

Exercice 01

1. Les forces exercées sur le navire :

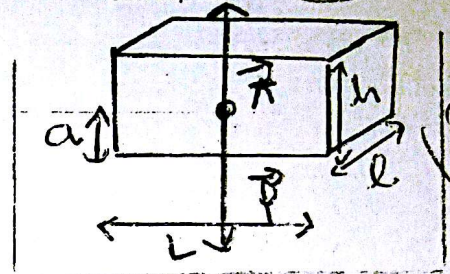
- Le poids du navire : $P = m_{navire} \cdot g$ (0,5)
- La poussée d'Archimède exercée par l'eau de la mer sur le navire : $\pi = m_{eau\ déplacée} \cdot g$ (0,5)

2. La hauteur de la coque immergée quand le navire est vide :

A l'équilibre, on a : $P = \pi$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} P &= m_{navire} \cdot g \\ \pi &= m_{eau\ déplacée} \cdot g \\ m_{eau\ déplacée} &= \rho_{eau\ déplacée} \cdot V_{eau\ déplacée} \\ V_{eau} &= V_{coque\ immergée} \\ V_{coque\ immergée} &= L \cdot l \cdot a \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \pi \Rightarrow m_{navire} \cdot g = \rho_{eau\ déplacée} \cdot (L \cdot l \cdot a) \cdot g$$



$$\Rightarrow a = \frac{m_{navire}}{\rho_{eau\ déplacée} \cdot (L \cdot l)} \quad (0,5)$$

Application numérique :

$$\left. \begin{aligned} m_{navire} &= 2,7 \cdot 10^7 \text{ Kg} \\ \rho_{eau\ déplacée} &= 1025 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ L &= 153 \text{ m} \\ l &= 25 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{2,7 \cdot 10^7}{1025 \cdot 153 \cdot 25} \Rightarrow a = 6,89 \text{ m} \quad (0,5)$$

3. La hauteur de la coque immergée quand le navire est chargé :

A l'équilibre, on a : $P = \pi$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} P &= (m_{navire} + m_{charge}) \cdot g \\ \pi &= m_{eau\ déplacée} \cdot g \\ m_{eau\ déplacée} &= \rho_{eau\ déplacée} \cdot V_{eau\ déplacée} \\ V_{eau} &= V_{coque\ immergée} \\ V_{coque\ immergée} &= L \cdot l \cdot a' \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \pi \Rightarrow (m_{navire} + m_{charge}) \cdot g = \rho_{eau\ déplacée} \cdot (L \cdot l \cdot a') \cdot g$$

$$\Rightarrow a' = \frac{(m_{navire} + m_{charge})}{\rho_{eau\ déplacée} \cdot (L \cdot l)} \quad (0,5)$$

Application numérique :

$$\left. \begin{aligned} m_{navire} &= 2,7 \cdot 10^7 \text{ Kg} \\ m_{charge} &= 1,3 \cdot 10^7 \text{ Kg} \\ \rho_{eau\ déplacée} &= 1025 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ L &= 153 \text{ m} \\ l &= 25 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a' = \frac{(2,7 \cdot 10^7 + 1,3 \cdot 10^7)}{1025 \cdot 153 \cdot 25} \Rightarrow a' = 10,20 \text{ m} \quad (0,5)$$

4. La charge maximale

A l'équilibre, on a : $P = \pi$

Avec :

$$\begin{aligned}
 P &= (m_{navire} + m_{charge}) \cdot g \\
 \pi &= m_{eau\ déplacée} \cdot g \\
 m_{eau\ déplacée} &= \rho_{eau\ déplacée} \cdot V_{eau\ déplacée} \\
 V_{eau} &= V_{coque\ immergée} \\
 V_{coque\ immergée} &= L \cdot l \cdot a''
 \end{aligned}
 \Rightarrow P = \pi \Rightarrow (m_{navire} + m_{charge}) \cdot g = \rho_{eau\ déplacée} \cdot (L \cdot l \cdot a'') \cdot g$$

$$\Rightarrow m_{charge} = \rho_{eau\ déplacée} \cdot (L \cdot l \cdot a'') - m_{navire}$$

Application numérique :

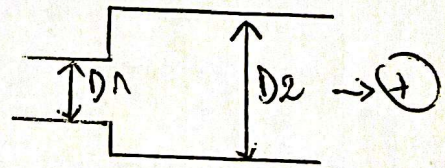
$$\left. \begin{aligned}
 \rho_{eau\ déplacée} &= 1025 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3} \\
 L &= 153 \text{ m} \\
 l &= 25 \text{ m} \\
 a'' &= 13 \text{ m} \\
 m_{navire} &= 2,7 \cdot 10^7 \text{ Kg}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{charge} = 1025 \cdot 153 \cdot 25 \cdot 13 - 2,7 \cdot 10^7 \Rightarrow m_{charge} = 2,4 \cdot 10^7 \text{ Kg}$$

Puisque $2,4 \cdot 10^7 \text{ Kg} > 1,3 \cdot 10^7 \text{ Kg}$: le navire sortira du port sans qu'il touche les fonds marins.

Exercice 02

1. La vitesse d'écoulement dans le tronçon 1 :

D'après l'équation de continuité d'écoulement, on a : $Q_1 = Q_2$



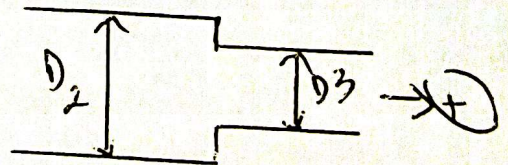
$$\begin{aligned}
 Q &= S \cdot v \\
 \text{Avec : } S &= \pi \cdot R^2 \\
 R &= \frac{D}{2}
 \end{aligned}
 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow \pi \cdot \left(\frac{D_1}{2}\right)^2 \cdot v_1 = \pi \cdot \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 \cdot v_2 \Rightarrow v_1 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \cdot v_2$$

Application numérique :

$$\left. \begin{aligned}
 D_1 &= 20 \text{ cm} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\
 D_2 &= 60 \text{ cm} = 60 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\
 v_2 &= 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_1 = \left(\frac{60 \cdot 10^{-2}}{20 \cdot 10^{-2}}\right)^2 \cdot 1 \Rightarrow v_1 = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. La vitesse d'écoulement dans le tronçon 3 :

D'après l'équation de continuité d'écoulement, on a : $Q_2 = Q_3$



$$\begin{aligned}
 Q &= S \cdot v \\
 \text{Avec : } S &= \pi \cdot R^2 \\
 R &= \frac{D}{2}
 \end{aligned}
 \Rightarrow S_2 \cdot v_2 = S_3 \cdot v_3 \Rightarrow \pi \cdot \left(\frac{D_2}{2}\right)^2 \cdot v_2 = \pi \cdot \left(\frac{D_3}{2}\right)^2 \cdot v_3 \Rightarrow v_3 = \left(\frac{D_2}{D_3}\right)^2 \cdot v_2$$

Application numérique :

$$\left. \begin{aligned}
 D_2 &= 60 \text{ cm} = 60 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\
 D_3 &= 40 \text{ cm} = 40 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\
 v_2 &= 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_3 = \left(\frac{60 \cdot 10^{-2}}{40 \cdot 10^{-2}}\right)^2 \cdot 1 \Rightarrow v_3 = 2,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Exercice 03

1. La vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite :

Par application du théorème de BERNOULLI entre les points A et B, on a :

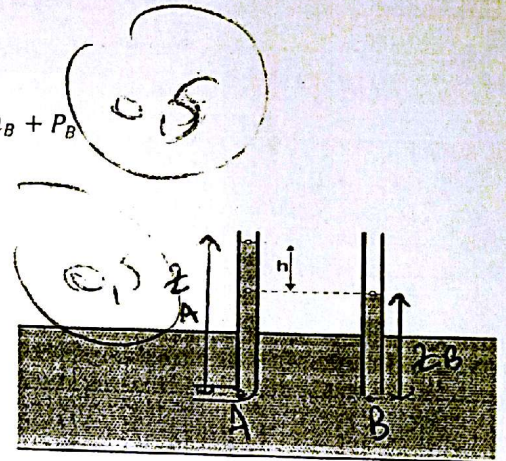
Au point A : $E_{mA} = \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A + P_A$ (0,5)

Au point B : $E_{mB} = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B + P_B$

$E_m = \text{constante} \Rightarrow E_{mA} = E_{mB} \Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B + P_B$ (0,5)

Avec :

- $v_A = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: Point mort
- $h_A = h_B = 0 \text{ m}$: même niveau que l'origine des hauteurs
- $P_A = P_0 + \rho g z_A$: principe de l'hydrostatique
- $P_B = P_0 + \rho g z_B$: principe de l'hydrostatique
- $z_A - z_B = h$



Finalement :

$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B + P_B \Rightarrow P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + P_B \Rightarrow P_0 + \rho g z_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + P_0 + \rho g z_B$ (0,5)

$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_B^2 = \rho g(z_A - z_B) \Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_B^2 = \rho g h \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$ (1)

Application numérique :

$\left. \begin{matrix} g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ h = 3,2 \text{ m} \end{matrix} \right\} \Rightarrow v_B = \sqrt{2 * 10 * 3,2} \Rightarrow v_B = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (0,5)

2. Le débit volumique de l'écoulement :

Par définition du débit volumique, on a :

$\left. \begin{matrix} Q = S \cdot v \\ S = \pi \cdot R^2 \\ R = \frac{D}{2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow Q = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot v_B$ (0,5)

Application numérique :

$\left. \begin{matrix} D = 40 \text{ mm} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ v_B = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{matrix} \right\} \Rightarrow Q = 3,14 * \left(\frac{40 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 * 8 \Rightarrow Q = 0,01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (0,5)

Exercice 04

1. L'angle de réfraction β :

Par application de la loi de Snell-Descartes de la réfraction, on a :

$N \cdot \sin \alpha = n \cdot \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \left(\frac{N}{n}\right) \cdot \sin \alpha$ (1)

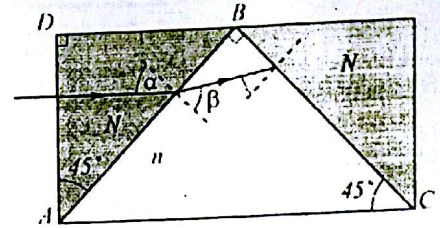
Application numérique :

$$\left. \begin{array}{l} N = 1,5 \\ n = 1 \\ \alpha = 30^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 0,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \sin \beta = \left(\frac{1,5}{1}\right) \cdot 0,5 = 0,75 \Rightarrow \beta = \arcsin(0,75) = 48,59^\circ$$

2. L'angle de réfraction θ :

Par application de la loi de Snell-Descartes de la réfraction, on a :

$$N \cdot \sin \alpha = n \cdot \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \left(\frac{N}{n}\right) \cdot \sin \alpha$$



Application numérique :

$$\left. \begin{array}{l} N = 1,5 \\ n = 1 \\ \alpha = 50^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 0,77 \end{array} \right\} \Rightarrow \sin \beta = \left(\frac{1,5}{1}\right) \cdot 0,77 = 1,15 \Rightarrow \beta = \arcsin(1,15) = \text{impossible}$$

Pour $\alpha = 50^\circ$, aucun rayon n'est réfracté et la totalité des rayons incidents sont réfléchis.

La réflexion totale est obtenue pour : $\sin \alpha = \left(\frac{n}{N}\right) \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \alpha = 41,81^\circ$