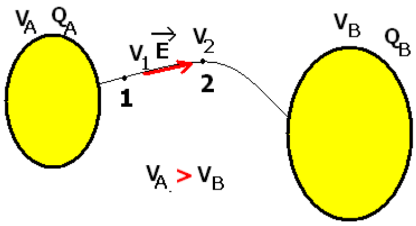
# ELECTROCINETIQUE

L'électrocinétique est l'étude des charges électriques en mouvement.

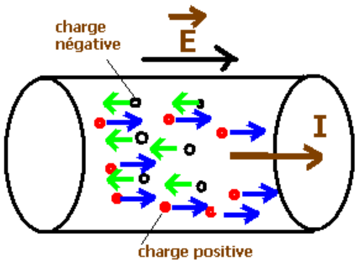
## 1. Courant électrique

Soient deux conducteurs chargés $A$ et $B$ aux potentiels $V_A$ et $V_B$ tels que $V_A > V_B$ . On les relie par un fil conducteur pour obtenir un conducteur unique ( A-fil-B) qui n'a pas le même ptentiel en tout point : il existe une différence de potentiel $dV$ entre 2 points quelconques 1 et 2 du fil.Il en résulte un champ électrique $E = -dV\ /dr$ qui agit sur les charges pour les déplacer .E n se déplaçant ces charges forment un courant électrique qui circule de A vers B. Donc un courant électrique est un écoulement de particules chargées. Il est caractérisé par une intensité et un sens.




### a. Sens du courant :

Par convention, le sens de I est celui des charges positives (celui du champ).




### b. Intensité du courant :

Si pendant le temps $t$ s'écoulent $n$ particule de charge, l'intensité du courant est égale à la charge totale qui s'écoule par unité de temps :

$$\boldsymbol{I = \frac{nq}{t} = \frac{Q}{t}}$$

L'unité du courant est l'ampère $(A)$ : $1\ A = 1\ C/s$

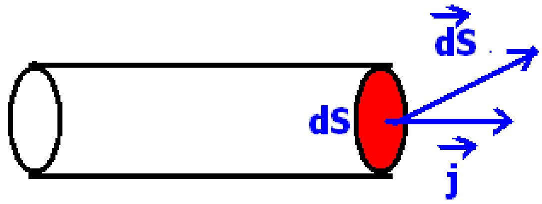
### c. Densité de courant et vitesse de dérive:

Soit un fil conducteur de section $\boldsymbol{S}$ et de longueur $\boldsymbol{l}$ qui contient $\boldsymbol{n}$ particules de chage $\boldsymbol{q}$ animées par une vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ .

Pendant le temps $\boldsymbol{dt}$ ces charges parcourent la distance $\boldsymbol{dl = v\ dt}$ **.**

Soit un élément de surface $\overrightarrow{\boldsymbol{dS}} = \vec{\boldsymbol{n}}\ \boldsymbol{dS}$. La quantité de charge $\boldsymbol{dq}$ qui traverse $\boldsymbol{dS}$ pendant le temps $\boldsymbol{dt}$ est :

$dq = nq\, dV = nq\, dS\, dl = nq\, \frac{\overrightarrow{dS}\overrightarrow{dl}}{dt} dt \Rightarrow dq =$
$nq\, dt\, \vec{v}\, dS\ \vec{n} = \vec{j}\, dt\ \ dS\ \vec{n}$




Le vecteur : $\vec{j} = nq\vec{v}$ est la densité de courant.

**$\vec{v}$ représente la vitesse de dérive**

Le courant dans le fil est :

$$I = dQ/dt = 1/dt \iint_{section} dq = 1/dt \iint_{section} \vec{j}\, \overrightarrow{dS}\, dt$$

$$\Rightarrow I = \iint_{section} \vec{j}\, \overrightarrow{dS}$$

Le courant dans le fil est donc le flux à travers la section du fil de la densité du courant.

**Donc :**

$$J = I/S$$

L'unité de $j$ est $(\frac{A}{m^2})$ et S représente la section droite du conducteur ( le courant est perpendiculaire à cette section).

Exemple

Soit un fil en cuivre de diamètre d=4mm et transporte une charge Q=18 KC pendant une heure. Déterminer $J$ et $v$.

On donne n=8.41.10$^{20}$ m$^{-3}$ (nombre d'électrons par unité de volume)

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 5A$

$J = \frac{I}{S} = 4.10^5 A.m^{-2}$

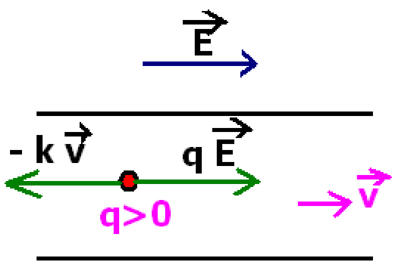
$v_d = \frac{J}{ne} = 0.03\ mm/s$

**LOI D'OHM**

**Forme locale de la loi d'Ohm**

**a. Mobilité électrique**

Soit une charge $q$ qui est soumise à une force électrique $\vec{F}$ et aux collisions.




On applique la loi de Newton sur la particule chargée.

$$\sum \overrightarrow{forces} = m\vec{a}$$

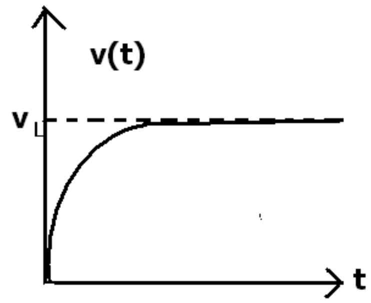
$$\Rightarrow q\vec{E} - k\vec{v} = md\vec{v}/dt$$

$$\Rightarrow qE - kv = mdv/dt$$

$$\Rightarrow dv/(qE - kv) = dt/m$$

$$\Rightarrow \ln(qE - kv) = -k\frac{t}{m} + Cte$$

$$\Rightarrow \mathrm{v(t)} = \frac{qE}{k}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$




Lorsque le mouvement de la particule est stationnaire ( $dv/dt = 0$), la vitesse de la charge est constante est vaut :
$\boldsymbol{\vec{v} = \frac{q}{k}\vec{E} = \mu\vec{E}}$ **où** $\boldsymbol{\mu = \frac{q}{k}}$ ***est la mobilit***é.

Le régime stationnaire est atteint pour $t = \tau = \frac{m}{k}$ qu'on appelle temps de relaxation.

**b. Conductivité et résitivité : loi d'Ohm microscopique**

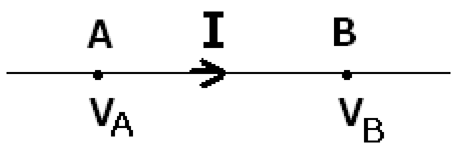
Généralement, la densité de courant $\vec{j}$ est toujours proportionnelle au champ électrique $\vec{E}$ telle que : $\vec{j} = \sigma\,\vec{E}$.

La vitesse des particules est reliée au champ par la relation : $\vec{v} = \mu\vec{E}$ . $Le$ coefficient de proportionnalité est la mobilité des porteurs de charge.

Comme $\vec{j} = nq\vec{v}$ , on peut l'écrire sous la forme : $\boldsymbol{\vec{j} = nq\mu\vec{E} = \sigma\vec{E}}$. Forme locale de la loi d'OHM

Le coefficient $\boldsymbol{\sigma}$ **représente la conductivité** électrique du milieu.

- $\sigma$ se mesure en $\frac{A}{V.m} = \Omega^{-1}.m^{-1} = \frac{S}{m}$.
- L' inverse de $\sigma$ ($\rho = 1/\sigma$) **est la résistivité du** milieu, elle se mesuree en $\Omega.m$.
- $\sigma$ est une grandeur locale positive : $\sigma_{cuivre} = 58\ 10^6\frac{S}{m}$ ( $conducteur$) et $\sigma_{verre} = 10^{-11}\frac{S}{m}$ ( $Isolant$).
-
- D'après $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ , on constate que les lignes de champ sont aussi les lignes de courant. Comme $\sigma$ est une grandeur positive, le courant s'écoule de A vers B avec $V_B < V_A$ .




**c. Energie d'entretien de $I$ :**

Si une charge $q$ se déplace à travers une ddp $V = V_1 - V_2$ , elle gagne une énergie $w = qV$.

Si on a $N$ charges, l'énergie totale gagnée est $W = NqV = QV$ . $W$ est l'énergie nécessaire pour maintenir le courant $I$ constant : c'est l'énergie d'entetien de $I$.

**d. Puissance électrique :**

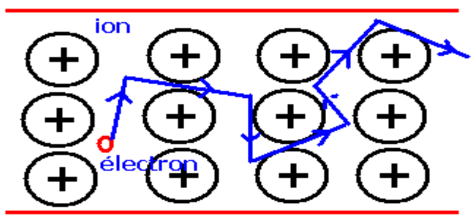
La puissance est l'énergie par unité de temps.

$$P = W/t = QV/t = IV$$

$P$ se mesure en watts ($w$) et $W$ en joules ($J$).

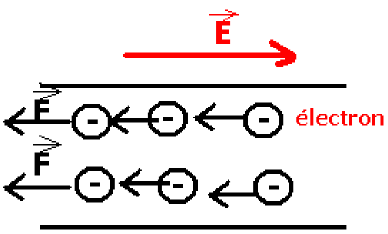
## 2. RESISTANCE ELECTRIQUE

La matière est constituée d'atomes. Dans les conducteurs les électrons des dernières couches sont faiblement liés aux noyaux et ils se déplacent librement au sein du conducteur. Donc un conducteur est formé d'ions positifs entre lesquels circulent les électrons (charges négatives).

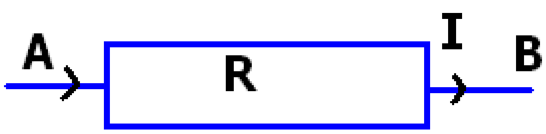



Si $\vec{E} = \vec{0}$, le déplacement moyen des électrons est nul. La vitesse moenne des électrons est aussi nulle ( $\bar{v} = 0\ m/s$).

Si $\vec{E} \neq \vec{0}$, les charges sont poussées par la force $\vec{F} = q\vec{E}$ . Donc le champ $\vec{E}$ oriente le mouvement des électrons. La vitesse moyenne est différente de zéro ( $v \neq 0$) et il y a naissance d'un courant électrique.




Le mouvement des électrons est perturbé par des obstacles comme les ions, les lacunes et les interstitiels. Ces obstacles ralentissent le mouvement des particules chargées et l'intensité du courant diminue. Ce phénomène est caractérisé par une constante R qu'on appelle « résistance électrique ».



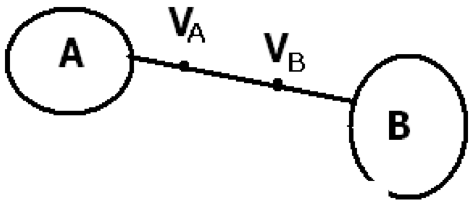
$$V = V_A - V_B$$

Lorsque la température est constante, la ddp entre $A$ et $B$ est proportionnelle à $I \implies \boldsymbol{V = RI}$

La résistance $R$ se mesure en Ohms ( Ω).

**a. Resistance d'un conducteur : loi d'Ohm macroscopique**

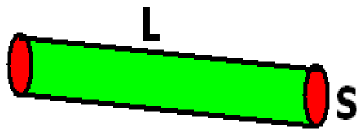
Soient 2 conducteurs A et B .




On a : $V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\,\overrightarrow{dl}$ et $I = \iint \sigma \vec{E}\,\overrightarrow{dS}$

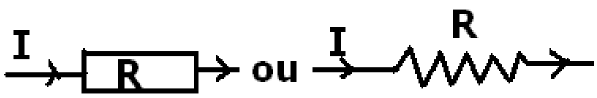
Comme $V = RI \implies R = \frac{V}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E}\,\overrightarrow{dl}}{\iint \sigma \vec{E}\,\overrightarrow{dS}}$

Pour un fil de section $S$ et de longueur $L$, on a :




$$\boldsymbol{R = \frac{E.L}{\sigma.E.S} = \frac{L}{\sigma.S} = \rho\frac{L}{S}}$$

**Symbole de la résistance** :




**b. Effet Joule :**

Lorsque les électrons sont ralentis, leur vitesse diminue et il y a perte de l'énergie cinétique ( $mv^2$ /2) . Cette énergie perdue va chauffer le conducteur :

$$V = RI \text{ et } P = VI = RI^2$$

L'énergie perdue par effet joule est :

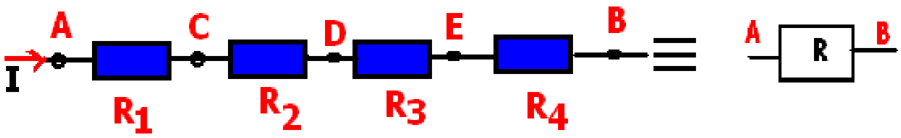
$$W = P.t = RI^2t$$

**c. Applications de l'effet Joule :**

- **Chauffage électrique** : Un alliage Nickel-Chrome est utilisé comme résistance électrique ( $T \approx 1000\ °C$).
- **Eclairage électrique par incandescence** : le tungstène est utilisé comme fil électrique dans les lampes.
- **Fusibles** : sont des conducteurs qui coupent le circuit électrique lorsque I dépasse une certaine valeur limite (Ag, Al, Pb).

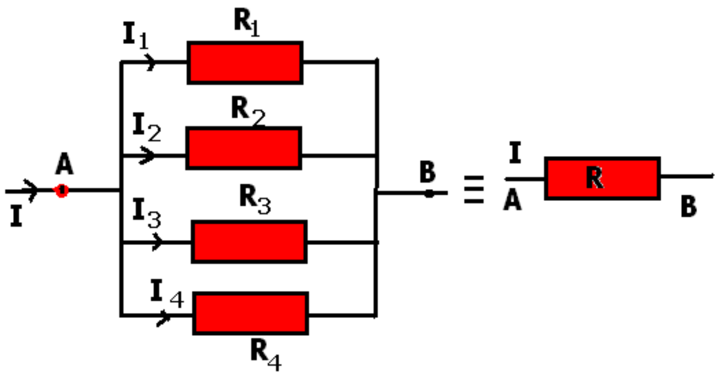
### d. Associations des résistances :

- **En série :** les résistances sont traversées par un même courant.




$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_E) + (V_E - V_B)$$
$$\Rightarrow V_A - V_B = R_1\, I + R_2\, I + R_3\, I + R_4\, I = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)I = RI$$
$$\Rightarrow R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$
$$\Rightarrow R = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

- **En parallèle :** elles ont la même différence de potentiel ( ddp)




$$V = V_A - V_B = R_1\, I_1 = R_2\, I_2$$
$$= R_3\, I_3$$
$$= R_4\, I_4$$

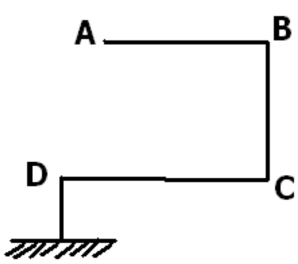
Comme $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$

$$\Rightarrow \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \frac{V}{R_4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

## CIRCUITS ELECTRIQUES

### a. Générateur

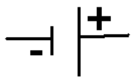


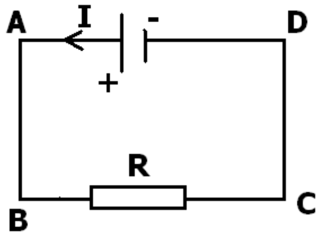

Soit le circuit ABCD suivant :

Si $V_A > V_D$ , un courant $I$ va circuler de $A$ vers $B$ . Au bout d'un certain temps , tous les points du circuit seront au même potentiel. Donc $V_A = V_D$ et $I = 0$.

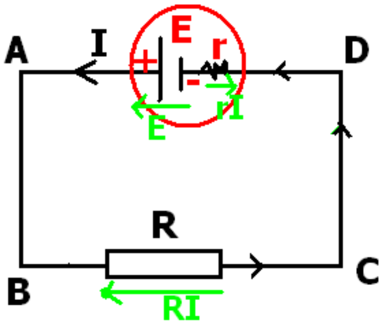
Pour entretenir ce courant, on introduit dans entre A et D un générateur électrique : c'est un appareil capable de maintenir une ddp fixe entre 2 conducteurs métalliques.

**Symbole :**




Un générateur électrique est caractérisé par :




- **Une force électromotrice (fem) :** $\boldsymbol{\varepsilon}$ en volt. toujours positive. Elle permet aux charges (électrons) de remonter la le potentiel : du postentiel bas vers la potentiel haut.
- Une résistance interne : $r$

$$\varepsilon = (R+r)I \Rightarrow \varepsilon - rI = RI$$
$$\Rightarrow V_A - V_D = V_B - V_C$$

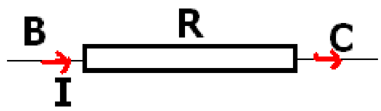
**b. Générateurs en série**

Deux générateurs sont dits en série si la borna (+) de l'un est reliée à la borne (-) de l'autre. La force électromotrice totale est la somme des fém. aussi la résistance interne de l'ensemble des générateurs est la somme des résistances internes.

**c. Récepteur : Force contre électromotrice**

Un récepteur est un appareil qui transforme l'énergie électrique en d'autres formes d'énergie (énergie mécanique (moteur), énergie lumineuse (lampe) ,....etc .).
Si un récepteur de résistance R est branché entre les points B er C, l'énergie totale dépensée est :

$$W = W_J + W_R$$



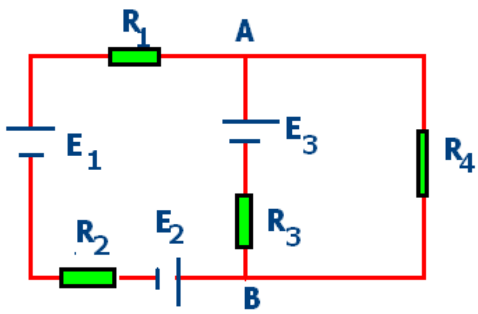

$W_J = RI^2t$ est l'énergie dépensée sous forme de chaleur.
$W_R$ est l'énergie dépensée dans le récepteur.
Comme : $W = P.t = (V_B - V_C)\,It$ et $W = W_J + W_R$

On aura : $(V_B - V_C)It = RI^2t + W_R \Rightarrow (V_B - V_C) = RI + {W_R}/{It} = RI + e$

Où $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{W_R}/\boldsymbol{It}$ est la force contre électromotrice (c'est une d.d.p, elle se mesure en Volts).

## 3 . LES LOIS DE KIRCHHOFF

### a. Définitions :

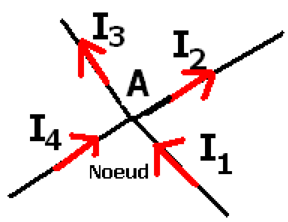



- **Nœud :** point ou arrivent plus de 2 fils de connexion.
- **Branche :** partie du circuit située entre 2 nœuds voisins.
- **Maille :** ensemble de branches constituant une boucle (circuit) fermée.
- **Circuit :** ensemble de mailles.

**Exemple :** Pour le circuit ci-dessous on note 2 nœuds $A$ et B , 3 branches et 3 mailles.

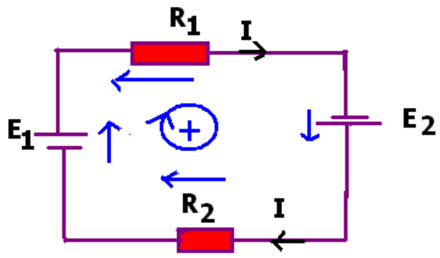
**b. Lois de Kirchhoff :**

- **Loi des nœuds** : La somme des courants qui arrivent en un nœud est égale à la somme des courants qui partent de ce nœud.




On a pour ce nœud : $I_1 + I_4 = I_2 + I_3$

- **Loi des mailles** : Le long d'une maille, la somme algébrique des tensions est égale à zéro.



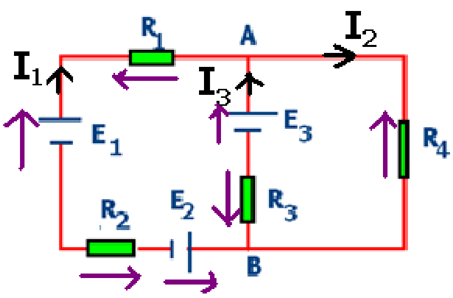

On a pour cette maille : Après avoir choisi un sens positif pour les tensions, on trouve :

$$E_1 - R_1 I + E_2 + R_2 I = 0$$

On utilise ces 2 lois pour déterminer des valeurs des courants qui traversent chaque branche du circuit.

**c. Courant de branche** :

Pour déterminer les valeurs des courants dans les branches, on choisit arbitrairement le sens de courant qui traverse chaque branche puis on applique les lois de Kirchhoff. Après avoir fait les calculs, si la valeur de I trouvée est positive, cela veut dire que le sens choisi est le bon, sinon, c'est le sens contraire ( avec la même valeur absolue).




**Exemple** : On considère le circuit suivant avec :

$E_1 = 30V, E_2 = 10\ V, E_3 = 20\ V, R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 30\Omega\ et\ R_4 = 40\Omega$

Il y a 2 nœuds et 3 mailles.

Loi des nœuds : $I_2 = I_3 + I_1$

Loi des mailles :

$$Maille 1:\ \ E_1 - R_1 I_1 - E_3 + R_3 I_3 - E_2 - R_2 I_1 = 0$$
$$Maille\ 2:\ \ E_3 - R_4 I_2 - R_3 I_3 = 0$$
$$Maille\ 3:\ \ E_1 - R_1 I_1 - R_4 I_2 - E_2 - R_2 I_1 = 0$$

On constate qu'on un système de 3 équations à 3 inconnues qu'il fallait résoudre : $\begin{cases} I_2 = I_3 + I_1 \\ E_3 - R_4 I_2 - R_3 I_3 = 0 \\ E_1 - R_1 I_1 - R_4 I_2 - E_2 - R_2 I_1 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_2 = I_3 + I_1 \\ 4I_2 + 3I_3 = 2 \\ 3I_1 + 4I_2 = 2 \end{cases}$$

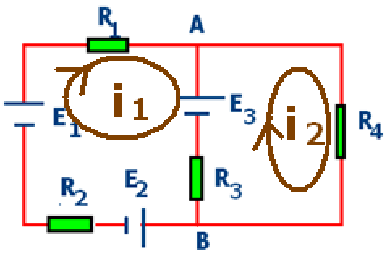
$$\Rightarrow \begin{cases} I_2 = I_3 + I_1 \\ 7I_2 - 3I_1 = 2 \\ 3I_1 + 4I_2 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_2 = \dfrac{4}{11}\ A\ (\ le\ sens\ choisi\ est\ le\ bon) \\ I_1 = \dfrac{2}{11} A\ \ (\ le\ sens\ choisi\ est\ le\ bon) \\ I_3 = \dfrac{2}{11} A\ (\ le\ sens\ choisi\ est\ le\ bon) \end{cases}$$

**d. Courants de maille :**

On suppose que chaque maille est parcourue par un courant de maille ( le sens est choisi arbitrairement). Chaque branche commune 2 mailles est parcourue par 2 courants de maille. Une fois les courants de mailles sont connus, on peut déterminer facilement les courants des branches. Comme exemple on reprend le circuit précédent :

$$E_1 = 30V, E_2 = 10\ V, E_3 = 20\ V, R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 30\Omega\ et\ R_4 = 40\Omega$$




On considère les 2 mailles indépendantes parcourues par les courants de maille $i_1 et\ i_2$.

On applique la loi des mailles pour le circuit :

$Maille 1$:

$$-R_1 i_1 - E_3 - R_3(i_1 - i_2) - E_2 - R_2 i_1 = 0$$

$Maille\ 2$: $E_3 - R_3(i_2 - i_1) - R_4 i_2 = 0$

En remplaçant par les données :

$$\begin{cases} E_1 - R_1 i_1 - E_3 - R_3(i_1 - i_2) - E_2 - R_2 i_1 = 0 \\ E_3 - R_3(i_2 - i_1) - R_4 i_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -6i_1 + 3i_2 = 0 \\ 3i_1 - 7i_2 = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = \dfrac{2}{11} A \\ i_2 = \dfrac{4}{11} A \end{cases}$$

Avec les courants de maille on peut retrouver les courants des branches :

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = i_1 = \dfrac{2}{11} A \\ I_2 = i_2 = \dfrac{4}{11} A \\ I_3 = i_2 - i_1 = \dfrac{2}{11} A \end{cases}$$