

**EMD – UEF21**  
**COMPATIBILITE ELECTROMAGNETIQUE « CEM »**  
**Durée 02H00mn**

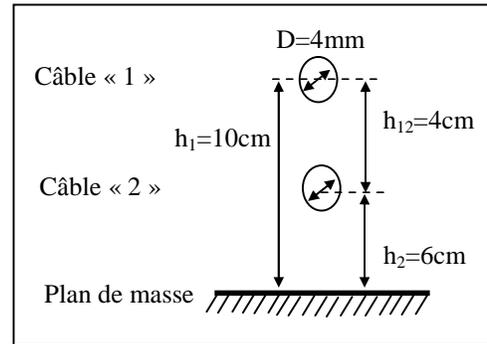
- 5 pts** 1. Soit deux câbles parallèles « 1 » et « 2 » de diamètres identiques  $D=4\text{mm}$  et disposés l'un au dessus de l'autre d'une distance  $h_{12}=4\text{cm}$ . Le câble « 1 » est situé par rapport un plan de masse (terre) de  $h_1=10\text{cm}$  alors que le câble « 2 » est distant de  $h_2=6\text{cm}$ . Calculer les inductances linéiques résultantes des boucles formées par :

- 1.5pts** a) le câble « 1 » et le plan de masse (notée  $L_1$ ),

$$L_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{4h_1}{D}\right) \quad \text{0.5pt}$$

$$L_1 = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} \ln\left(\frac{4 * 10 * 10^{-2}}{4 * 10^{-3}}\right) = 0.2 * 10^{-6} \ln\left(\frac{400}{4}\right)$$

$$L_1 = 0.2 * 10^{-6} \ln(100) \quad \boxed{L_1 = 0.92 \mu\text{H} / \text{m}} \quad \text{1pt}$$



- 1pts** b) le câble « 2 » et le plan de masse (notée  $L_1$ ).

$$L_2 = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{4h_2}{D}\right) = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} \ln\left(\frac{4 * 6 * 10^{-2}}{4 * 10^{-3}}\right) = 0.2 * 10^{-6} \ln(60) = 0.4 * 10^{-6} \ln(50) \quad \boxed{L_2 = 0.82 \mu\text{H} / \text{m}} \quad \text{1pt}$$

- 2.5pts** c) les deux câbles (notée  $L_{12}$ ), s'agit-il d'une inductance propre ou mutuelle ?

$$L_{12} = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{2h_{12}}{D}\right) = \frac{4\pi 10^{-7}}{\pi} \ln\left(\frac{2 * 4 * 10^{-2}}{4 * 10^{-3}}\right) = 0.4 * 10^{-6} \ln(20) \quad \boxed{L_{12} = 1.2 \mu\text{H} / \text{m}} \quad \text{1pt}$$

0.5pt

Les câbles sont parcourus par des courants identiques et opposés et  $L_{12}$  décroît avec le rapprochement des câbles donc c'est une inductance propre. 1pt

- 5pts** 2. Le câble « 1 » sert à alimenter un moteur à partir d'un convertisseur de puissance. Ce dernier délivre un signal carré en commutant un courant de  $10\text{A}$  à  $16\text{kHz}$  avec des temps de montée et de descente est de  $t=55,5 \text{ ns}$ .

- 1pts** a) Calculer la fréquence équivalente de ces sauts de courant.

$$T = 3 * t \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3t} = \frac{1}{3 * 55.5 * 10^{-9}} = 0.006 * 10^9 = 6\text{MHz} \quad \text{1pt}$$

- 2.5pts** b) Calculer la résistance linéique de ces câbles correspondante à cette fréquence.

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{S} \quad \text{0.25pt}$$

- Calcul de l'épaisseur de peau électromagnétique :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu \sigma f}} \quad \text{0.25pt}$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi * 4 * \pi * 10^{-7} * 6 * 10^7 * 6 * 10^6}} = \frac{1}{\sqrt{144 * 10^6 * \pi^2}} \quad \boxed{\delta = 0.026 * 10^{-3} \text{ m} = 26 \mu\text{m}} \quad \text{0.5pt}$$

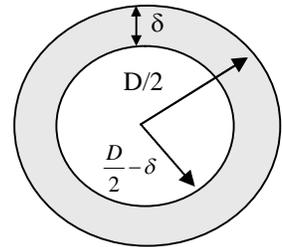
- Calcul de la section :

$$S_{\delta} = s - s' = \pi \frac{D^2}{4} - \pi \left( \frac{D}{2} - \delta \right)^2$$

$$S_{\delta} = \pi \left[ \frac{D^2}{4} - \left( \frac{D^2}{4} - 4 \frac{D}{2} \delta + \delta^2 \right) \right] = \pi (2D\delta - \delta^2) = \pi \delta (2D - \delta)$$

$$S = \pi * 26 * 10^{-3} * (2 * 4 - 26 * 10^{-3}) = 26\pi * 10^{-3} * (8 - 26 * 10^{-3})$$

$$S = 651 * 10^{-3} \text{ mm}^2 = 0.651 \text{ mm}^2$$



- Calcul de la résistance :

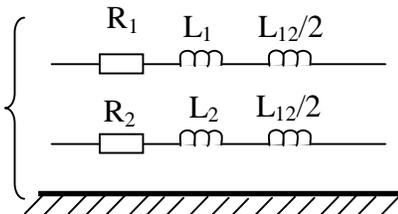
$$R = \frac{1}{6 * 10^7} \frac{1}{0.651 * 10^{-6}} = \frac{1}{60 * 10^6} \frac{1}{0.651 * 10^{-6}} = \frac{1}{60 * 0.651} \quad R = 25.6 \text{ m}\Omega / \text{m}$$

- 1.5pts c) Etablir le schéma équivalent en incluant toutes des inductances et les résistances calculées pour une longueur des câbles de 10m.

$$L_1 = 9.2 \mu\text{H} ; L_2 = 8.2 \mu\text{H} ;$$

$$L_{12} = 12 \mu\text{H} , L_{12} / 2 = 6 \mu\text{H}$$

$$R_1 = R_2 = 256 \text{ m}\Omega$$



$L_{12}$  n'est pas la mutuelle. Alors, chaque câble aura

Comme inductance  $L_{12}/2$

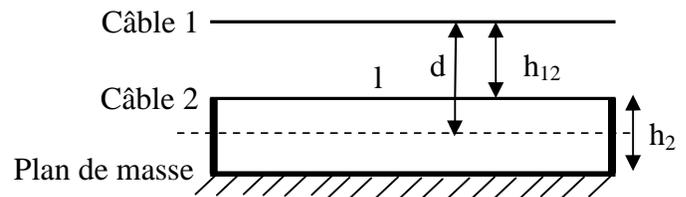
- 5pts 3. La distance entre le convertisseur de puissance et le moteur (longueur des câbles) est  $l=10\text{m}$ . le câble « 2 » est un câble de masse relié à ces extrémités au plan de masse (terre) par une tresse (câble de grande section).

- 1.5pts a) Calculer le champ magnétique crée par le câble « 1 » au centre de la surface formée par le câble « 2 » et le plan de masse.

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I}{d}$$

$$B = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} \frac{I}{d} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{(h_{12} + h_2 / 2)}$$

$$B = 2 * 10^{-7} \frac{10}{(4 * 10^{-2} + 3 * 10^{-2})} = 2 * 10^{-7} \frac{10^3}{7} = 0.2857 * 10^{-4} = 28.57 \mu\text{T}$$



- 2pts b) Déduire la tension induite (notée V) dans le circuit formé par le câble « 2 » et le plan de masse, dans le cas de variation linéaire du courant et d'une répartition uniforme du champ magnétique.

La section traversée par le champ magnétique est :  $S' = l h_2 = 10 * 6 * 10^{-2} = 0.6 \text{ m}^2$

$$\text{La tension induite est : } e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\vec{B} \cdot \vec{S}'}{dt} = -S' \frac{dB}{dt} = -S' \frac{\Delta B}{\Delta t} = -S' \frac{B}{\Delta t}$$

$$V = -S' \frac{B}{\Delta t} = -0.6 \frac{28.57 * 10^{-6}}{55.5 * 10^{-9}} \quad V = -308.86.5 \text{ V}$$

1.5pts c) Quel danger peut-on risquer si on touche l'une des extrémités du câble de masse (câble « 2 »).

Il n'existe aucun danger car les deux extrémités sont reliées à la masse par une tresse dont la résistance est très inférieure à celle de l'homme.

1.5pt

5pts 4. Supposant que la perturbation du courant est sinusoïdale de valeur efficace égale à  $I=10A$  et de fréquence égale à la fréquence équivalente calculée dans la question 2.a.

1.5pts a) Recalculer dans ce cas la tension induite (notée  $U$ ) dans le circuit formé par le câble « 2 » et le plan de masse.

$$S' = 0.6m^2$$

$$U = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d\vec{B} \cdot \vec{S}'}{dt} = -S' \frac{dB}{dt} = -j\omega BS' = -j2\pi f BS' \quad \text{1pt}$$

$$U = -j2\pi f BS' = -j2\pi * 6 * 10^6 * 28.57 * 10^{-6} * 0.6 = -j646.24V \quad U = -j646.24V \quad \text{0.5pt}$$

2pts b) Suite à défaut de câblage, le câble de masse du côté moteur est flottant (isolé du plan de masse mais reste relié à la carcasse du moteur). Évaluer le courant délivré par ce câble dans le corps de la personne qui le touche ( $R_h=500\Omega$ ) et conclure.

$$I_h = \frac{U}{Z}$$

$$Z = R_2 + R_h + j(L_1 + L_{12}/2)\omega = R_2 + R_h + j(L_1 + L_{12}/2)2\pi f$$

$$L_2 = 8.2\mu H/m ; L_{12} = 12\mu H/m ; R_2 = 256m\Omega$$

$$Z = 256 * 10^{-3} + 500 + j(8.2 + 6) * 10^{-6} * 2\pi * 6 * 10^6$$

$$Z = 500,256 + j535.32 = \sqrt{(500,256)^2 + (535.32)^2} e^{j \arctan \frac{535.32}{500,256}}$$

$$Z = 732,68 e^{j46,94^\circ} \quad \text{0.5pt}$$

$$U = -j646.24 = 646.24 e^{-j\frac{\pi}{2}} = 646.24 e^{-j90^\circ}$$

$$I_h = \frac{646.24 e^{-j90^\circ}}{732,68 e^{j46,94^\circ}} = 0.88 e^{-j43^\circ} A \quad \text{0.5pt}$$

Conclusion : Electrocutation avec danger de mort car le courant est supérieur à 30mA. 0.5pt

1.5pts c) On veut bricoler une liaison entre la carcasse du moteur et le plan de masse. Quelle est la longueur maximale du câble à ne pas dépasser pour respecter la CEM.

$$l_{\max} = \frac{\lambda}{30} = \frac{c}{30f} = \frac{c}{30f} \quad \text{1pt}$$

$$l_{\max} = \frac{c}{30f} = \frac{3 \cdot 10^8}{30 \cdot 60 \cdot 10^6} = \frac{3 \cdot 10^8}{18 \cdot 10^8} = \frac{3}{18} = 0.16m = 16cm$$

$$l_{\max} = 16cm \quad \text{0.5pt}$$

