Université A/Mira de Béjaia Année : 2016-2017.
Faculté : ST TD№2 de Maths 3 .
Départements : ELN- ELT.

Exercice №1 : (Sur les intégrales triples)

•Calculer $\displaystyle\int\int\int_{(V)} \frac{dxdydz}{(x+y+z+1)^3}$ sachant que le domaine d'intégration (V) est borné par les plans de coordonnées et le plan $x+y+z=1$.

•Calculer le volume du corps limité par la sphère $x^2+y^2+z^2=4$ et le paraboloïde $x^2+y^2=z$.

•Calculer les coordonnées du centre de gravité du corps délimité par la sphère $x^2+y^2+z^2=9$ et le plan $z=0$. (choisir la partie vérifiant $z \geq 0$)

Exercice №2 : (Sur les intégrales généralisées)

1) Etudier les intégrales impropres suivantes :

$$I = \int_{-\infty}^{0} e^{-x^2}dx, \qquad J = \int_{0}^{+\infty} e^{-x^2}dx.$$

2) Déduire la nature de l'intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx$

3) en utilisant les coordonnées polaires, calculer l'intégrale double suivante :

$$h(R) = \iint_{(D)} e^{-x^2-y^2}dxdy,$$

où (D) est un disque de centre $(0,0)$ de rayon R.

4) déduire $\displaystyle\lim_{R\longrightarrow+\infty} h(R)$.

5) en utilisant les coordonnées rectangulaires, montrer que :

$$\lim_{R\longrightarrow+\infty}\iint_{(C)} e^{-x^2-y^2}dxdy = \lim_{R\longrightarrow+\infty}\left(\int_{-R}^{R} e^{-x^2}dx\right)^2,$$

Où $(C) = \{(x,y) \ \text{ tq } \ -R \leq x \leq R, \ \ -R \leq y \leq R\}$.

6) Déduire la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx$.

Exercice№4 : Etudier la nature des intégrales suivantes :

1) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)}dx$ 2) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x\sin\frac{1}{x}}{x^2+1}dx$ 3) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\cos x - 1}{xe^x}dx$ 4) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{1}{\sin x}dx$.