a\sqrt{2}}}_{0,5} \quad donc \quad U = -\frac{Kq^2}{a}$$ 0,5

Exercice 2 :

a. A partir du potentiel électrique.

La charge $dq = \lambda dl = \lambda Rd\theta$ crée en M le potentiel :

$dV(M) = \frac{Kdq}{r} = \frac{K\lambda Rd\theta}{(R^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$ 0,25 0,5



Le potentiel créé en M par la boucle C est :

$V(M) = \int_C \frac{K\lambda Rd\theta}{(R^2+z^2)^{1/2}} = \frac{K\lambda R}{(R^2+z^2)^{1/2}}\int_0^{2\pi} d\theta$ 0,25

ce qui donne $V(M) = \frac{2\pi K\lambda R}{(R^2+z^2)^{1/2}} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0(R^2+z^2)^{1/2}}$ 0,5

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{dV}{dz}\vec{k}$ donc $\vec{E} = \frac{\lambda Rz}{2\varepsilon_0(R^2+z^2)^{3/2}}\vec{k}$ 0,25 0,5

b. Calcul direct :

A cause de la symétrie, le champ électrique total est suivant l'axe $z'0z$ donc $\vec{E} = E\vec{k}$ avec $E = \int dE_z$ 0,5

La charge $dq = \lambda dl = \lambda Rd\theta$ crée en M le champ $d\vec{E}$:

$$d\vec{E} = \frac{Kdq}{r^2}\vec{u} = \frac{K\lambda Rd\theta}{R^2+z^2}\vec{u}$$ 0,5

On a $E = \int dE_z = \int dE\, cos\alpha$ avec $cos\alpha = \frac{z}{r} = \frac{z}{(R^2+z^2)^{1/2}}$ 0,25 0,25

$$E = \int_0^{2\pi} \frac{K\lambda Rz d\theta}{(R^2+z^2)^{3/2}} = \frac{K\lambda Rz}{(R^2+z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi K\lambda Rz d\theta}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$ 0,25

donc $\vec{E} = \frac{\lambda Rz}{2\varepsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}} \vec{k}$ 0,5

Exercice 3 :

A cause de la symétrie sphérique, le champ $\vec{E}$ est radial et ne dépend que de $r = \|\overrightarrow{OM}\|$: $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$ 0,5

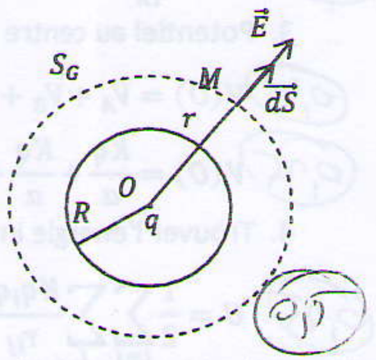
Surface de Gauss S_G : sphère de centre O et de rayon r. 0,5

Flux à travers S_G :

$\phi = \oint_{S_G} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \oint_{S_G} EdS = E \oint_{S_G} dS$ (car E est constant en tout point de S_G) 0,5

$donc\ \phi = ES \quad càd\ \phi = E\, 4\pi r^2$ 0,5

Théorème de Gauss : $\phi = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$ 0,5 $donc\ E\, 4\pi r^2 = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$



- M est extérieur à la sphère de rayon R ($r > R$):

  $\sum Q_{int} = q + \int \sigma dS \quad donc \quad \sum Q_{int} = q + \sigma\, 4\pi R^2$ 0,5

$donc \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$ 0,5

- M est intérieur à la sphère de rayon R ($r < R$):

  $\sum Q_{int} = q$ 0,5

$donc \quad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 0,5

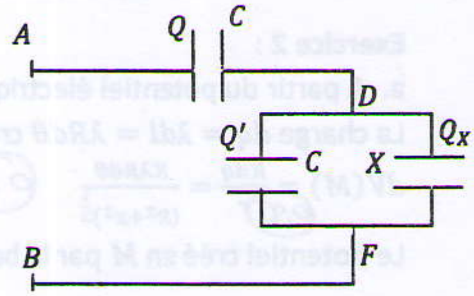
Exercice 4 :

1. Valeur de X :

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C+X} = \frac{1}{X} \Rightarrow$ 0,5

$X^2 + CX - C^2 = 0 \Rightarrow$

$X = \frac{-C+\sqrt{5}C}{2} \quad \Rightarrow X = 1.85\mu F$ 0,5



2. Charges et tensions.

On a $Q = Q_{eq}$ et $Q_{eq} = C_{eq}V = X\,V = 7.4\ 10^{-4}C\ donc\ Q = 7.4\ 10^{-4}C$ 0,5 0,5

$On\ a\ V_A - V_D = \frac{Q}{C} = \frac{Q_{eq}}{C} = \frac{X}{C}V \Rightarrow V_A - V_D = 247\ V$ 0,5

$V_D - V_F = V - (V_A - V_D) \Rightarrow V_D - V_F = 153\ V$ 0,5

$Q' = C(V_D - V_F) \Rightarrow Q' = 4.6\ 10^{-4}C$ 0,5

$Q_X = X(V_D - V_F) \Rightarrow Q_X = 2.8\ 10^{-4}C$ 0,5