Université Abderrahmane Mira de Béjaia **Département de RO / Master 1**
2014/2015

TD03 Algorithmique Avancée
Récursivité et Paradigme Diviser pour régner

Exercice 1.

Le but de cet exercice est de choisir l'algorithme de type diviser pour régner le plus rapide pour un même problème.

1) Pour résoudre un problème manipulant un nombre important de données, on propose deux algorithmes :
   a. un algorithme qui résout un problème de taille n en le divisant en 2 sous-problèmes de taille n/2 et qui combine les solutions en temps quadratique,
   b. un algorithme qui résout un problème de taille n en le divisant en 4 sous-problèmes de taille n/2 et qui combine les solutions en temps $O(\sqrt{n})$.

   Lequel faut-il choisir ?

2) Même question avec les algorithmes suivants :
   a. un algorithme qui résout un problème de taille n en le réduisant à un sous-problème de taille n/2 et qui combine les solutions en temps $O(\sqrt{n})$,
   b. un algorithme qui résout un problème de taille n en le divisant en 2 sous-problèmes de taille n/2 et qui combine les solutions en temps constant.

Exercice 2.

Soit un algorithme dont la complexité T(n) est donnée par la relation de récurrence :

$$T(1) = 1,$$
$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$$

1) Calculer T(n) en résolvant la récurrence.
2) Déterminer T(n) à l'aide du théorème maître.

Remarque :

$$a^{\log_x b} = b^{\log_x a} \ et \ \sum_{i=0}^{k} x^i = \frac{x^{k+1} - 1}{x - 1}$$

Exercice 3.

On dispose d'un tableau d'entiers relatifs de taille n. On cherche à déterminer la suite d'entrées consécutives du tableau dont la somme est maximale (les maximum est nul ou positif).
Par exemple, pour le tableau T = [−1, 9, −3, 12, −5, 4], la solution est 18 (somme des éléments de T[2..4] = [9,−3, 12]).

a. Proposer un algorithme élémentaire pour résoudre ce problème. Donner sa complexité ?
b. Donner un « meilleur » algorithme de type diviser pour régner. Quelle est sa complexité ?

Remarque : Pensez à écrire d'abord une fonction élémentaire `MaxAcheval(T, d, f)` qui renvoie le maximum d'une suite à cheval entre les tableaux $T[d..\frac{d+f}{2}]$ et $T[\frac{d+f}{2}+1..f]$.