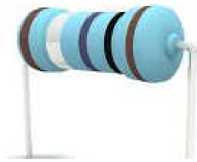
01

Plan du cours

Les effets des Conducteurs

1. Résistance d'un conducteur
2. Effet de peau électromagnétiques (effet pelliculaire)
3. Résistance en fonction de l'épaisseur de peau
4. Résistance d'un conducteur fin et d'un plan de masse
5. Inductance d'un conducteur
6. Expression de l'inductance
7. Inductance – Relations associées
8. Inductance d'un conducteur fin
9. Inductance d'un plan de masse
10. Inductance d'une Bobine avec noyau
11. Inductance de quelques formes de conducteur
12. Inductance de quelques boucles de conducteur
13. Inductance mutuelle
14. Mutuelle de quelques configurations
15. Conclusion
16. Capacité des conducteurs
17. Capacité (dépendance et ligne de champ)
18. Capacité – Relations associées
19. Capacité de quelques configurations
20. Effet d'antenne des conducteurs

Résistance d'un conducteur



Considérons une portion d'un conducteur de longueur « l » , de section « S » et parcouru par un courant « I », tel que :

$$J = \frac{dI}{ds} \Rightarrow I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad avec \quad \vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow I = \sigma \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

S'il existe un courant, cela signifie qu'il y a une chute de potentiel V, telle que :

$$V = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

La résistance est alors :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\sigma \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

Dans le cas simple d'un conducteur filiforme où le champ électrostatique est uniforme, la résistance est :

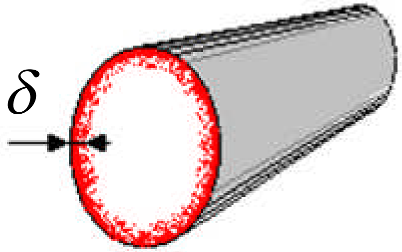
$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$$

Où σ est la conductivité électrique du matériau : Cuivre : $\sigma = 5{,}710^{7}$ $[\Omega/m]^{-1}$; Aluminium : $\sigma = 3{,}5\ 10^{7}$ $[\Omega/m]^{-1}$; Fer : $\sigma = 0{,}8\ 10^{7}[\Omega/m]^{-1}$

Effet de peau électromagnétique (Effet pelliculaire)

- L’épaisseur où circule le courant est donnée par :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\sigma\pi f}}$$



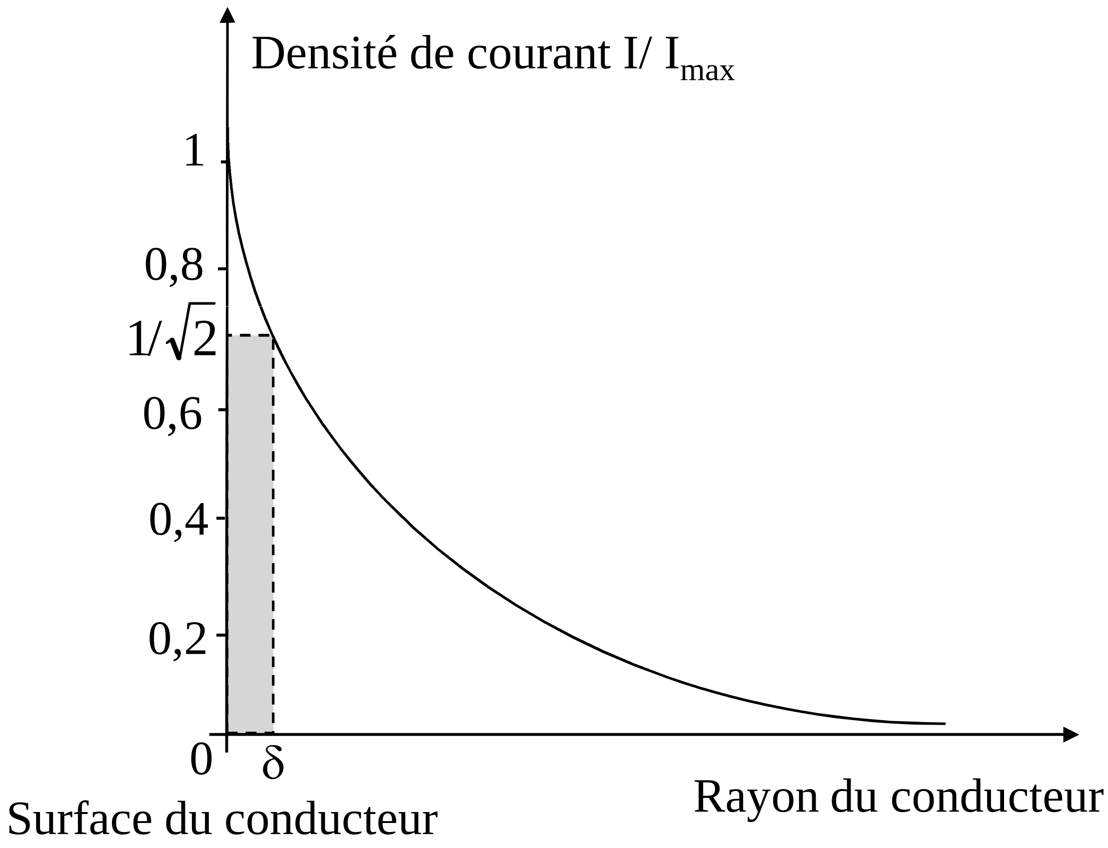
Pour le cuivre (σ = 5,7 10^7 [Ω/m]$^{-1}$, μ_0=4$\pi$$10^{-7}$[H/m]) :

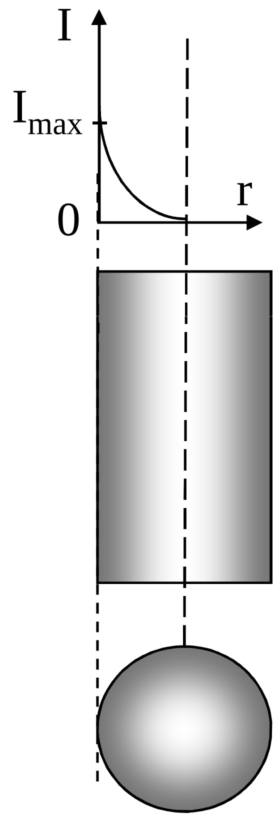
$$\delta = 66 / \sqrt{f}$$

- Un courant continu circule de manière homogène dans le conducteur,
- Un courant alternatif se concentre en périphérie (sur la surface) du conducteur .

L’épaisseur de peau diminue avec la racine carrée de la fréquence, avec la conductivité et avec la perméabilité

Effet de peau électromagnétique (Effet pelliculaire)





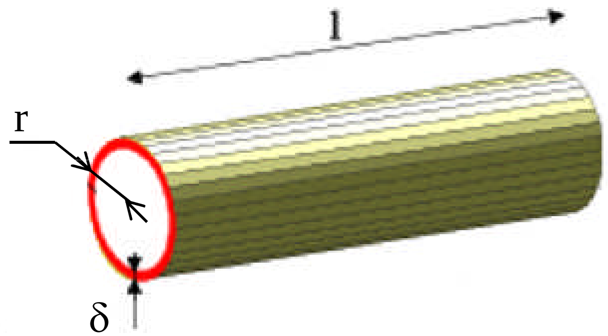
Résistance en fonction de l'épaisseur de peau

La section totale du conducteur est : $S = \pi r^2 \quad R = R_{DC} = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{\pi r^2}$

$$S_\delta = \pi\left[r^2 - (r-\delta)\right]^2 = \pi\delta(2r-\delta)$$

Soit d=2r le diamètre de la section du conducteur :

$$R_\delta = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{\pi\delta(2r-\delta)} = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{\pi\delta(d-\delta)}$$



$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\mu\sigma\pi f}} \quad R = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{S_\delta}$$

- Pour δ > d $\quad R_\delta = R_{DC}$
- Pour δ << d $\quad R_\delta = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{\pi\delta d}$

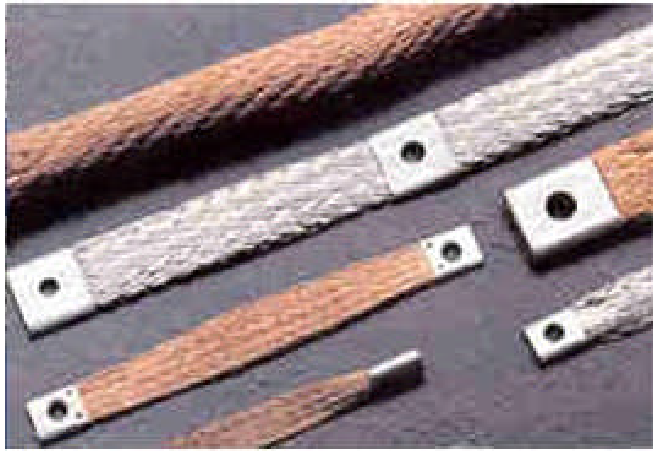
Pour f→∝ ⇒ δ→0 ⇒ R→∝ : En théorie, il n'y a pas de courant qui circule dans les conducteurs pour les fréquences entrainement élevées.

Résistance en fonction de l'épaisseur de peau

$$\text{Pour } \delta << d \quad \Rightarrow R_\delta = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{\pi\delta d}$$

Pour les fréquences élevées, il faut donc choisir des câbles dont la section est proche de S_δ. Cependant quant il s'agit d'un courant fort à des fréquences élevées, il est nécessaire d'utiliser des gros câbles. Dans cette situation, on choisira des câbles en tubes ou à brins multiples rond ou plats (tresse).

Dans le cas général, il faut maximiser le rapport périmètre/surface de la section du câble.



Résistance d'un conducteur fin et d'un plan de masse

$$R = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{S}$$

Dans le cas d'un conducteur fin (section très faible), la résistance est très grande.

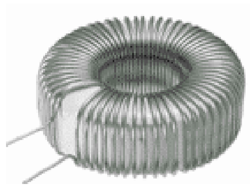
$$S \to 0 \Rightarrow R \to \infty$$

Dans le cas d'un conducteur de section très grande, la résistance est très faible ; c'est le cas d'un plan de masse où la section est la plus grande qu'on peut avoir parmi les conducteurs dans une installation.

$$S \to \infty \Rightarrow R \to o$$

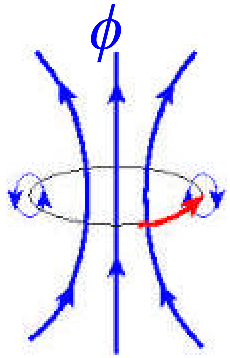
- La résistance d'un plan de masse est la résistance la plus faible que l'on peut avoir.

Inductance d'un conducteur

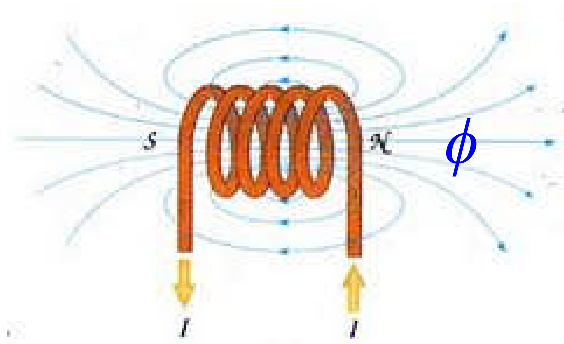


Le champ magnétique crée par un conducteur réagit sur lui même en s'opposant à la cause qui lui a donné naissance (loi de Lents). C'est le phénomène d'auto-induction qui se caractérise par un coefficient d'auto-induction appelé « Inductance": L

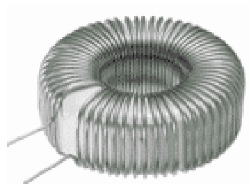
Le flux magnétique créé par une bobine est proportionnel au courant qui l'a traverse et le coefficient de proportionnalité est l'inductance « L » de cette bobine.



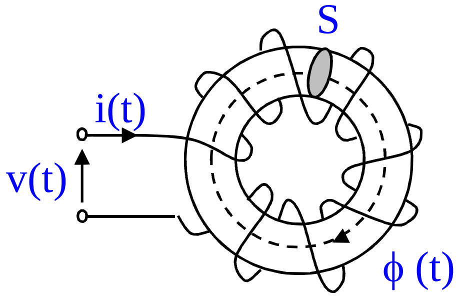
$$\phi = LI \qquad \phi = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



Expression de l’inductance

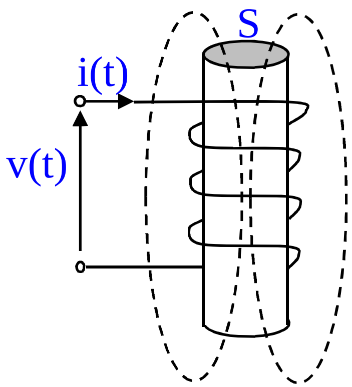


L’inductance d’une spire parcouru par un courant I et traversée par le flux magnétique ϕ est donnée par :



$$L_{sp} = \frac{\phi_{sp}}{I} \text{ avec } \begin{cases} \phi_{sp} = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ I = \dfrac{1}{\mu} \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} \end{cases} \Rightarrow L = \mu \frac{\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}{\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l}}$$

L’inductance d’une bobine composée de N spires est :

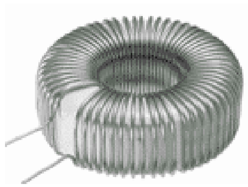


$$L = \frac{\phi_T}{I} = NL_{sp} : \begin{cases} \phi_T = N\phi_{sp} = N \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ I = \dfrac{1}{\mu} \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} \end{cases} \Rightarrow L = N^2 \mu \frac{S}{l} [Henri]$$

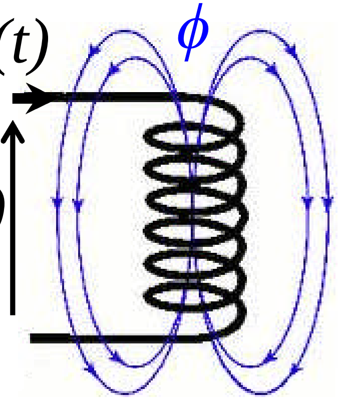
$\mu = \mu_0 \mu_r$ est la perméabilité magnétique du vide

- μ_0 : perméabilité relative du matériau ($4\pi \cdot 10^{-7}$)
- μ_r vaut 1 pour l’air et la plupart des matériaux bons conducteurs et isolants. μ_r vaut 10 à 100000 pour les matériaux ferromagnétiques (fer, cobalt, nickel, …)

Inductance – Relations associées



En régime variable quelconque : $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$



En harmonique en notation complexe:

$$V(j\omega) = jL\omega I \Rightarrow I(j\omega) = \frac{V}{jL\omega} = -j\frac{V}{L\omega}$$

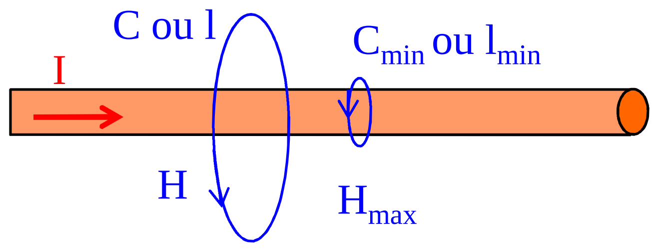
À haute fréquence (f→∞): $I(j\omega \to \infty) = 0$

À basse fréquence (f→0) ou en continue (i=cte) : $V(j\omega \to 0) = 0$

Energie emmagasinée : $W_L(t) = \dfrac{1}{2}Li^2(t)\,[J]$

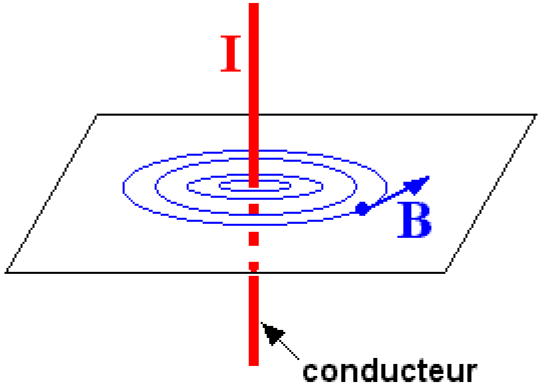
Inductance d’un conducteur fin

Pour un seul conducteur (n=1) : $L = \mu \dfrac{S}{l}$



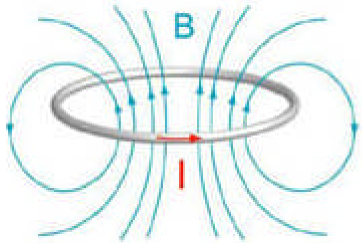
L'inductance augmente lorsque le contour (l) du conducteur diminue :

L'inductance diminue lorsque le contour du conducteur augmente et vice versa.



$$L_{max} = \mu \frac{S}{l_{min}}$$

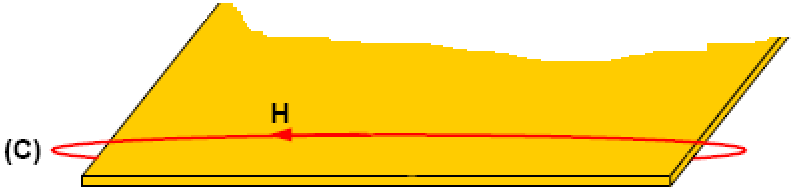
On conçoit alors que plus le rayon (section) du conducteur est faible (l_{min} <<), plus l’inductance est grande (L_{max} >>) .



Inductance d'un plan de masse

Pour un plan de masse le rayon (ou section) est très grand, donc le contour l est très grand.

$$L_{\max} = \mu \frac{S}{l_{\min}}$$



Contour (L_{min}) >>⇒ Inductance $(L_{masse}) \cong 0$

D'où l'inductance d'un plan de masse est très faible ou inexistante car son conteur minimal est très grand.

Donc Un plan de masse n'est pas inductif.

$$Z = R + jL\omega ; L \to 0 \Rightarrow Z \to R \text{ or } R \to 0 \text{ donc } Z \to 0$$

- L'impédance d'un plan de masse est l'impédance la plus faible que l'on peut avoir.

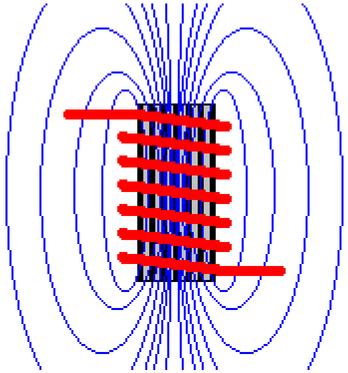
Inductance d'une Bobine de N spires et avec noyau

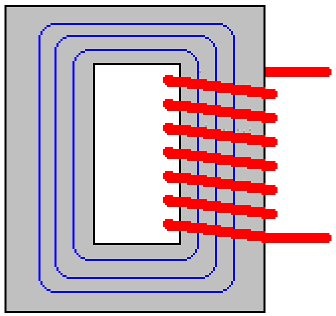
L'inductance est proportionnelle :

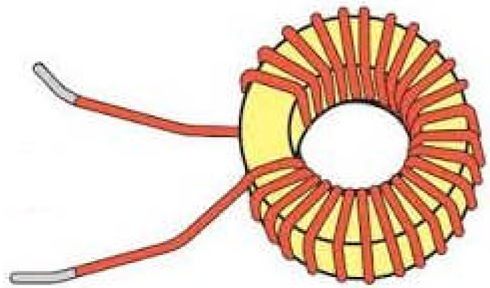
- au carrée du nombre de spires
- À la perméabilité magnétique

$$L = N^2 \mu \frac{S}{l} = \mu_0 N^2 \mu_r \frac{S}{l}$$

- $N >> \Rightarrow L >>$
- $\mu >> \Rightarrow L >>$
- $N = 1 \Rightarrow L_1$
- $\mu_r = 1 \Rightarrow L_2$
- $N = 10 \Rightarrow L = 100 \text{x} L_1$
- $\mu_r = 1000 \Rightarrow L_2 = 1000\ L_2$





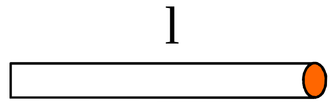


L'importance de la perméabilité relative est très importante pour la miniaturisation des appareils électrique ou électronique.

Inductance de quelques formes de conducteur

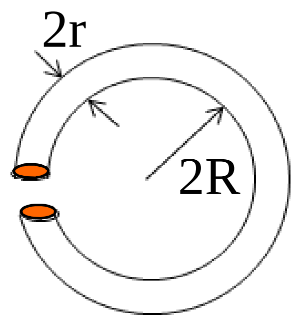
Inductance d'un fil rectiligne isolé :

$$L = 0.2\left[Ln\left(\frac{4l}{d}\right) - 1\right]\mu H / m$$



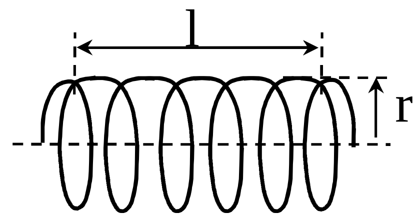
Inductance d'une spire circulaire isolée :

$$L = \mu_0 R\left[Ln\left(\frac{8R}{r}\right) - 2\right]\mu H / m$$



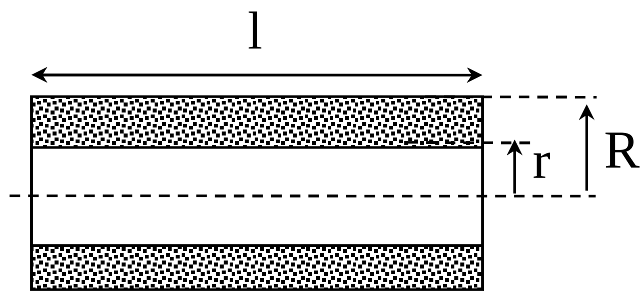
Inductance d'un solénoïde à une couche :

$$L = \frac{\pi \mu_0 N^2 r^2}{l}\mu H / m$$



Inductance d'un solénoïde multi couches :

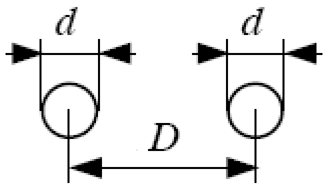
$$L = \frac{\pi \mu_0 N^2}{3l}\frac{R^3 - r^3}{R - r}\mu H / m$$



Inductance de quelques boucles de conducteur

Boucle longue réalisée avec 2 fils parallèles :

$$L = 0.4 Ln\left(\frac{2D}{d}\right)[\mu H / m]$$

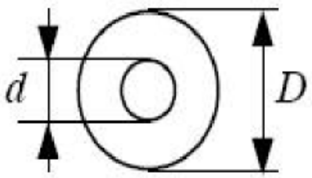


Exemples :

- d = 1,1 mm, D= 1,6 mm (2 fils serrés) : $L = 0.4 Ln\left(\frac{2 \cdot 1.6}{1.1}\right) = 0.43 \mu H / m$
- d = 1,1 mm, D= 10 cm (2 fils éloignés) : $L = 0.4 Ln\left(\frac{2 \cdot 100}{1.1}\right) = 2.10 \mu H / m$

Boucle longue réalisée avec 2 fils concentriques (câble coaxial, intervalle rempli d'un isolant):

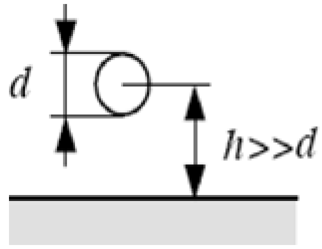
$$L = 0.2 Ln\left(\frac{D}{d}\right)[\mu H / m]$$



Exemple : d = 1,1 mm, D= 2,2 mm : $L = 0.2 Ln\left(\frac{2.2}{1.1}\right) = 0.14 \mu H / m$

Boucle longue réalisée avec 1 fil et un plan :

$$L = 0.2 Ln\left(\frac{4h}{d}\right)[\mu H / m]$$

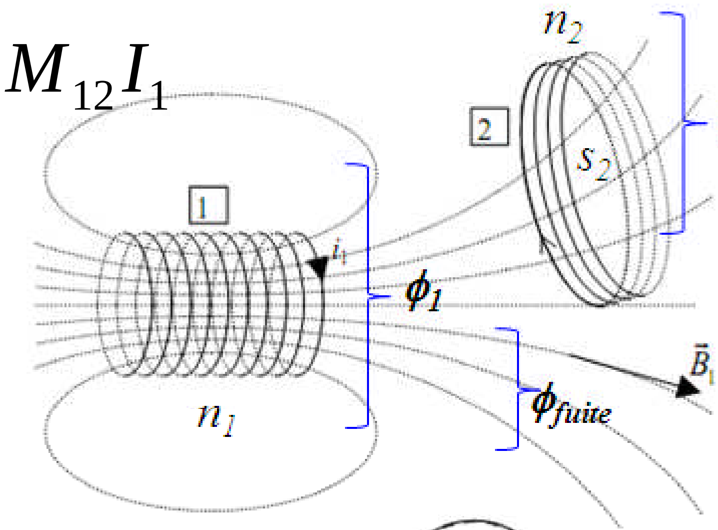


Exemple : d = 1,1mm, h= 10cm : $L = 0.2 Ln\left(\frac{4 \cdot 100}{1.1}\right) = 1.2 \mu H / m$

D'où l'approximation L= ~1μH/m d'un conducteur standard.

Inductance mutuelle

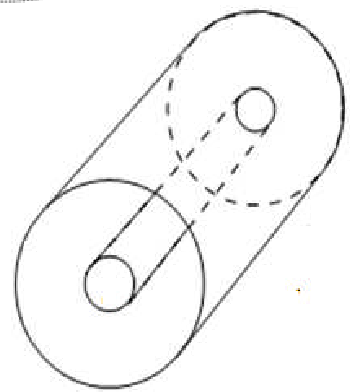
$$\phi_1 = \phi_{12} + \phi_{fuite} \quad ; \phi_1 = L_1 I_1 \quad ; \phi_{12} = M_{12} I_1$$



Inductance mutuelle est : $M_{12} = \dfrac{\mu_0 n_1 n_2 . s_2}{l}$

Si $1 \rightarrow 2$ ($n_1 = n_2 = n$ et $s_1 = s_2 = s$) $\Rightarrow M_{12} = M_{21} = L$

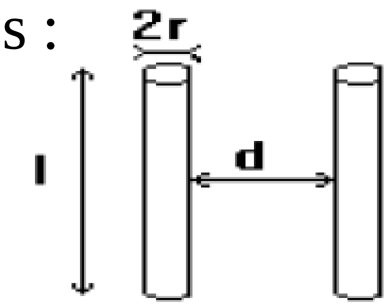
Dans le cas d'un câble coaxial où le flux créé par le conducteur intérieur (l'âme) est perçu en totalité par le conducteur extérieur (blindage), on a $\phi_{fuite} = 0$, donc $\phi_1 = \phi_2$ alors M=L.



Inductance mutuelle de quelques configurations

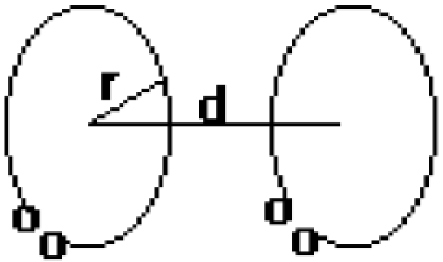
❖ Mutuelle inductance entre deux fils parallèles :

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[Ln\left(\frac{2.l}{d}\right) - 1\right][H/m]$$



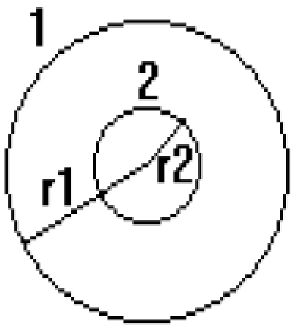
❖ Mutuelle inductance entre deux spires identiques et parallèles :

$$M = \mu_0 r\left[Ln\left(\frac{4\pi r}{d}\right) - 2.45\right][H]$$



❖ Mutuelle inductance entre deux spires concentriques :

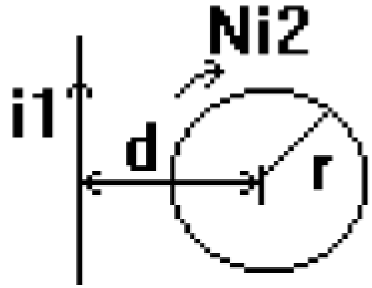
$$M = \mu_0 \pi \frac{r_2^2}{2r_1}[H]$$



Inductance mutuelle entre différents conducteurs

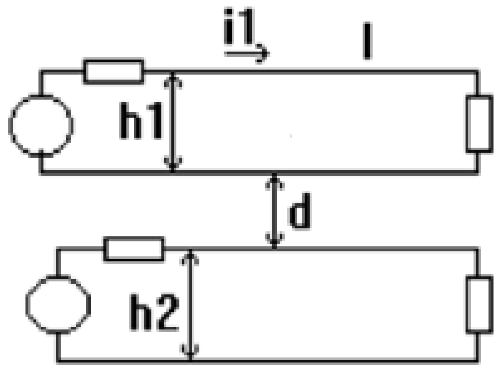
Mutuelle inductance entre un fil long et une spire dont la normale à la surface de la spire est perpendiculaire au fil :

$$M = \mu_0 \left(d - \sqrt{d^2 - r^2} \right) [H]$$



Mutuelle inductance entre deux lignes bifilaires parallèles :

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi} Ln \left[\frac{(d + h_1)(d + h_2)}{d(d + h_1 + h_2)} \right] [H/m]$$



Si le couplage est dû principalement au conducteur de la ligne 1 le plus proche de la ligne 2, la formule se simplifie :

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi} Ln \left[1 + \frac{h_2}{d} \right] [H/m]$$

Inductance – Conclusion

En réalité l'inductance vaut entre 0,8 µH/m (piste de cuivre) et 1,5 µH/m (conducteur de section circulaire). On fait alors l'approximation L= ~1µH/m d'un conducteur en général.

Tout câble, parcouru par un courant, présente une inductance due au champ magnétique qui se referme dans l'air (μ_0) et qui vaut: $L \approx 1 \mu H/m$,

EN CEM ON CONSIRERE TOUJOURS UN CONDUCTEUR COMME INDUCTIF ET UN PLAN DE MASSE NON INDUCTIF

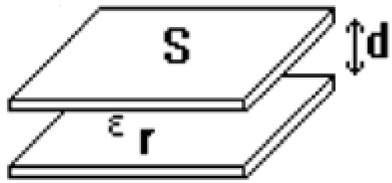
Capacité des conducteurs

La capacité des éléments chargés de charges électrique q et soumis à une tension V est donnée par l'expression ci-dessous:

$$q = C\,V \qquad C = \frac{q}{V} \text{ avec } \begin{cases} q = \varepsilon \oiint_S \vec{E}\, d\vec{S} \\ V = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} \end{cases} \Rightarrow C = \varepsilon \frac{\oiint_S \vec{E}\, d\vec{S}}{\int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}}$$

Pour un condensateur composé de deux plaques conductrices de surface S et distante de « d », la capacité est donnée par:

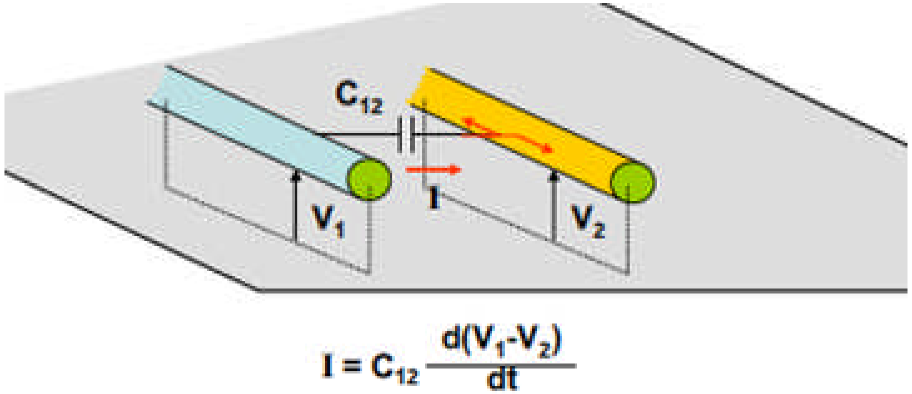
$$C = \frac{\varepsilon\, S}{d} [Farad] \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

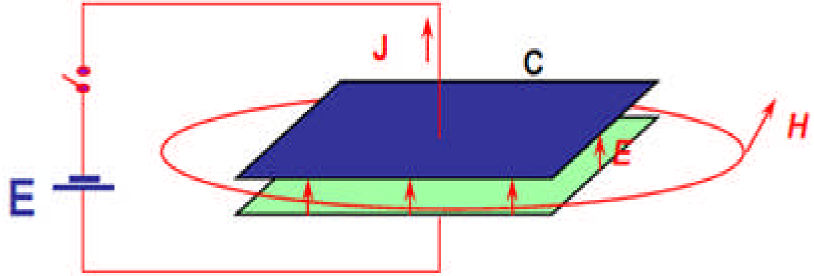


$$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8.84 \cdot 10^{-12}\, F/m$$

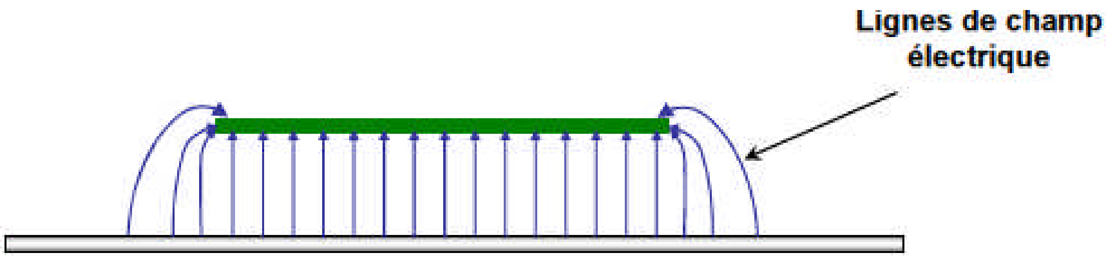
ε permittivité électrique, ε_0 permittivité du vide, ε_r permittivité relative

Capacité (dépendance et ligne de champ)



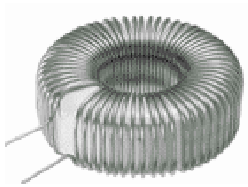


$$C = \frac{\varepsilon\, S}{d} [F]$$



- La capacité est proportionnelle au "nombre" de lignes de champ,
- L'effet de bord augmente la valeur de la capacité;
- Il faut appliquer un facteur correctif de l'ordre de 10 à 15% pour compenser l’effet de bord.

Capacité– Relations associées



En régime variable quelconque : $i(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$

En harmonique en notation complexe:

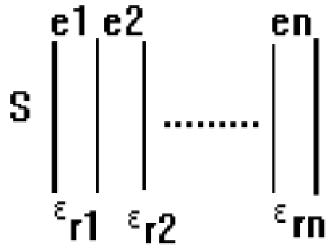
$$I(j\omega) = jC\omega V \Rightarrow V(j\omega) = \frac{I}{jC\omega} = -j\frac{I}{C\omega}$$

À haute fréquence (f→∞): $V(\omega \to \infty) = 0$

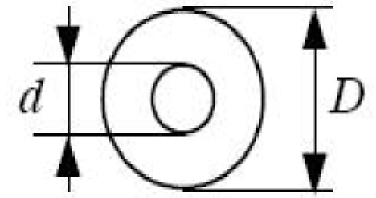
À basse fréquence (f→0) ou en continue (v=cte) : $I(\omega \to 0) = 0$

Energie emmagasinée : $W_C(t) = \dfrac{1}{2}CV^2(t)\,[J]$

Capacité de quelques configurations

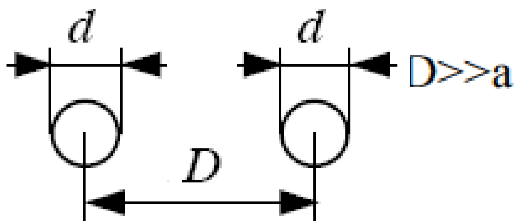


$$\frac{1}{C}=\frac{1}{\varepsilon_0 S}\left(\frac{e_1}{\varepsilon_{r1}}+\frac{e_1}{\varepsilon_{r1}}+\cdots+\frac{e_n}{\varepsilon_{rn}}\right)[F]$$

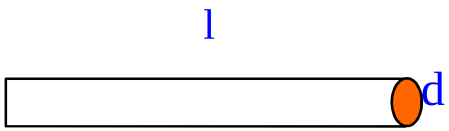


$$C=\frac{2\pi\varepsilon}{2.3Log\left(\frac{D}{d}\right)}[F/m]$$

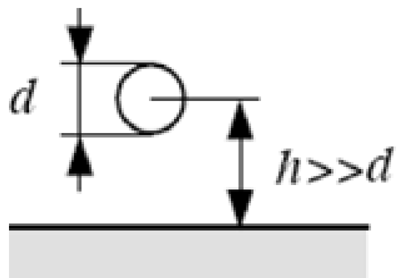
valable si $l >> r_1, r_2$



$$C=\frac{12.06}{Log\left(\frac{2Dh}{d}\right)}[pF/m]$$



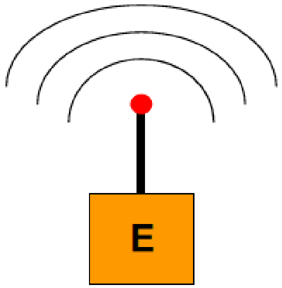
$$C=\frac{2\pi\varepsilon}{Log\left(\frac{1}{d}\right)}[F/m]$$



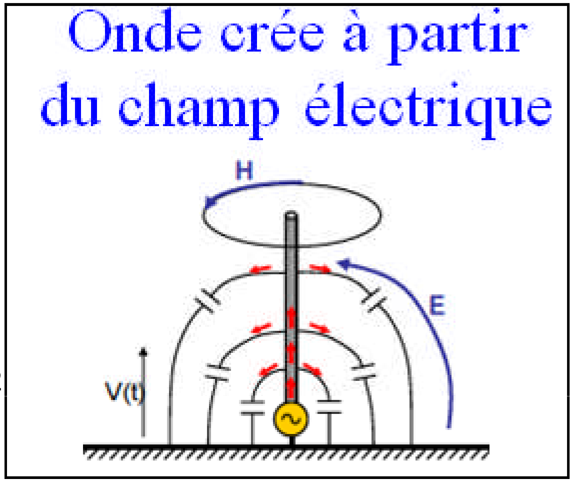
$$C=\frac{\pi\varepsilon_0}{Log\left(\frac{4h}{d}\right)}[F/m]$$

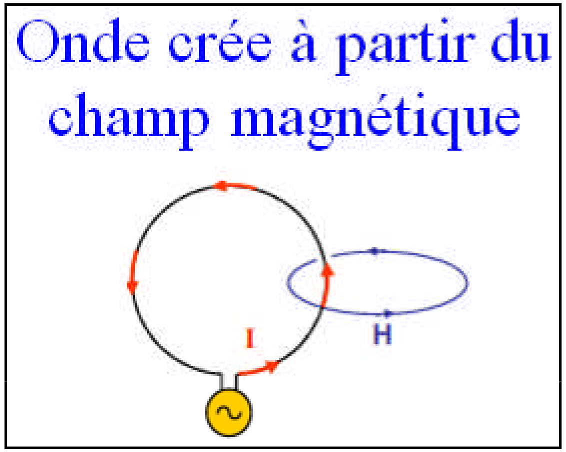
Tout câble, soumis à une tension, présente une capacité due au champs électrique dans l'air (ε_0) et qui vaut : C≈10pF/m.

Création d'ondes



$$P[W] = \frac{1}{2} EH = \frac{1}{2} \frac{E^2}{Z_0} = \frac{1}{2} Z_0 H^2$$





CHAMP PROCHE : D <λ/2π

- Soit E/H > 377 Ω : Champ dit « à haute impédance » (cas d'une antenne filaire)
- Soit E/H < 377 Ω : Champ dit « à basse impédance » (cas d'une antenne boucle)

CHAMP LOINTAIN : D>λ/2π

- E/H = 377 Ω : Les deux champs sont dits « couplés » (il n 'est plus possible de déterminer le type d'émission).

Effets d'antenne d'un conducteur

Si la longueur d'un conducteur est supérieure à 1/30 de la longueur d'onde du signal électrique qui le parcourt :

- L'impédance du conducteur devient infinie,
- l'installation se comporte comme s'il n'y avait plus de conducteur,
- les antennes de transmissions radio en sont un parfait exemple.

$$l_{\lim} = \frac{\lambda}{30} \qquad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^{8}}{f}[m] \qquad l_{\lim} = \frac{10^{7}}{f}[m]$$

Fil à queue de cochon pour la mise à la masse du blindage d'un câble.

Pour f > 100 MHz, l_{lim} < 10/100 = 0,1 m, soit 10 cm ; une telle liaison ne sert simplement à rien du tout pour la CEM

Effets d'antenne d'un conducteur

Si la longueur d'un conducteur est supérieure à 1/30 de la longueur d'onde du signal électrique qui le parcourt :

- L'impédance du conducteur devient infinie,
- l'installation se comporte comme s'il n'y avait plus de conducteur,
- les antennes de transmissions radio en sont un parfait exemple.

$$l_{\lim} = \frac{\lambda}{30} \qquad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{f}[m] \qquad l_{\lim} = \frac{10^7}{f}[m]$$

Fil à queue de cochon pour la mise à la masse du blindage d'un câble.

Pour f > 100 MHz, $l_{\lim}$ < 10/100 = 0,1 m, soit 10 cm ; une telle liaison ne sert simplement à rien du tout pour la CEM

Référence bibliographique

1. Alain Charoy « Compatibilité électromagnétique » 2ème édition; Dunod ISBN 2-10-049520-8
2. J. Unger « Introduction à la compatibilité Electromagnétique », Haute Ecole d'Ingénierie et de gestion du Canton de Vaud (heig-vd), Suisse.
3. Jacques Cuvillier « cours de cem », Université de Nantes.
4. Emmanuel CLAVIER « Compatibilité Electromagnétique », Ecole Centrale Marseille, France.
5. P. POULICHET, «Introduction à la Compatibilité Electromagnétique»,Ecole de l'innovation technologique ESIEE), Paris France

Remerciement

N’essayer pas d’apprendre par cœur les formules de L et de C des configurations car cela ne sert à rien

Merci de votre attention !