

Exercice N°1

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Un point mobile $M(x, y)$ se déplace de $O(0, 0)$ à $B(1, 2)$ sous l'action de la force $\vec{F} = y\vec{i} + x\vec{j}$.

Données : $A(1, 1)$, $C(\sqrt{2}, 2)$, $B(1, 2)$, $D(0, 2)$ et $(OC) : y = x^2$.

- Calculer le travail accompli par la force \vec{F} dans les cas suivants :

Cas 1 : le point mobile M parcourt le trajet $[OB]$.

Cas 2 : le point mobile M parcourt le trajet $(OACB)$.

Cas 3 : le point mobile M parcourt le trajet (OAB) .

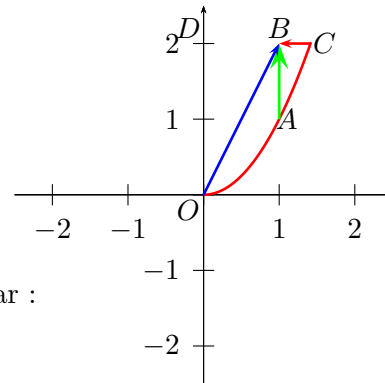
- Que peut-on en conclure ?

Même questions pour les forces suivantes :

$$\vec{g} = (x + \frac{1}{2}y^2)\vec{i} + xy\vec{j}$$

$$\vec{h} = x\vec{i} - y\vec{j}$$

$$\vec{p} = y^2\vec{i} + x^2\vec{j}$$



Exercice N°2

Soit f la fonction complexe de variable complexe définie par :

$$f(z) = \bar{z}|z|^2 - 4\bar{z}$$

1) Ecrire f sous la forme algébrique.

2) f est-elle holomorphe sur \mathbb{C} ?

3) déterminer l'ensemble de l'holomorphie de f

4) Calculer l'intégrale $\int_{(C)} f(z)dz$ dans les cas suivants :

Cas 1 : (C) désigne le cercle de centre $A(1, -1)$ et de rayon 2.

Cas 2 : $(C) = [OA] \cup (AC)$ avec $O(0, 0)$, $C(1, 0)$ et l'arc (AC) est défini par $x^2 + y^2 = 1$.

Même questions pour les fonctions suivantes :

$$g(z) = 2\bar{z} \left(\text{Arg}(z) - \frac{\pi}{3} \right), \quad h(z) = \text{Arg}(z), \quad K(z) = |z|^2, \quad L(z) = \text{Im}(z)|z|^2 + \text{Re}(z).$$

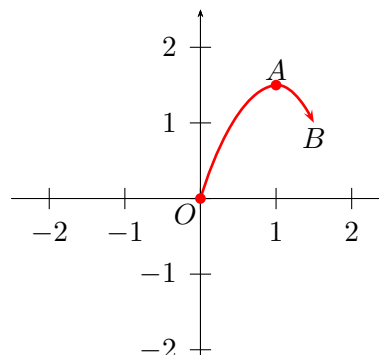
Exercice N°3

On donne $A(1, 1.5)$, $B(1.5, 1)$.

Calculer les intégrales suivantes :

1) $\int_{(OAB)} \frac{z}{z+1} dz$, 2) $\int_{(OAB)} \frac{e^z}{z+i} dz$.

3) $\int_{(OAB)} \frac{z^2}{(z-2)(z-2i)} dz$; 4) $\int_{(OAB)} \frac{1}{1+\sin(z)} dz$



peut-on calculer cette intégrale $\int_{(OAB)} \frac{1}{(z-1-i)} dz$? .