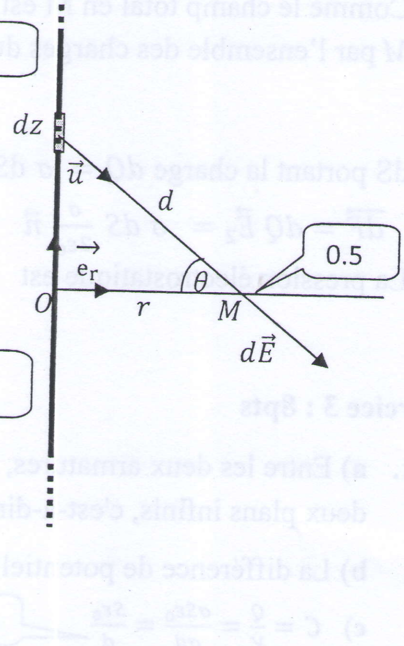
Université A. Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie

Tasdawit n Bgayet
Université de Béjaïa

Année universitaire 2016/2017
juin 2017
Durée : 02 heures

Exercice 1 :6 pts

1. Vu la symétrie cylindrique du problème, le champ électrique total est radial. En coordonnées cylindriques, il s'écrit $\vec{E}=E(r)\vec{e_r}$ 0.25



Un élément de longueur dz de charge infinitésimale $dq = \lambda dz$

crée en M un champ $E = \frac{k\lambda dz}{d^2}$.

Seule la composante $dE_r = dE\cos\theta = \frac{k\lambda dz}{d^2}\cos\theta$ contribue au champ total : 0.5

On a : $d = \frac{r}{\cos\theta}$ et $z = r\,tg\theta \rightarrow dz = \frac{r}{\cos^2\theta}d\theta \rightarrow$,

Donc $dE_r = \frac{k\lambda}{r}\cos\theta\, d\theta$

$$E_r = \frac{k\lambda}{r}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta = \frac{2k\lambda}{r}$$ 1.75

D'où : $\vec{E}=\vec{E_{fil}}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e_r}$ 0.5

2- La symétrie étant cylindrique, le champ est radial $\vec{E}=E(r)\vec{e_r}$. 0.25

La surface de Gauss est un cylindre d'axe (Z'Z), de rayon r et de hauteur h. Le flux du champ à travers cette surface vaut :

$\oiint \vec{E}.\vec{dS}=E(r)2\pi rh.$ 0.5 pts

Le théorème de Gauss s'écrit $\oiint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ donc $E(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 rh}$ 0.5 pts

- r < R : $Q_{int} = 0 \rightarrow \vec{E}=\vec{0}$, 0.25
- r > R $Q_{int} = \sigma S = \sigma 2\pi Rh \rightarrow E(r) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} \rightarrow \vec{E}=\vec{E_{cyl}} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}\vec{e_r}$. 0.5 pts

3- On applique le principe de superposition : $\vec{E_{tot}}=\vec{E_{fil}}+\vec{E_{cyl}}$.

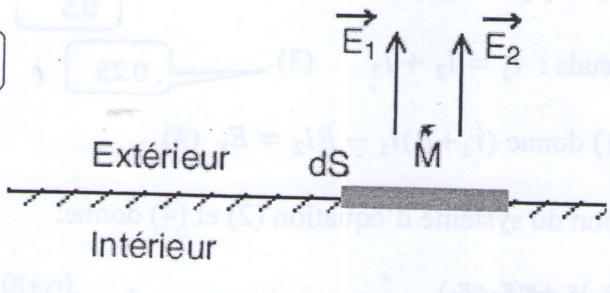
* r < R : $\vec{E_{tot}} = \vec{E_{fil}} + \vec{0} = \frac{2k\lambda}{r}\vec{e_r}$; 0.5 pts r > R : $\vec{E_{tot}} = \vec{E_{fil}} + \vec{E_{cyl}} = \frac{1}{\varepsilon_0 r}\left(\frac{\lambda}{2\pi} + \sigma R\right)\vec{e_r}$. 0.5 pts

Exercice 2 :

1) Le théorème de Coulomb donne le champ électrostatique crée par un conducteur en équilibre en son voisinage immédiat, donc au point M on a :

$$\vec{E_{ext}} = \vec{E}(M) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$ 0.5 pts

Ou $\vec{n}$ un vecteur unitaire normal à la surface dS dirigé vers l'extérieur



2) M étant très proche, la surface dS peut être assimilée à un plan infini, donc :

$$\vec{E_1}(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$$ 0.5 pts

3) Comme le champ total en M est donné par : $\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$ alors le champ créé au point M par l'ensemble des charges du conducteur autre que celles de dS est :

$$\vec{E}_2(M) = \vec{E}(M) - \vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$$ 0.5 pts

4) dS portant la charge $dQ = \sigma$ dS subit de la part du reste du conducteur la force

$\overrightarrow{dF} = dQ\,\vec{E}_2 = \sigma\,dS\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$ 0.5 pts d'où $\overrightarrow{dF} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}dS\,\vec{n}$ 0.5 pts

5) La pression électrostatique est

$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$ 0.5 pts

Exercice 3 : 8pts

1. a) Entre les deux armatures, le champ électrostatique est la superposition des champs créés par ces deux plans infinis, c'est-à-dire : $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k} + \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\vec{k}) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k}$ 0.5

b) La différence de potentiel entre les deux armatures est alors : $V_1 - V_2 = \int_{x_1}^{x_2}\vec{E}.dz\vec{k} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}d$ 0.75

c) $C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma S\varepsilon_0}{\sigma d} = \frac{S\varepsilon_0}{d}$ 0.75

2. a) Capacité équivalente : $\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{234}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2+C_3+C_4}$ => $C_{AB} = \frac{C_1(C_2+C_3+C_4)}{C_1+C_2+C_3+C_4}$ 0.5

On a : $C_1 = 24\,nF$; $C_2 = 12\,nF$; $C_3 = 8\,nF$; $C_4 = 4\,nF$ Donc: $C_{AB} = 12\,nF$ 0.25

b) Les charges et les tensions : C_2, C_3 et C_3 sont en parallèle et l'ensemble est en série avec C_1, donc :

$Q_{AB} = Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4$ et $U_2 = U_3 = U_4$ 0.25+0.25

$Q_1 = Q_{AB} = C_{AB}U_{AB} = 2.64\,\mu C$ 0.5+0.25 $U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 110\,V$ 0.5+0.25

$U_2 = U_3 = U_4 = U_{AB} - U_1 = 105.6\,V$ 0.5 +0.25

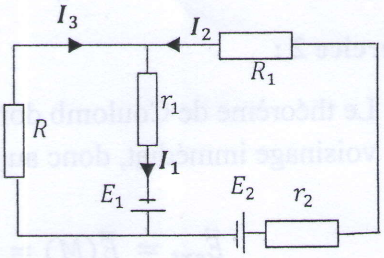
$Q_2 = C_2U_2 = 1.32\,\mu C$; 0.25+0.25 $Q_3 = C_3U_3 = 0.88\,\mu C$; 0.25+0.25

$Q_4 = C_4U_4 = 0.44\,\mu C$ 0.25+0.25

0.75+0.25

c) L'énergie emmagasinée dans le système. $E = \frac{1}{2}Q_{AB}U_{AB} = \frac{1}{2}C_{AB}U_{AB}^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_{AB}^2}{C_{AB}} = 2.9\,.\,10^{-4}\,J$

Exercice 4 : 3pts



Loi des mailles : $r_1I_1 + RI_3 = E_1$ (1) 0.5

$r_1I_1 + (r_2 + R_1)I_2 = E_2 + E_1$ (2) 0.5

Loi des nœuds : $I_1 = I_2 + I_3$ (3) 0.25

(3) dans (1) donne $(r_1+R)I_1 - RI_2 = E_1$ (4)

La résolution du système d'équation (2) et (4) donne:

0.25

$I_1 = \frac{(r_2+R_1)E_1 + R(E_2+E_1)}{(r_1+R)(r_2+R_1)+Rr_1} = 2A$ et $I_2 = \frac{(r_1+R)(E_1+E_2) - r_1E_1}{(r_1+R)(r_2+R_1)+Rr_1} = 1.75A$ et (3) donne $I_3 = 0.25\,A$

0.5 +0.25 0.5 +0.25