Université Abderrahmane Mira - Béjaïa
Faculté des Sciences Economiques, des Sciences de Gestion et des Sciences Commerciales
Département des Sciences Economiques

Cours de

Microéconomie

Pour les étudiants de licence en économie et en gestion

Dr. Aïssa MOUHOUBI
Maître de Conférences
Université de Bejaia

2007-2008

Avant propos

L’objectif de ce support de cours est de mettre à la disposition des étudiants de première année en sciences économiques et de gestion l’essentiel de ce qu’ils doivent savoir en matière de rationalité économique. En d’autre terme, il est conçu dans le souci de fournir, de manière didactique et pédagogique, les fondements conceptuels essentiels de la microéconomie.

Avec un vocabulaire de base, riche et simple, l’étudiant apprendra à comprendre des phénomènes économiques qu’il rencontre dans sa vie quotidienne en maniant des outils mathématiques pour garantir une certaine rigueur d’analyse. Dans le souci d’un manque de connaissances préalable en analyse mathématique, les instruments de calcul mathématique utilisés sont élémentaires.

Ce cours aidera l’étudiant, par un développement logique d’ensemble, à se familiariser au traitement des problèmes de consommation des ménages, de production des entreprises et du marché des biens et services. La lecture peut se faire de manière progressive et continue en suivant un plan général adopté, mais chaque thème à l’intérieur de chaque titre demande, généralement, des connaissances supposées déjà acquises au cours des titres précédents.

Afin de permettre aux étudiants d’appliquer eux-mêmes les méthodes d’analyse apprises au cours de chaque titre, plutôt que de se contenter de recevoir passivement un cours théorique et abstrait, des exemples d’application résolus suivent chaque étape d’initiation à une notion nouvelle. Encore, à la fin de chaque titre, une série d’exercices est successivement insérée dans le but d’offrir aux étudiants des moyens d’entraînement et de préparation à une séance de travaux dirigés où la série sera traitée de façon claire et détaillée.

Dr. Aïssa MOUHOUBI
Béjaïa, septembre 2007

Définition de la microéconomie

La microéconomie est la branche de la science économique qui étudie les comportements individuels du consommateur (structure des dépenses, choix de la combinaison des biens destinés à la consommation), du producteur (choix de la nature et du volume des produits à offrir, des facteurs de production nécessaires) et analyse la manière dont les prix et les rémunérations s'établissent sur un marché. En résumé, la microéconomie explique comment les agents déterminent leurs choix et leurs actions en fonctions des signaux que leur envoient l'environnement et en particulier le marché et met en évidence les interactions qui existent entre les agents (interdépendances des comportements).

L'analyse microéconomique est développée vers la fin de XIX$^{\text{ème}}$ siècle par les économistes néoclassiques ou marginalistes (Jevons, Menger et Walras). Selon cette théorie, qui est largement influencée par la philosophie utilitariste, l'individu rationnel est supposé être égoïste et recherchant le maximum de satisfaction ou « d'utilité ».

Les économistes néoclassiques agissent par le raisonnement à la marge, pour argumenter leurs thèses. L'agent n'atteint sa satisfaction maximum qu'au moment où la dernière unité du bien demandée ne lui procure aucune satisfaction. Cette satisfaction supplémentaire ou marginale constitue la base de la pensée néoclassique.

Les hypothèses fondamentales

La rationalité de l'agent économique est la recherche à retirer la plus grande satisfaction possible (satisfaction maximale*)* compte tenu de sa contrainte budgétaire. Elle est constituée par trois hypothèses :

- H_1 : Insatiabilité : A chaque fois que l'agent pourra accéder à l'acquisition d'une unité supplémentaire d'un bien, il le fera.
- H_2 : Choix Unique : Lorsque l'agent est en face d'un choix de deux biens *X*, et *Y*, il est capable d'exprimer sa préférence. Ainsi, il pourra dire qu'il préfère *X* à *Y*, *Y* à *X* ou s'il est indifférent.
- H_3 : Transitivité : Lorsque l'agent est en face de trois biens *X*, *Y* et *Z*, et s'il préfère *X* à *Y* et *Y* à *Z*, alors nécessairement, il préfère *X* à *Z*.

Chapitre 1
La fonction de l'utilité

1. La théorie de l'utilité

A partir des hypothèses de la rationalité du consommateur, on peut formaliser la mesure cardinale de l'utilité par la construction de ce que l'on appelle « une fonction d'utilité ».

La fonction d'utilité est l'expression mathématique de la façon dont un consommateur classe les différents biens qui lui sont proposés. Elle exprime le degré de satisfaction ou d'utilité que procure la consommation d'une quantité (x) du bien X ou de plusieurs biens.

Elle s'écrit : $U = f(x)$

- Une Combinaison de biens est une association de quantités de deux biens X et Y. La fonction d'utilité s'écrit : $U = f(x, y)$
- Un complexe de biens est une association de quantités de n biens X_1, X_2, ..., X_n. La fonction d'utilité s'écrit : $U = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Il s'agit du cas le plus rencontré.

1.1. Les postulas de base de la fonction d'utilité

P_1 : Pour chaque complexe de biens C_1 et C_2, le consommateur peut exprimer deux degrés de satisfaction (utilité) différents appropriés à ces deux complexes notés respectivement : U_1 et U_2. Si $U_1 > U_2$, cela implique que le consommateur préfère C_1 à C_2.

P_2 : La fonction d'utilité est définie pour une période temporelle donnée ; ce qui signifie que l'analyse du comportement du consommateur est une analyse statique. Les besoins d'un consommateur lorsqu'il est étudiants sont différents de ses besoins lorsqu'il ne sera plus étudiant.

P_3 : La fonction d'utilité est supposée être continue et dérivable sur son intervalle de définition $[0\,,+\infty[$; ce qui signifie que les biens sont divisibles à l'infini. Cette notion propre aux économistes marginalistes suppose qu'un consommateur peut accéder à l'acquisition d'un demi-réfrigérateur suite à son budget limité et acquérir l'autre moitié lorsqu'il aura les ressources disponibles.

1.2. ***L'utilité totale***

Soit $U = f(x)$. La variation des quantités consommées du bien *X* procure des degrés de satisfaction différents. D'où l'on peut dresser un tableau des utilités que procure la consommation de la quantité *x*.

Quantités consommées de X	0	1	2	3	4	5	6	7
Utilités obtenues (*U*)	0	10	18	23	25	26	26	24

On définit l'utilité totale comme la satisfaction totale obtenue après la consommation d'une certaine quantité de *X*. Lorsque le consommateur ne consomme aucune unité de *X*, l'utilité sera nulle. Au fur et à mesure qu'il augmente sa consommation, l'utilité augmente. Les valeurs numériques qui expriment les différents niveaux d'utilité n'ont aucun sens du point de vue réel, mais il s'agit d'une notation donnée par le consommateur à sa satisfaction obtenue après chaque consommation.

1.3. ***L'utilité marginale***

Nous remarquons dans le tableau précédent que les utilités augmentaient sans que cette augmentation soit proportionnelle. Cette augmentation s'est effectuée avec un taux décroissant. Donc l'utilité procurée par chaque unité supplémentaire consommée est inférieure à la précédente. Ainsi, on peut définir l'utilité marginale comme la satisfaction procurée par la consommation de la dernière unité *n* consommée de *X*. Ou encore, c'est la variation de l'utilité totale induite par la variation d'une unité de *X*.

$$Um_n = U_n - U_{n-1}$$

Ceci est expliqué dans le tableau ci-après.

Quantités consommées de X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Utilités obtenues (*U*).	0	10	18	23	25	26	26	24
Utilité marginale (*Um*)	-	10	8	5	2	1	0	-2

La définition précédente de l'utilité marginale peut être exprimée mathématiquement de la manière suivante :

Comme la fonction d'utilité $U = f(x)$ est supposée continue et dérivable sur son intervalle de définition, en vertu du troisième postulat, ou peut écrire :

$$Um_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta x} = U' = f'(x) = \frac{\delta U}{\delta x}$$

Ainsi, l'utilité marginale d'un bien *X* est égale à la dérivée de la fonction d'utilité. Elle exprime la variation de l'utilité totale induite par la variation d'une unité du bien *X*.

$$Um_x = \frac{\delta U}{\delta x}$$

Par déduction, l'utilité totale n'est rien d'autre que la somme des utilités marginales.

$$U = f(x) = Um_n + Um_{n-1} + Um_{n-2} + \cdots + Um_1$$

Dans le cas général, le consommateur exprime plusieurs besoins à satisfaire. Ces besoins sont, bien évidemment, satisfaits par plusieurs biens, de façon à avoir une fonction d'utilité à plusieurs variables.

Par un raisonnement similaire au cas précédent, il est possible de déterminer la variation de l'utilité que procure, au consommateur, la variation de la quantité consommée de chaque bien. On fait appel pour cela, donc, à la technique mathématique appelée : la dérivée partielle.

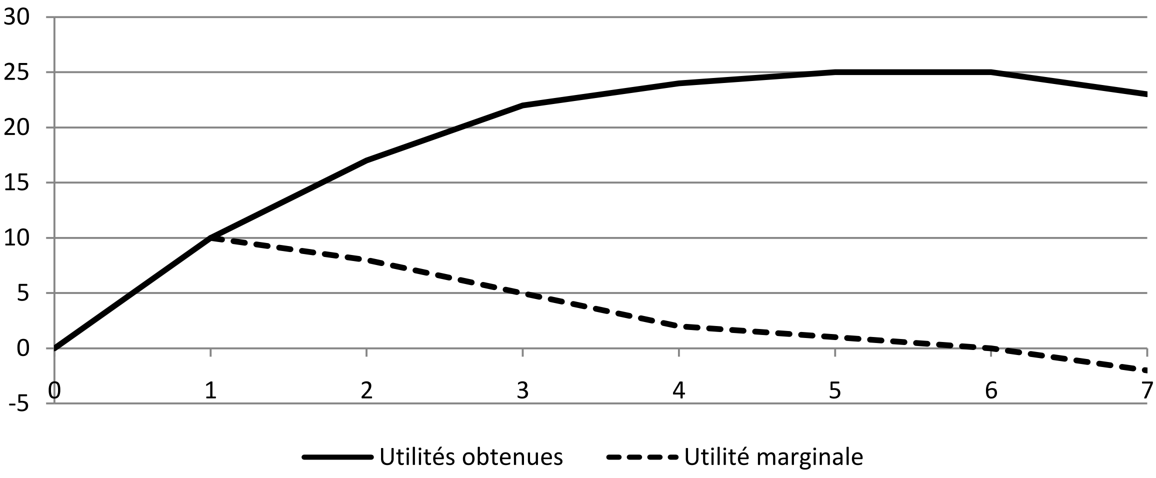
Dans le cas où un consommateur aurait un complexe de biens composé de deux biens X et Y, on peut déterminer l'utilité provoquée par la variation des quantités de l'un des biens par les formules suivantes.

$$Um_x = \frac{\partial U}{\partial x} \quad , Um_y = \frac{\partial U}{\partial y}$$

Dans le cas général où $U = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, les utilités marginales par rapport à chaque bien sont notées ainsi :

$$Um_{x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1}, Um_{x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2}, \ldots, Um_{x_n} = \frac{\partial U}{\partial x_n}$$

Le tableau ci-dessus peut être caractérisé par un graphique qui illustre toutes ces variations.



Application

Calculez les utilités marginales par rapport à chaque bien figuré dans la fonction suivante : $U = f(x, y, z) = 2\,x^2 y\,z$

Solution

$Um_x = 4xyz, Um_y = 2x^2z, Um_z = 2x^2y$

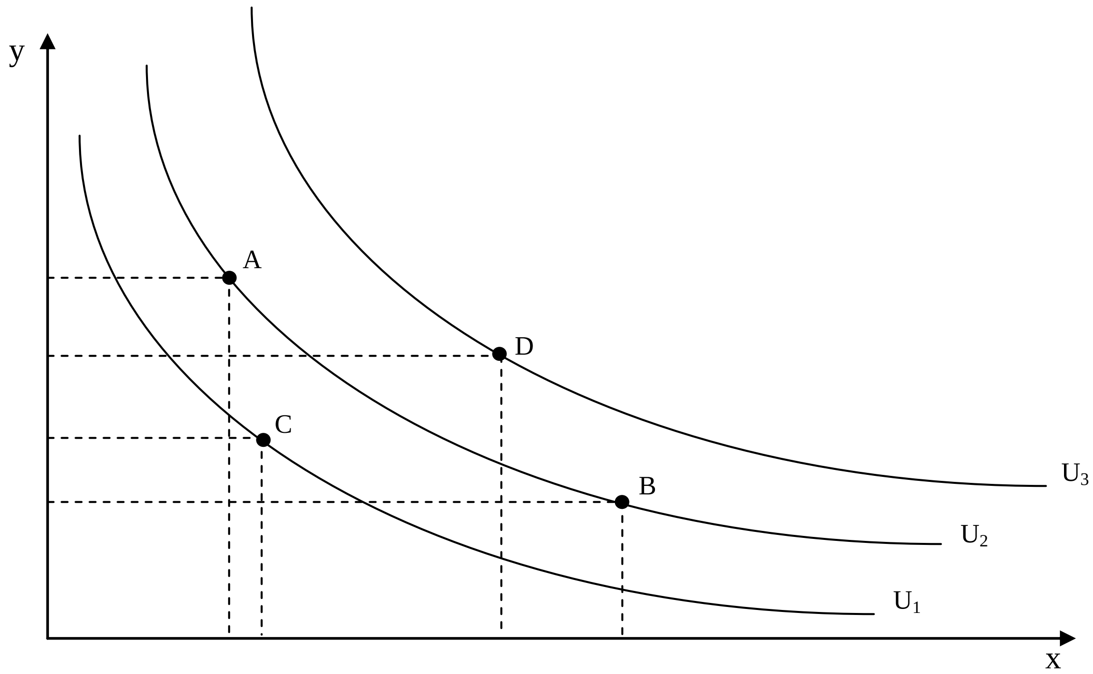
2. Les courbes d’indifférence

Considérons un exemple où un bien *X* représentant la pomme et un bien *Y* représentant l’orange. Il est tout à fait possible d’imaginer que la consommation d’une quantité relativement forte de pomme et d’une quantité relativement faible d’orange procurera au consommateur la même utilité que la consommation d’une quantité relativement faible de pomme et d’une quantité relativement forte d’orange.

A partir de là, on comprendra que pour un niveau d’utilité donné, il existe une infinité de combinaisons de ces deux biens. Chaque combinaison procure une utilité identique et rend donc le consommateur indifférent. C’est la raison pour laquelle la courbe qui trace toutes ces combinaisons se nomme la courbe d’indifférence.

La courbe d’indifférence peut donc, être définie, dans le cas général comme le lieu géométrique regroupant toutes les combinaisons qui procurent au consommateur le même niveau d’utilité. Plus la courbe d’indifférence se trouve sur la droite, plus l’utilité est élevée. L’ensemble des courbes d’indifférence constitue la carte d’indifférence.

D'après la figure ci-après, les couples A et B procurent au consommateur le même niveau d'utilité, tandis que les couples C et D des utilités différentes. Ainsi, on peut écrire $U_3 > U_2 > U_1$.



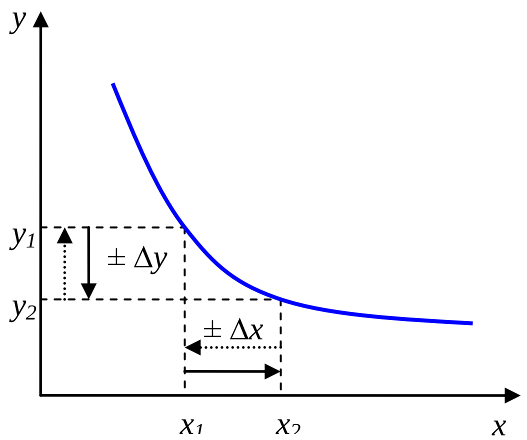
Les courbes d’indifférence possèdent trois propriétés :

- Les courbes d’indifférence ont une pente négative ;

- Les courbes d'indifférence d'un même consommateur ne peuvent se couper ;
- Les courbes d'indifférence sont convexes par rapport à l'origine des axes des coordonnées. On comprend donc que la pente des courbes d'indifférence n'est pas constante.

3. Le taux marginal de substitution

A partir d'une courbe d'indifférence, on peut définir le taux marginal de substitution (*TMS*). C'est un taux auquel le consommateur est disposé à substituer une quantité du bien *X* à une quantité du bien *Y*, et vis versa tout en gardant le même niveau d'utilité. Ainsi, la perte d'utilité due à la privation de consommation des *Y* doit être égale au gain d'utilité dû à la consommation des *X* obtenus.



D'une autre manière, le $TMS_{x\grave{a}y}$ désigne la quantité du bien *Y* que le consommateur est prêt à sacrifier pour obtenir une unité supplémentaire du bien *X* tout en gardant le même niveau d'utilité.

A l'inverse, le $TMS_{y\grave{a}x}$ désigne la quantité du bien *X* que le consommateur est prêt à sacrifier pour obtenir une unité supplémentaire du bien *Y* tout en gardant le même niveau d'utilité.

La courbe d'indifférence constitue la représentation géométrique d'une fonction analytique d'utilité totale de la forme $U = f(x, y) = U_0$. L'utilité U_0 exprime le niveau d'utilité qui est identique en tout point de la courbe. Cela entraîne nécessairement $U_0' = 0$. La différentielle totale de cette fonction doit être nulle, ce qui s'écrit :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot dy = Um_x \cdot dx + Um_y \cdot dy$$

$$Si \quad dU = 0 \Rightarrow Um_x \cdot dx + Um_y \cdot dy = 0$$

$$\Rightarrow Um_x \cdot dx = -Um_y \cdot dy$$

$$\Rightarrow TMS_{xày} = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{-dy}{dx}$$

$$Par\ déduction\ TMS_{yàx} = \frac{Um_y}{Um_x} = \frac{-dx}{dy}$$

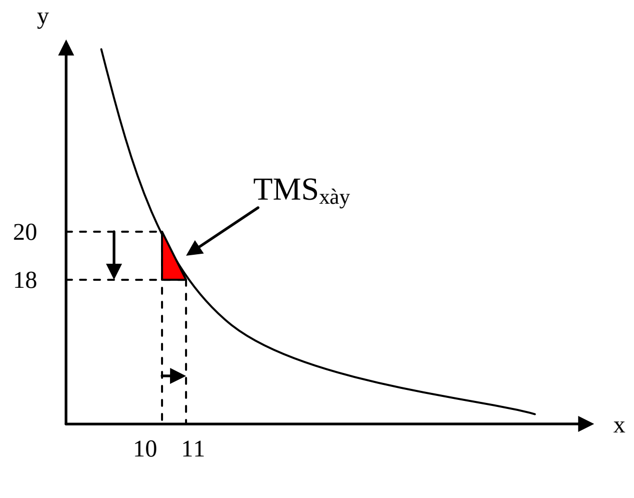
L'expression précédente montre que le rapport des utilités marginales et égales à l'apposer de la dérivée de la fonction $y = f(x)$. La fonction $y = f(x)$ donne la variation de la quantité *y* induite par la variation de *x*. L'expression dy/dx est la pente de la courbe d'indifférence représentative de la fonction $y = f(x)$. Elle est donc négative (première propriété des courbes d'indifférence). Ainsi, le *TMS* est toujours positif.

Application

Soit une fonction d'utilité de la forme $U = f(x, y) = 2xy$. Les quantités consommées des deux biens X et Y sont $x = 10$ et $y = 20$. On vous demande de calculer le $TMS_{xày}$ et de représenter vos résultats graphiquement.

Solution

$$TMS_{xày} = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{2y}{2x} = \frac{20}{10} = 2$$



Exercices

Questions de cours

1. Quelle est la différence entre un bien économique et un bien libre ? Citez-en des exemples.
2. Qu'est ce qu'un agent économique rationnel ?
3. Quelle est la différence entre l'utilité totale et l'utilité marginale ?
4. Démontrez que $Um_4 + Um_3 + Um_2 + Um_1 = U_4$.
5. Qu'est ce qu'une courbe d'indifférence et une carte d'indifférence ?
6. A quoi sert le calcul du $TMS_{xày}$? Quel lien a-t-il avec l'utilité marginale ?

Exercice 1

Soit le tableau ci-dessous :

Quantités de *X*	0	1	2	3	4	5	6	7
Utilités totales	0	10	18	24	28	30	30	28

1. Calculez les variations successives de *U*. Que représentent ces variations ?
2. Représentez graphiquement le tableau. Que remarquez-vous ?

Exercice 2

Soit la fonction d'utilité d'un consommateur est de forme : $U = 2xy$

1. Déterminez l'équation qui permet de tracer la courbe d'indifférence.
2. Représentez graphiquement la courbe d'indifférence lorsque $U = 20$.
3. Soient les combinaisons (*x*, *y*) suivantes : (10, 0.5), (9, 2), (8, 1), (7, 2), (6, 4), (5, 2.5). Quel est le panier qui maximise l'utilité du consommateur ? Vérifiez votre réponse en plaçant toutes les combinaisons sur le graphique précédent.
4. Calculez quelques valeurs du $TMS_{xày}$ sur la courbe d'indifférence de la réponse à la question 2. Que remarquez-vous ?
5. Dites pourquoi la valeur du $TMS_{xày}$ diminue-t-elle lorsqu'on se déplace de gauche à droite le long de la courbe d'indifférence.

Exercice 3

Fatima est devant un choix de consommation de deux biens alimentaires *X* et *Y* pour satisfaire son besoin énergétique quotidien. Elle calcule le niveau de sa satisfaction en additionnant les apports caloriques des deux biens. Ainsi, l'apport calorique d'une unité consommée du bien *X* est égal à trois fois la quantité consommée du bien *Y*, sachant que la teneur énergétique[1] d'une unité du bien *Y* est de deux calories.

1. Déduisez la forme de la fonction d'utilité quotidienne de Fatima exprimée en termes de calories.
2. Aimant prendre une unité supplémentaire de *X*, comment, Fatima, doit-elle entreprendre si elle veut, en parallèle, garder sa ligne mince en conservant l'apport énergétique précédent ?

Exercice 4

Deux amis, Omar et Ali, partagent leurs loisirs entre les pratiques de la natation (*X*) et de l'équitation (*Y*). On désigne, respectivement, par *x* et *y* le nombre d'heures passées à la piscine et à l'hippodrome.

La fonction d'utilité d'**O**mar s'écrit : $U_O = 2xy^2$

[1] La teneur énergétique est la quantité d'énergie (mesurée en général en termes de calories) que contient un bien.

La fonction d'utilité d'**A**li s'écrit : $U_A = 2xy$

Omar et Ali pratiquent chaque semaine 4 heures de natation et 2 heures d'équitation. Les satisfactions les deux amis sont-elles identiques ?

Les préférences des deux amis pour les deux biens *X* et *Y* sont-elles identiques ? Justifiez votre réponse.

Si Ali avait plus d'argent pour pratiquer davantage l'équitation, il l'aurait fait. Comme il est rationnel et calculateur, il trouve une astuce qui lui permet de consacrer plus de temps à l'équitation tout en conservant son niveau d'utilité initial. Il demande, alors, à son ami Omar de lui échanger deux heures de natation contre une heure d'équitation.

- Avec quelle logique, Ali, avait-il raisonné pour proposer cet échange ?
- Omar, acceptera-t-il l'échange ? Pourquoi ?

Chapitre 2
L'équilibre du consommateur

1. Le problème du consommateur et la contrainte budgétaire

Dans la théorie néoclassique du consommateur, le comportement de chaque individu est caractérisé par une fonction d'utilité. Il va donc chercher à maximiser son utilité, en tenant compte toutefois d'une contrainte majeure qui est son pouvoir d'achat ; formulé par son revenu (ou budget) et les prix de biens qu'il consomme sur le marché.

Considérons un individu dont la fonction d'utilité est *U* et qui dispose d'un revenu *R*. Cet individu est confronté à un univers marchand composé de deux biens *X* et *Y*. *R* est entièrement consacré à l'achat des deux biens dont les prix sont respectivement p_x et p_y. Nous pouvons écrire, dans ces conditions, l'équation du budget qui aura la forme suivante :

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y$$

Le problème du consommateur est donc un problème lié à une fonction d'utilité qu'il cherche à maximiser et un budget limité qui lui constitue une contrainte.

La maximisation de la fonction d'utilité sous contrainte du budget est schématisée dans un système d'équations.

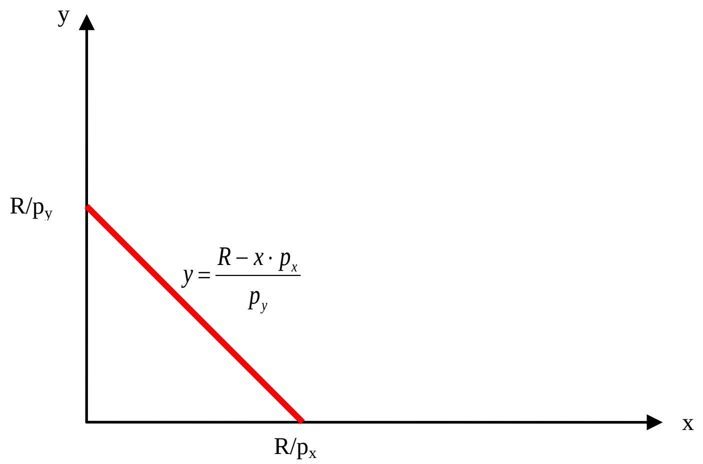
$$\begin{cases} Max \quad U = f(x, y) \\ s/c \quad R = x p_x + y p_y \end{cases}$$

Dans le cas où le consommateur est confronté à maximiser une fonction d'utilité composée de plusieurs biens, la formalisation du problème du consommateur s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} Max \quad U = f(x_1, x_2, ..., x_n) \\ s/c \quad R = \sum_{i=1}^{n} x_i \, p_{x_i} \end{cases}$$

Dans le cas de deux biens *X* et *Y*, l'équation du budget peut être représentée graphiquement sous forme d'une droite du budget. Cette droite délimite le pouvoir d'achat du consommateur. Ainsi, tous les points qui se trouvent sur la droite représentent les paniers des quantités de *X* et de *Y* que le consommateur peut acquérir en dépensant tout son revenu. L'espace se trouvant sous la droite du budget représente les paniers qui ont des coûts inférieurs à son revenu. Quant à l'espace qui se trouve en dessus de la droite, celui-ci représente les paniers de biens qui ont des coûts supérieurs à son revenu.

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R - x \cdot p_x}{p_y}$$



La pente de la droite du budget peut être définie en calculant simplement le rapport des prix. L'équation d'une droite est de la forme $y = a \cdot x + b$. La pente de cette droite est *b*. Dans notre cas, l'équation de notre droite est de la forme :

$$y = \frac{R - x \cdot p_x}{p_y} = \frac{R}{P_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

$$a = -\frac{p_x}{p_y}, \quad b = \frac{R}{P_y}$$

Le signe négatif qui précède le rapport des prix des deux biens explique la pente négative de la droite du budget.

2. *Détermination analytique de l'équilibre du consommateur*

Maintenant, pour solutionner le problème du consommateur, on retient trois méthodes algébriques : La méthode simple, la méthode du Lagrangien et la méthode de l'égalité entre le *TMS* et le rapport des prix.

2.1. La méthode de changement de variables

Soit la fonction d'utilité $U = f(x, y)$ et $R = x p_x + y p_y$. En remplaçant *y* par sa valeur dans l'expression *U*, on aura *U* qui ne varie qu'en fonction de *x*. On obtient donc :

$$U = f(x, \frac{R - x \cdot p_x}{p_y}).$$

La maximisation de cette fonction suppose que soient réalisées la condition du premier ordre (première dérivée de la fonction est nulle) et la condition du second ordre (dérivée seconde de la fonction est négative). Soit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} < 0 \end{cases}$$

Application

Soit un consommateur ayant une fonction d'utilité $U = x \cdot y$, un revenu $R = 400$ qu'il consacre à l'achat de deux biens X et Y dont les prix sont $p_x = 4$ et $p_y = 10$. On vous demande de déterminer les quantités optimales de X et de Y qui maximisent l'utilité du consommateur.

Solution

$$\begin{cases} Max \quad U = x \cdot y \\ s/c \quad 400 = 4 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases}$$

Remplaçons *y* par sa valeur dans l'expression de U. On obtient :

$$y = \frac{400 - 4x}{10} = 40 - \frac{2x}{5}$$

$$\Rightarrow U = x \cdot (40 - \frac{2x}{5}) = 40x - \frac{2x^2}{5}$$

Condition de premier ordre :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \Rightarrow 40 - \frac{4x}{5} = 0 \Rightarrow 40 = \frac{4x}{5} \Rightarrow x = 50$$

Remplaçons *x* par sa valeur dans Y. On obtient :

$$y = 40 - \frac{2 \cdot 50}{5} \Rightarrow y = 20$$

Condition de second ordre :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} < 0 \Rightarrow -\frac{4}{5} < 0$$

Niveau d'utilité :

$U = x \cdot y \Rightarrow U = 50 \cdot 20 \Rightarrow U = 1000$.

2.2. La méthode de Lagrange

Au lieu de maximiser la fonction U, la méthode de Lagrange consiste à maximiser une nouvelle fonction *L* qui varie en fonction des variables contenues dans U et d'une nouvelle variable λ appelée, le multiplicateur de Lagrange.

$$L = f(x_1, x_2, ..., x_n, \lambda) = U + \lambda \cdot g$$

$$\text{avec } g = R - x_1 \cdot p_{x_1} - x_2 \cdot p_{x_2} - ... - x_n \cdot p_{x_n}$$

La condition nécessaire pour que *L* admette un maximum, est que ses dérivées partielles par rapport à toutes les variables $x_1, x_2, ..., x_n$ et λ s'annulent en même temps. Ainsi, le problème consiste donc à résoudre un système d'équations composé de *n* + 1 équations et de *n* + 1 inconnues.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \\ \vdots \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_n} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases}$$

Application

Reprenons l'exemple précédent.

Solution

$$\begin{cases} Max \quad U = x \cdot y \\ s/c \quad 400 = 4 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases}$$

La fonction *L* s'écrit :

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot (400 - 4x - 10y)$$
$$L = x \cdot y + 400 - 4 \cdot x \cdot \lambda - 10 \cdot y \cdot \lambda$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = y - 4 \cdot \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{y}{4} \cdots (1) \\ \dfrac{\partial L}{\partial y} = x - 10 \cdot \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{x}{10} \cdots (2) \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 400 - 4 \cdot x - 10 \cdot y = 0 \cdots (3) \end{cases}$$

$$(1) = (2) \Leftrightarrow \frac{y}{4} = \frac{x}{10} \Rightarrow y = \frac{4 \cdot x}{10} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot x}{5} \cdots (4)$$

Remplaçons (4) dans (3), on obtient :

$$400 = 4 \cdot x + 10 \frac{2 \cdot x}{5} = 4 \cdot x + 4 \cdot x = 8 \cdot x \Rightarrow x = 50 \cdots (5)$$

Remplaçons (5) dans (4) ; on obtient :

$$y = \frac{2 \cdot x}{5} \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 50}{5} \Rightarrow y = 20 \cdots (6)$$

Remplaçons (5) et (6) dans *U*, on obtient :

$$U = x \cdot y \Rightarrow U = 50 \cdot 20 \Rightarrow U = 1000$$

Remplaçons (5) dans (2) ; on obtient :

$$\lambda = \frac{x}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

λ est défini comme la variation de l'utilité totale lorsque le revenu varie d'une seule unité. Il vient alors à écrire :

$$\lambda = \frac{\delta U}{\delta R}$$

2.3. La méthode de l'égalité entre le TMS et le rapport des prix

Dans le cas de deux biens *X* et *Y*, les dérivées annulées de *L* par rapport à *x* et à *y* s'écrivent :

$$\left. \begin{array}{l} L'_x = U'_x - \lambda p_x = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{U'_x}{p_x} \\ L'_y = U'_y - \lambda p_y = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{U'_y}{p_y} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U'_x}{p_x} = \frac{U'_y}{p_y} \Leftrightarrow \frac{Um_x}{p_x} = \frac{Um_y}{p_y} \Rightarrow \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow TMS_{x\grave{a}y} = \frac{p_x}{p_y}$$

A l’équilibre, on remarque que :

- Les utilités marginales pondérées par les prix sont égales ;
- Le *TMS* est égale au rapport des prix.

Application

Reprenons l’exemple précédent.

Solution

$$TMS_{xày} = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{y}{x}$$

A l’équilibre : $\frac{y}{x} = \frac{4}{10} \Rightarrow y = \frac{2 \cdot x}{5}$

Remplaçons *y* par sa valeur dans *R* :

$$400 = 4 \cdot x + 10\frac{2 \cdot x}{5} \Rightarrow x = 50 \Rightarrow y = 20 \Rightarrow U = 1000$$

3. Détermination géométrique de l’équilibre du consommateur

La carte d’indifférence constitue au consommateur des niveaux d’utilités différents et infinis obtenus à partir d’une infinité de combinaisons de quantités *X* et *Y*.

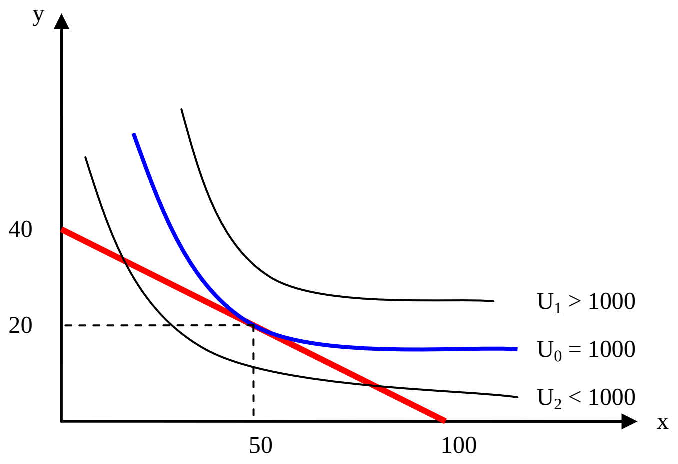
L’objectif du consommateur est d’atteindre le niveau d’utilité le plus élevé (d’après l’hypothèse d’insatiabilité), c'est-à-dire ; se situer sur la courbe d’indifférence qui se trouve le plus à droite.

Etant rationnel, le consommateur cherche à concilier le maximum d’utilité et un budget limité. Il s’agit donc de déterminer la courbe d’indifférence la plus élevée qui n’ait qu’un seul point commun avec la droite budgétaire.

La tangence de la droite budgétaire avec la courbe d’indifférence la plus élevée (représentant l’utilité la plus élevée) répond bien à cette préoccupation.

Afin de présenter graphiquement l’équilibre du consommateur, on n’a qu’à donner des valeurs à *x* pour les remplacer dans la fonction d’utilité et obtenir les points constituant la courbe d’indifférence qui sera tangente à la droite budgétaire.

$$U_0 = x \cdot y \Rightarrow y = \frac{U_0}{x}$$



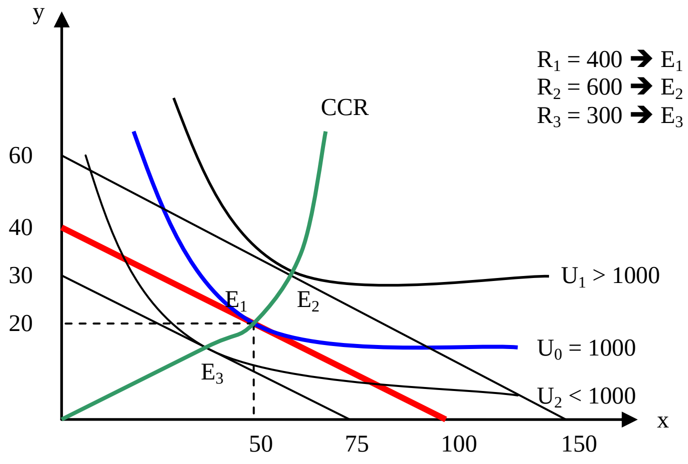
4. *La variation de l'équilibre du consommateur*

Il s'agit, maintenant d'étudier les effets de la modification du budget ou de l'un des deux prix sur l'équilibre du consommateur.

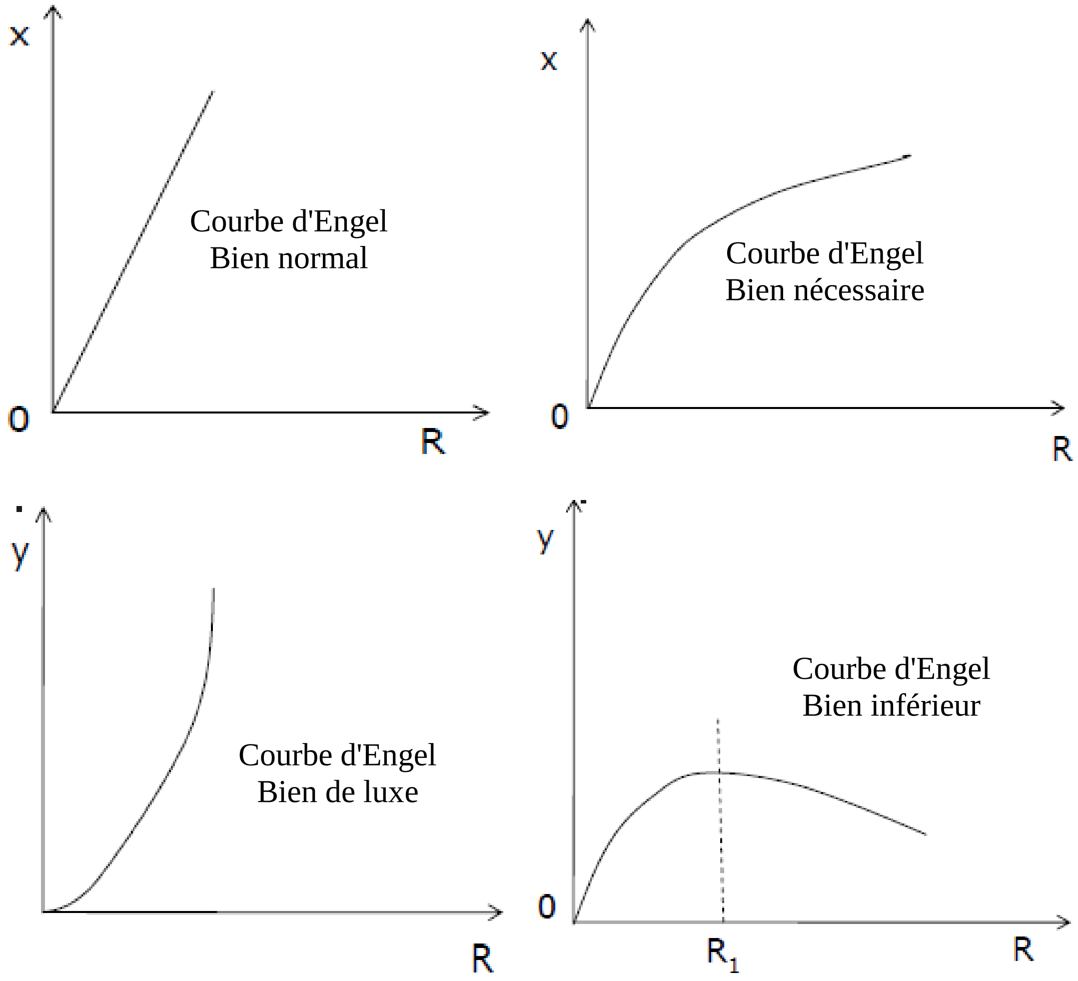
4.1. La modification du revenu

Un consommateur rationnel qui cherche à maximiser son utilité, sous hypothèse de dépenser la totalité de son revenu, verra sa droite de budget se déplacer à droite lorsque le revenu augmente, et à gauche lorsque le revenu diminue. Le déplacement de la droite du budget sera parallèle par rapport à la situation initiale de celle-ci. Ceci est vrai du moment que le rapport des prix $-p_x/p_y$ ne change pas.

Sur le graphique ci-après, l'équilibre du consommateur varie suite à la variation de son pouvoir d'achat. La courbe qui joint les points d'équilibres est appelée la Courbe Consommation Revenu (*CCR*) ou la Courbe de niveau de vie.



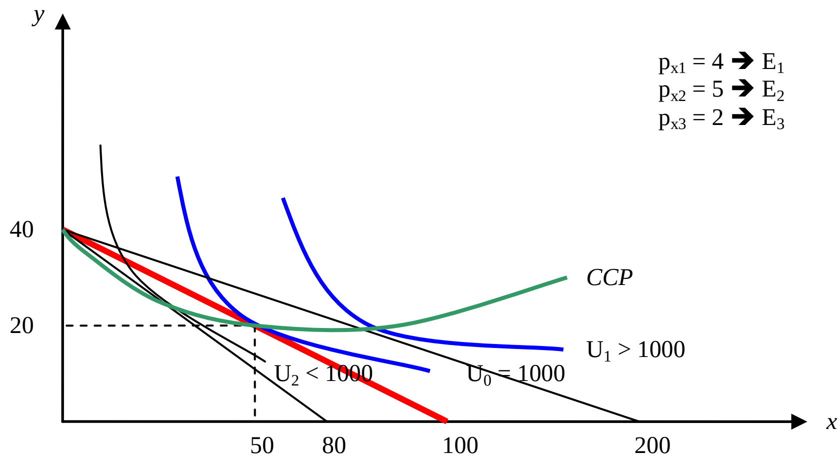
En mettant en liaison l'évolution du revenu avec l'évolution de la consommation d'un bien X ou Y, on pourra tracer la courbe d'Engel. Dans le cas d'un bien alimentaire, on remarquera que la proportion de R engagée sera en diminution au fur et à mesure que le revenu augmente, tandis que dans le cas des biens de luxe, on remarquera l'effet contraire. L'étude de la dépendance de la variation de la consommation de la variation du revenu fera l'objet du chapitre suivant.



4.2. La modification des prix

En tenant compte de la clause *ceteris paribus* (toutes choses étant égales par ailleurs), la modification du prix de l'un des biens causera la modification de l'équilibre du consommateur. En effet, du point de vue géométrique le changement du prix du bien X (p_x), par exemple, causera la rotation de la droite de budget sur un même pivot ; R/p_y . De ce fait, la pente de la droite du budget sera plus forte si le prix augmente et sera plus faible si celui-ci diminue.

Sur le graphique ci-après, l'équilibre du consommateur varie suite à la variation de son pouvoir d'achat. La courbe qui joint les points d'équilibres est appelée la Courbe Consommation Prix (*CCP*)



4.3. Effets de substitution et effet de revenu

D’un point de vue économique, la variation du prix de l’un des biens et/ou du revenu entraîne deux effets.

4.3.1. Effet de substitution

Du fait de la variation de p_x et donc la modification des prix relatifs p_x/p_y des deux biens, le consommateur modifiera les niveaux de la consommation des *Y* et de la consommation des *X*. Ainsi, la diminution de p_x induira la diminution de la consommation des *Y* au profit de la consommation des *X* devenus plus attractifs. *A contrario*, l’augmentation de p_x induira l’augmentation de la consommation des *Y* aux dépens de la consommation des *X* devenus répulsifs.

En règle générale, une augmentation du prix relatif p_x/p_y engendre un effet de substitution, se traduisant par une augmentation de la demande des *Y* au détriment des *X*, et vis versa.

4.3.2. Effets de revenu

Les variations de p_x et/ou de *R* (en tant que revenu nominal) modifieront le revenu réel. Ainsi, d’une part, le revenu réel augmente si p_x diminue et/ou *R* augmente. D’autre part, le revenu réel diminue si p_x augmente et/ou *R* diminue.

De façon générale, il suffit de calculer le ratio du pouvoir d’achat R/p_x pour saisir l’effet revenu. Ainsi, nous pouvons dire, d’un côté que si R/p_x augmente, le revenu réel augmente et c’est le cas pour le pouvoir d’achat. De l’autre côté, si R/p_x diminue, le revenu réel diminue et c’est le cas pour le pouvoir d’achat.

Exercices

Questions de cours

1. Qu'est ce qui constitue le problème du consommateur ?
2. Ecrivez la forme générale de la contrainte budgétaire (pour deux biens X et Y) et faites une représentation graphique pour $R = 200$, $p_x = 5$, $p_y = 10$. En tenant compte de la clause *Ceteris paribus*, quelle serait la répercussion sur la droite de budget si : $R = 250$, R = 150, $p_x = 10$ et $p_x = 2{,}5$.
3. Qu'en est-il de la pente de la droite budgétaire pour chaque transformation du pouvoir d'achat ? Corroborez vos réponses d'explications mathématiques.
4. A l'équilibre, pourquoi le consommateur doit-il opter pour la combinaison se trouvant sur la courbe d'indifférence la plus élevée et tangente à la droite de budget ? Expliquez graphiquement.
5. Pourquoi, dans certains cas, le pouvoir d'achat diminue-t-il même-si le revenu nominal augmente ? Discutez les notions de revenu nominal et de revenu réel.

Exercice 1

Soit $U = 10x^2yz$, la fonction d'utilité d'un consommateur rationnel. Son revenu est fixé à $R = 120$ DA. Les prix respectifs de X, de Y et de Z sont respectivement de 5 DA, 10 DA et 15 DA.

1. Trouvez la valeur de U et les quantités optimales de X, de Y et de Z.
2. Donnez la signification économique du coefficient de Lagrange λ lorsque le consommateur atteint son équilibre.

Exercice 2

La fonction d'utilité d'un consommateur s'écrit : $U = x^2y + 10$ où x et y désignent les quantités consommées des biens X et Y. Les prix respectifs de X et de Y sont de 2 DA et 4 DA. Le revenu du consommateur est de 60 DA.

1. Ecrivez la contrainte budgétaire du consommateur et faites une représentation graphique.
2. Déterminez l'équilibre du consommateur de deux façons différentes. Représentez graphiquement cet équilibre.
3. Quel est le niveau de l'utilité du consommateur ?
4. Le consommateur veut augmenter sa consommation de X d'une demi-unité (0,5) tout en conservant le même niveau d'utilité. Quelle serait, alors, la répercussion sur les quantités de Y ? Sans faire de calculs dites s'il pourrait acquérir ce nouveau panier de biens.
5. Le revenu est multiplié par deux. Ecrivez la nouvelle contrainte budgétaire du consommateur. Représentez-là graphiquement. Quelle remarque en tirez-vous ?
6. Quel est le nouvel équilibre du consommateur ? Quel est son nouveau niveau d'utilité ?
7. Maintenant, c'est au tour des prix de X et de Y d'être multipliés par deux. Déterminez les nouvelles consommations de X et de Y. Que remarquez-vous ?

Exercice 3

On donne le tableau ci-après des combinaisons de biens *X* et *Y* représentant les choix possibles d'un consommateur.

Combinaisons	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
x	1	2	4	6	2	3	5	7	5	6	6	9	9	9	9	14	13	12	14
y	16	16	14	14	11	10	10	9	6	6	7	6	3	4	5	1	2	4	4

1. Supposons que le revenu *R* est égal à 45 DA et que les prix p_x et p_y soient fixés, respectivement, à 4 et 3 DA. Etablissez, alors, la liste des combinaisons de biens que le consommateur puisse acquérir ;
2. Les choix du consommateur face à ces différentes combinaisons (x, y) sont exprimées par les relations :

   D~H~S[2] C~K~O P~M~I L>K L~S G~K~R

   B~F A~E~P F>E O>N J~Q~N~B

   Représentez graphiquement ces différents choix.
3. Combien de courbes d'indifférences les choix ainsi représentés expriment-ils ?

Déterminez le panier qui optimise le choix du consommateur. Quelles sont les quantités *x* et *y* correspondantes ?

[2] Le signe (~) désigne l'équivalence. Ainsi, D~H~S désigne l'égalité des utilités tirées de la consommation des paniers D, H et S. Quant à O>N, cela signifie que l'utilité de O est supérieure à celle de N.

Chapitre 3
La fonction de la demande

1. *Généralités sur la demande*

En général, les économistes relèvent quatre facteurs importants dans la détermination de la demande d'un bien X notée D_x. Cette demande est, donc, dépendante du revenu (R), du prix du même bien X (p_x), du prix des autres biens (p_y) et des goûts du consommateur (G).

$$D_x = f(R, p_x, p_y, G)$$

Comme G est une donnée non mesurable, la demande de X se détermine par rapport aux autres variables. Cependant, on pourrait reconnaitre le goût du consommateur suivant ses tendances de consommation.

Dans la majorité des cas, la fonction de la demande de X est :

- une fonction décroissante du prix de X (demande et prix varient en sens inverse). Cette fonction est appelée par les économistes : la loi de la demande.
- Une fonction croissante du revenu.
- une fonction croissante des prix des autres biens.

Nous verrons plus tard les cas qui échappent à ces conditions.

Les éléments mentionnés ci-dessus constituent les principaux facteurs de détermination de la demande. On recherche, maintenant, à simplifier le problème en privilégiant un facteur variable : le prix du bien considéré, et en admettant que tous les autres facteurs sont constants (*ceteris paribus*). Nous avons, alors, une fonction de demande de la forme :

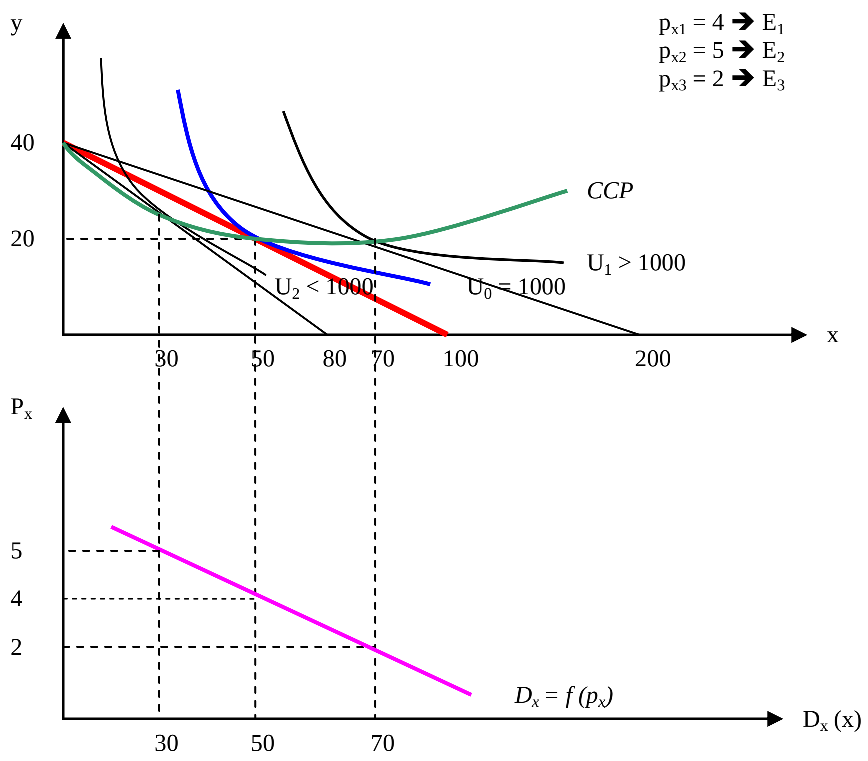
$$D_x = f(p_x)$$

2. *La détermination de la fonction de la demande*

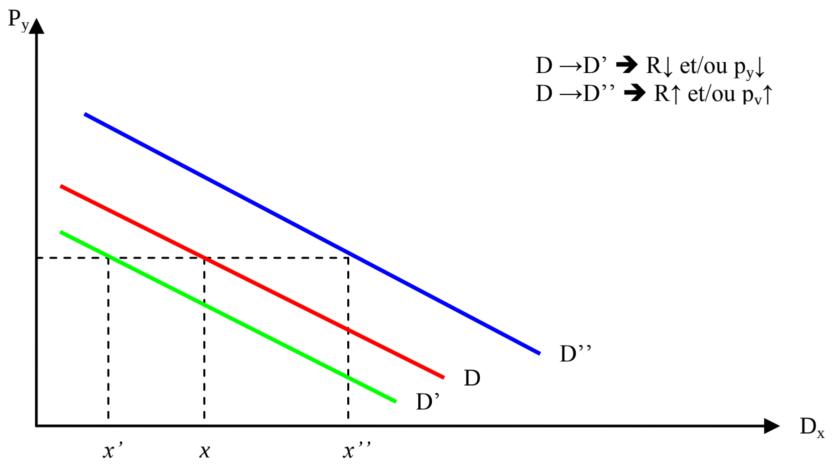
2.1. La détermination géométrique

Nous avons vu dans le chapitre précédent en étudiant l'impact de la variation du prix de X sur l'équilibre du consommateur, que la demande de X dépend inversement du prix de ce même bien.

A partir de la *CCP*, qui détermine, entre autres, les quantités consommées (demandées) de X suite au changement de p_x, la courbe de la demande peut être déduite.



A l'aide de la courbe de la demande, nous pouvons remarquer comment varie le niveau de la demande de X lorsque p_x varie, en tenant compte de la clause *ceteris paribus* ($R = R_0$, $p_y = p_{yo}$). Ainsi, nous pouvons dire qu'un déplacement le long de la courbe signifie une variation des quantités demandées consécutive à la variation du prix du bien, tandis qu'un déplacement de la courbe est consécutif au changement des conditions de la demande (R, p_y).



2.2. La détermination analytique

Un consommateur peut déterminer sa fonction de demande pour un bien donné X à partir de sa fonction d'utilité sous condition de respecter sa contrainte budgétaire.

Ainsi, sachant que :

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R - x \cdot p_x}{p_y}$$

L'intégration de la contrainte budgétaire dans la fonction d'utilité donne :

$$U = f(x, y) = f(x, \frac{R - x \cdot p_x}{p_y})$$

Pour trouver la quantité à demander de *X*, il faut maximiser la fonction d'utilité *X* tel que : $U' = 0$. La fonction de la demande de *X* (D_x) peut, alors ; être déterminée.

Application

Déterminez la fonction de demande de *X* lorsque la fonction d'utilité est de la forme $U = x \cdot y$.

Solution 1

$$U = x \cdot y \qquad R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R - x \cdot p_x}{p_y}$$

$$U = x\frac{R - x \cdot p_x}{p_y} \Rightarrow U = \frac{R \cdot x - x \cdot p_x}{p_y}$$

$$U' = 0 \Rightarrow \frac{R}{p_y} - \frac{2 \cdot x \cdot p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{R}{p_y} = \frac{2 \cdot x \cdot p_x}{p_y} \Rightarrow D_x = \frac{R}{2 \cdot p_x}$$

Solution 2

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot R - \lambda \cdot x \cdot p_x - \lambda \cdot y \cdot p_y$$

$$\begin{cases} L'_x = 0 \Rightarrow y - \lambda \cdot p_x = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{y}{p_x} \\ L'_y = 0 \Rightarrow x - \lambda \cdot p_y = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{x}{p_y} \\ L'_\lambda = 0 \Rightarrow R - x \cdot p_x - y \cdot p_y = 0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \dfrac{y}{p_x} = \dfrac{x}{p_y} \Rightarrow y = \dfrac{x \cdot p_x}{p_y} \cdots (1) \\ \Rightarrow R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \cdots (2) \end{array} \right.$$

Remplaçons (1) dans (2)

$$R = x \cdot p_x + \frac{x \cdot p_x}{p_y} p_y \Rightarrow R = x(2 \cdot p_x) \Rightarrow x = \frac{R}{2 \cdot p_x} \Rightarrow D_x = \frac{R}{2 \cdot p_x}$$

3. *L'élasticité de la demande*

Les variations du prix, du revenu, et des prix des autres biens pourraient avoir un impact, plus ou moins considérable, sur le niveau de la demande. Pour mesurer le degré de cet impact, on dispose d'outils appropriés. En l'occurrence ; l'élasticité de la demande.

3.1. L'élasticité prix de la demande

L'élasticité prix de la demande mesure la sensibilité des consommateurs aux variations de prix d'un bien quelconque. Autrement dit, elle mesure la variation relative de la quantité demandée consécutive à la variation relative de son prix. Ainsi, lorsque $D_x = f(p_x)$, l'élasticité prix e_{D_x/p_x} s'écrit :

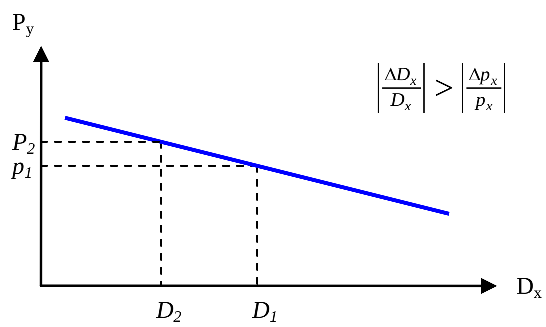
$$e_{D_x/p_x} = \frac{\frac{\Delta D_x}{D_x}}{\frac{\Delta p_x}{p_x}} = \frac{\Delta D_x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{D_x} \Rightarrow e_{D_x/p_x} = \frac{\partial D_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{D_x}$$

L'élasticité de la demande par rapport au prix est généralement négative puisque la demande et le prix varient en sens inverses.

Les types d'élasticité- prix de la demande

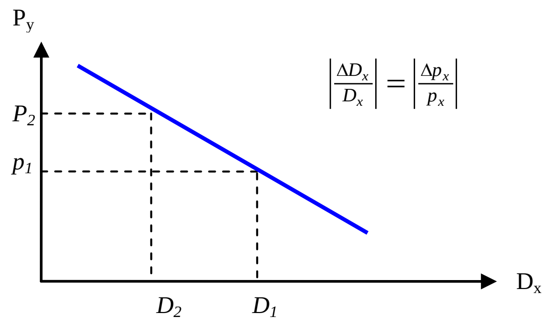
- Demande élastique : $-\infty < e < -1$

La variation de la demande est inversement plus proportionnelle la variation des prix.



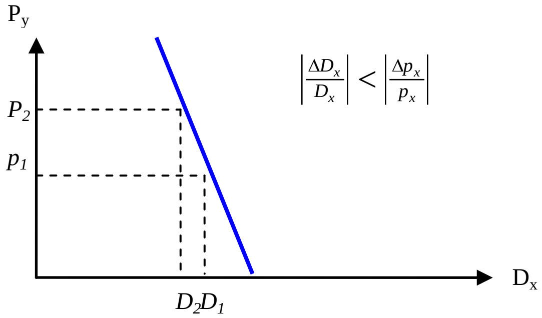
- Demande à élasticité unitaire : $e = -1$

La variation de la demande est inversement proportionnelle à la variation du prix.



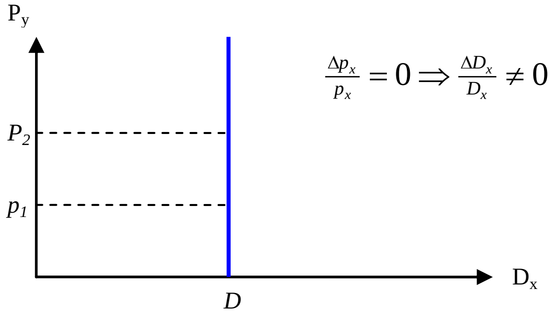
- Demande inélastique : $-1 < e < 0$

La variation de la demande est moins proportionnelle que la variation des prix.



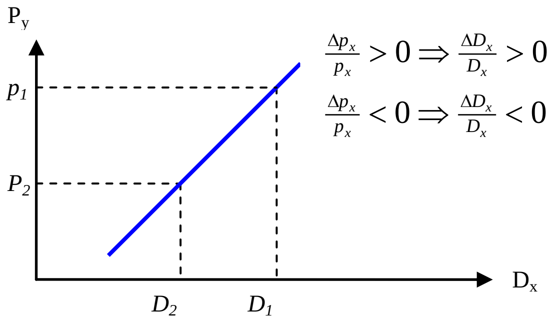
- Demande rigide : $e = 0$

Aucune variation de la demande n'accompagne une modification des prix (sel).



- Demande anormale : $e > 0$

La diminution (augmentation) du prix entraîne une diminution (augmentation) de la demande. D'une autre manière la demande et le prix varient dans le même sens.



Variantes de demande anormale : biens Giffen, effet d'anticipation (pétrole), effet d'ostentation ou Veblen (aristocratie), effet de marque (montres), effet d'imitation (mode).

Application

Soit la fonction de demande suivante : $D_x = \frac{R}{100} - 2 \cdot p_x + p_y$, où $R = 2000$, $p_x = 4$ et $p_y = 2$. On vous demande de calculer l'élasticité-prix de la demande de cette fonction et d'en commenter le résultat lorsque p_x augmente de 10%.

Solution

$$D_x = \frac{2000}{100} - 2 \cdot 4 + 2 = 14$$

$$e_{D_x/p_x} = \frac{\partial D_x}{\partial p_x} \cdot \frac{p_x}{D_x} \Rightarrow e_{D_x/p_x} = -2 \cdot \frac{4}{14} \Rightarrow e_{D_x/p_x} = -0{,}57$$

-1 < - 0,57 < 0 => Demande inélastique.

La hausse du prix de *X* de 1% entraîne la diminution de la demande de *X* de 0,57%.

L'élasticité d'arc :

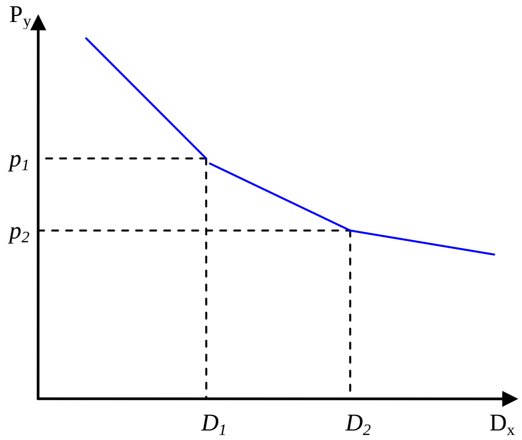
Lorsqu'on connaît l'équation exacte de la fonction de la demande, la mesure de l'élasticité ne pose pas de problème puisque l'on peut facilement calculer la dérivée. On qualifie cette mesure « d'élasticité ponctuelle ». C'est le cas précédent.

Dans bien des cas on ne connaît, empiriquement, que quelques points de la courbe de la demande, d'où la mesure approximative d'une « élasticité d'arc ». Le calcul de l'élasticité entre deux points sur la courbe de la demande dans deux sens différents nous donne des résultats différents. Ainsi, on opte au calcul de la moyenne des prix et des quantités d'origines. L'élasticité d'arc est représentée par la formule et le graphique suivants :

En appliquant le calcul d'élasticité, déjà appris, dans des sens différents, on aura des résultats différents.

$$e_{D_x/p_x} = \frac{\Delta D_x}{\Delta p_x} \cdot \frac{p_x}{D_x} \Rightarrow \frac{D_2 - D_1}{p_2 - p_1} \cdot \frac{p_1}{D_1} \neq \frac{D_1 - D_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{p_2}{D_2}$$

$$e_{d'arc} = \frac{\Delta D / \frac{D_2 + D_1}{2}}{\Delta p / \frac{p_2 + p_1}{2}} = \frac{\Delta D}{\Delta p} \cdot \frac{p_2 + p_1}{D_2 + D_1}$$



3.2. L'élasticité prix croisée de la demande

L'élasticité croisée entre deux biens *X* et *Y* mesure la sensibilité de la demande du bien *X* à une variation du prix du bien *Y*. Autrement dit, elle mesure la variation relative de la demande de *X* induite par la variation relative du prix de *Y*.

$$e_{D_x/p_y} = \frac{\frac{\Delta D_x}{D_x}}{\frac{\Delta p_y}{p_y}} = \frac{\Delta D_x}{\Delta p_y} \cdot \frac{p_y}{D_x} \Rightarrow e_{D_x/p_y} = \frac{\partial D_x}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{D_x}$$

D'une autre façon, l'élasticité croisée mesure la relation d'interdépendance en plusieurs biens.

Les cas de l'élasticité- prix croisée de la demande

- les biens substituables : $e_{D_x/p_y} > 0$

Lorsque la variation de p_y entraîne une variation dans le même sens de D_x (p_y↑ => D_x↑ ou p_y↓ => D_x↓), cela veut dire que la fonction D_x est croissante de p_y. D'une autre façon, les deux biens *X* et *Y* sont des biens substituables. Par exemple : la hausse du prix du beurre entraîne la hausse de la demande de la margarine. L'effet de substitution apparaît bien dans ce cas.

- les biens complémentaires : $e_{D_x/p_y} < 0$

Lorsque la variation de p_y entraîne une variation dans un ses inverse D_x ($p_y\uparrow \Rightarrow D_x\downarrow$ ou $p_y\downarrow \Rightarrow D_x\uparrow$), cela veut dire que la fonction D_x est décroissante de p_y. D'une autre façon, les deux biens X et Y sont des biens complémentaires. Par exemple : la hausse des prix des ordinateurs entraîne la baisse de la demande des logiciels.

- les biens indépendants : $e_{D_x/p_y} = 0$

Lorsque la variation de p_y n'entraîne aucune variation de D_x, cela veut dire que les deux biens X et Y sont indépendants. Par exemple : la hausse ou la baisse du prix du carburant n'entraîne aucune variation de la demande des stylos.

Application

Reprenons le dernier exemple. On vous demande maintenant de calculer l'élasticité-prix croisée de la demande et d'en commenter le résultat.

Solution

$$e_{D_x/p_y} = \frac{\partial D_x}{\partial p_y} \cdot \frac{p_y}{D_x} \Rightarrow e_{D_x/p_y} = 1 \cdot \frac{2}{14} \Rightarrow e_{D_x/p_x} = 0{,}14$$

$0{,}14 > 0 \Rightarrow$ Les deux biens sont substituables.

La hausse du prix de Y de 1% entraîne la hausse de la demande de X de 0,14%.

3.3. L'élasticité-revenu de la demande

L'élasticité-revenu mesure la sensibilité de la demande du bien X consécutive à une variation du revenu. Autrement dit, elle mesure la variation relative de la demande X induite par la variation relative du revenu.

$$e_{D_x/R} = \frac{\frac{\Delta D_x}{D_x}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{\Delta D_x}{\Delta R} \cdot \frac{R}{D_x} \Rightarrow e_{D_x/R} = \frac{\partial D_x}{\partial R} \cdot \frac{R}{D_x}$$

Les cas de l'élasticité-revenu de la demande

- Les biens inférieurs : $e_{D_x/R} < 0$

Lorsque le revenu varie dans un sens, la demande varie dans le sens opposé ($R\uparrow \Rightarrow D_x\downarrow$ ou $R\downarrow \Rightarrow D_x\uparrow$). Par exemple : lorsque le revenu augmente, la demande à l'huile de table diminue pour en consommer à sa place l'huile d'olive.

Une particularité des biens inférieurs est à noter. Il s'agit des biens dit "Giffen". Un bien Giffen est un bien inférieur, qui ne peut être substitué par un autre bien et dont la fraction du revenu allouée à son acquisition devrait être considérable. Pour un pauvre algérien, le pain ou le lait peuvent être classés dans cette catégorie de biens.

- les biens de base : $e_{D_x/R} = 0$

Lorsque le revenu varie et quelle que soit sa variation, la demande ne varie pas ($R\uparrow$ ou $R\downarrow \Rightarrow \Delta D_x = 0$). Par exemple : quelle que soit la variation du revenu, la demande du sel ne change pas.

- les biens normaux (ordinaires, de nécessité) : $0 < e_{D_x/R} \leq 1$

La variation du revenu induit une variation, moins que proportionnelle de la demande dans le même sens. Par exemple : la nourriture.

- Les biens supérieurs (de luxe) : $e_{D_x/R} > 0$

La variation du revenu induit une variation dans le même sens et plus que proportionnelle de la demande. Par exemple : les loisirs.

Remarque : l'effet de revenu et les cas des courbes d'Engel apparaissent bien dans les cas précédents.

Application

Reprenons toujours notre exemple.

On vous demande de calculer l'élasticité-revenu de la demande et d'en commenter le résultat

Solution

$$e_{D_x/R} = \frac{\partial D_x}{\partial R} \cdot \frac{R}{D_x} \Rightarrow e_{D_x/R} = \frac{1}{100} \cdot \frac{2000}{14} \Rightarrow e_{D_x/R} = 1{,}4$$

$1{,}4 > 1 \Rightarrow$ Le bien est supérieur.

La hausse du revenu de 1% provoque une hausse de la demande de 1,4%.

Remarque :

En ne disposant pas de fonction de demande, mais seulement de données discrètes, et l'on veut calculer l'élasticité-croisée ou l'élasticité revenu, ou procède par le calcule des élasticités d'arc.

$$e_{D_x/p_y\ d'arc} = \frac{\Delta D}{\Delta p_y} \cdot \frac{p_{y2} + p_{y1}}{D_{x2} + D_{x1}} \quad , \quad e_{D_x/R\ d'arc} = \frac{\Delta D}{\Delta R} \cdot \frac{R_2 + R_1}{D_{x2} + D_{x1}}$$

Exercices

Questions de cours

7. Deux automobilistes, Hacène et Hocine, s'arrêtent à une station d'essence. Sans regarder le prix, chacun des deux prononce son intention d'achat. Hacène dit : *"Je veux 30 litres d'essence"*. Hocine dit, *"Je veux 300 DA d'essence"*. Quelle est l'élasticité-prix de la demande de chaque automobiliste?
8. Dites pourquoi les demandes du tabac, de l'alcool et de la drogue peuvent-être très inélastiques tandis que les demandes du jus et de la viande peuvent-être très élastiques.
9. Comment expliquez-vous, d'une part, la demande qui reste constante de la semoule et de l'huile et, d'autre part, la demande des bûches du réveillon et des Zellabya qui augmente malgré l'augmentation des prix des quatre biens ?
10. Dans une ***société rationnelle***, lequel des biens suivants, à votre avis (en tant qu'apprenti économiste), aurait une demande plus élastique par rapport au prix, à l'intérieur de chaque paire ?
    - CD de musique ***ou*** CD éducatifs ;
    - Lait ***ou*** Kinder surprise
    - Manuels universitaires ***ou*** magazines people ;
    - Moutons de l'Aïd à 25 000 DA/u ***ou*** 14 cigarettes/jour à 5 DA/u ;
    - Jeans dits "déchirés" ou "gommés" à 2 000 DA/u ***ou*** jeans "normaux" à 1 000 DA/u.

Exercice 1

Soit le tableau ci-après qui met en relation le prix du baril de pétrole brut (Brent) en dollar et la demande mondiale de la matière (pétrole) en tonnes.

	1971	**1975**	**1979**	**1983**	**1987**	**1991**	**1995**	**1999**	**2003**	**2006**	**2007**	**2008**
Prix	2,2	11,5	30,0	28,8	18,3	20,0	17,0	18,0	28,8	67,1	72,4	97,26
Demande	2375	2676	3104	2762	2946	3134	3246	3485	3636	3889	3953	3928

Source : Construit à partir des données de l'AIE et de Britsh Petroleum.

1. Calculez les élasticités-prix de la demande d'année en année.
2. Que remarquez-vous ?

Exercice 2

Soit la fonction d'utilité suivante : $U = xy + 2x$ où R = 20, p_x = 4 et p_y = 2.

1. Déduisez les fonctions de demandes D_x et D_y .
2. Calculez, pour chaque fonction obtenue, l'élasticité-prix, l'élasticité-croisée et l'élasticité-revenu de la demande puis commentez vos résultats.
3. Tracer, sur un même plan, la courbe de la demande de X lorsque : a) R = 20 ; b) R = 30 ; c) R = 15. Commentez.

Exercice 3

Un consommateur, disposant d'un revenu (R) de 5000 DA, consomme trois biens : X, Y et Z ; dont les prix respectifs sont : p_x = 4 DA, p_y = 5 DA et p_z = 2 DA. Les fonctions de demandes exprimées pour ces biens se formulent de la manière suivante :

$$D_x = 70 - R/500 - 10p_x + 5p_z \;; \qquad D_y = 120 + R/125 - 8p_y + 8p_x \;;$$

$$D_z = 90 + R/100 - 9p_z + 4p_x$$

4. Quel est le niveau d'utilité optimal ?
5. Le bien *Z* est-il un bien inférieur, un bien normal ou un bien supérieur ? Quelle serait la quantité à demander de *Z* lorsque le revenu augmente de 20% ?
6. Quelle est la nature de la demande du bien *Y* ? Si le prix de *Y* diminue de 50%, quelle serait la répercussion sur la demande de ce même bien ?
7. Qu'advient-il de la demande du bien *X* si le prix du bien *Z* augmente de 100% ?

Chapitre 4
La fonction de production

1. *Les facteurs de production*

La fonction de production est l'expression mathématique qui met en relation les quantités des facteurs de production engagées et les quantités de produits obtenues.

Le processus de production se matérialise par un output (extrant) qui est mis sur le marché. Cette production n'a été possible que par la combinaison d'un certain nombre d'inputs (intrant) : matières premières, terre, machines, travail humain, … etc.

La théorie néoclassique tend à ramener l'ensemble des inputs à deux catégories fondamentales de facteurs de production : le travail (noté *L*) et le capital (noté *K*). Le facteur travail englobe les inputs qui disparaissent dans le processus de production (matières premières, heures de travail, …), alors que le facteur capital (usine, machines, moyen de transport, …) réunit les inputs pouvant être utilisés durant plusieurs processus de productions.

Le problème du producteur consiste alors à choisir la meilleure combinaison des facteurs (*K* et *L*) lui permettant de produire au moindre coût, et par conséquent maximiser le profit qui constitue son objectif ultime.

2. *La fonction de production de courte période*

Une fonction de production est dite de courte période lorsque la capacité de production, représentée par le facteur capital, reste inchangée, quel que soit le niveau de la production. La quantité du facteur travail, quant à elle, varie en fonction du volume de production. Ainsi, le facteur *K* constitue le facteur fixe tandis que le facteur *L* constitue le facteur variable.

2.1. La productivité physique totale

La productivité physique totale d'un facteur est la quantité (*p*) du bien (*P*) qui peut être obtenue en combinant une quantité variable (*l*) du facteur (*L*) avec une quantité fixe (k_0) du facteur (*K*). Elle est notée :

$$p = f(l, k_0)$$

2.2. La productivité physique moyenne

La productivité moyenne (*PM*) du facteur *L* est la quantité moyenne produite par une seule unité du facteur *L*. D'une autre manière, c'est le rapport entre la quantité produite et la quantité du facteur *L*. Elle est notée :

$$PM_l = \frac{p}{l} = \frac{f(l,k_0)}{l}$$

2.3. La productivité physique marginale

La productivité marginale (*pmg*) du facteur *L* est la variation de la production totale provoquée par la variation unitaire du facteur considéré. Si l'on admet que la fonction de production est continue et dérivable sur son intervalle de définition, on peut utiliser l'écriture différentielle pour définir *Pmg*.

$$pmg_l = \lim_{\Delta l \mapsto 0} \frac{\Delta p}{\Delta l} \Rightarrow pmg_l = \frac{\partial p}{\partial l} = f_l'(l,k_0)$$

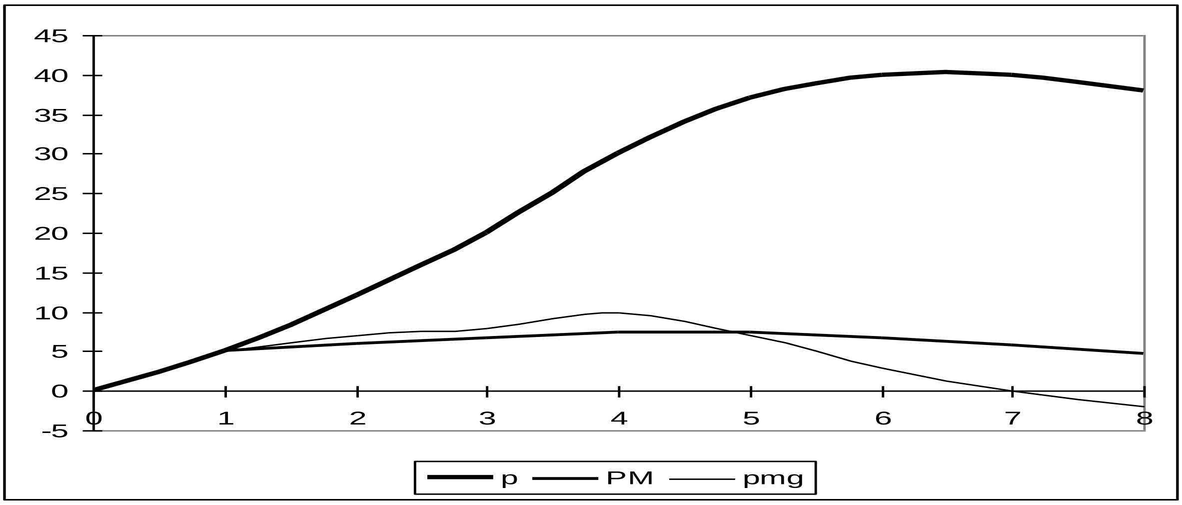
Application

Soit le tableau suivant. Calculer *PM* et *pmg* puis représentez graphiquement *p*, *PM* et *pmg*.

Facteur L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Production p	0	5	12	20	30	37	40	40	38

Solution

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p	0	5	12	20	30	37	40	40	38
PM	-	5	6	6,6	7,5	7,4	6,6	5,7	4,7
pmg	-	5	7	8	10	7	3	0	-2



Remarques

- Le maximum de *pmg* correspond au point d'inflexion de *p*. En effet le maximum de *pmg* est obtenu lorsque la dérivée de *pmg* s'annule. Mais on sait que $pmg' = 0 \Leftrightarrow p'' = 0$. Or, l'annulation de la seconde dérivée de *p* donne le point d'inflexion de celle-ci.
- *pmg* coupe *PM* en son maximum. *PM* admet un maximum lorsque la dérivée de celle-ci s'annule. On sait que :

$$PM = \frac{p}{l}$$

$$PM' = \left(\frac{p}{l}\right)' = 0 \Rightarrow \frac{p'l - pl'}{l^2} = 0 \Rightarrow p'l = pl' \Rightarrow p' = \frac{p}{l} \Leftrightarrow pmg = PM \qquad CQFD$$

- La phase ascendante de *pmg* correspond à la phase où *p* augmente plus que proportionnellement aux adjonctions des unités de *L*. Elle est appelée *« la phase de la productivité marginale croissante ou phase des rendements marginaux croissants ».*
- La phase descendante de *pmg* avant l'annulation de celle-ci correspond à la phase ou *p* augmente moins que proportionnellement aux adjonctions des unités de *L*. Elle est appelée *« phase de la productivité marginale décroissante ou phase des rendements marginaux décroissants ». C'*est la phase estimée du producteur.
- Le maximum de *p* correspond à l'annulation de *pmg*. *p* admet un maximum lorsque la dérivée de celle-ci s'annule : $p' = 0$. Mais on sait que p' n'est que *pmg*. Donc, l'annulation de *pmg* correspond au maximum de *p*.

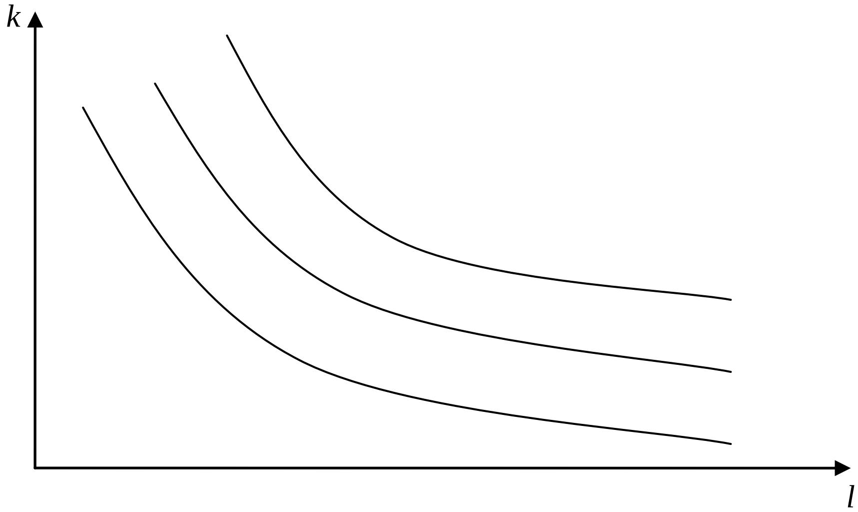
3. La fonction de production de longue période

Une fonction de production est dite de longue période, lorsque tous les facteurs de production (capital et travail) sont variables. Elle est notée :

$$p = f(k,l)$$

3.1. La courbe d'isoproduit

La courbe d'isoproduit (ou isoquant) est le lieu géométrique de toutes les combinaisons (*k*, *l*) qui offrent au producteur un même niveau de production (p_0). Une telle fonction (courbe) admet nécessairement, selon l'hypothèse néoclassique, une substitution toujours possible entre le capital et le travail.



Remarques : Les courbes d'isoproduit possèdent les mêmes propriétés que celles des courbes d'indifférence.

3.2. Le taux marginal de substitution technique

Le taux marginal se substitution technique (*TMST*) exprime la quantité d'un facteur de production à laquelle le producteur doit renoncer pour la compenser par une autre quantité de l'autre facteur de production tout en conservant le même niveau de production.

Comme le *TMS*, nous allons démontrer que le *TMST* est égal au rapport des productivités marginales des deux facteurs.

Soit une fonction de production de la forme : $p = f(k,l)$. La différentielle totale de cette fonction est :

$$dp = \frac{\partial p}{\partial k} \cdot dk + \frac{\partial p}{\partial l} \cdot dl = pmg_k \cdot dk + pmg_l \cdot dl$$

$$Si \quad dp = 0 \Rightarrow pmg_k \cdot dk + pmg_l \cdot dl = 0$$

$$\Rightarrow pmg_k \cdot dk = -pmg_l \cdot dl$$

$$\Rightarrow TMST_{k\grave{a}l} = \frac{pmg_k}{pmg_l} = \frac{-dl}{dk}$$

$$Par\ d\acute{e}duction\ TMST_{l\grave{a}k} = \frac{pmg_l}{pmg_k} = \frac{-dl}{dk}$$

Application

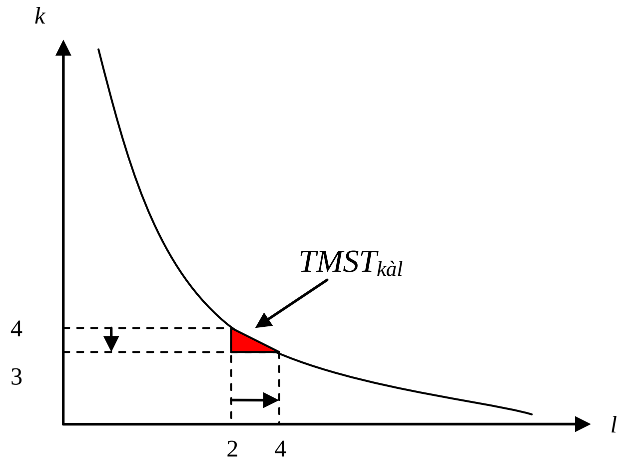
Soit une fonction de production de la forme : $p = 4kl$. Les quantités respectives employées des deux facteurs *K* et *L* sont de 2 et 4.

Calculez la valeur du $TMST_{k\grave{a}l}$. Commentez le résultat puis donnez-en une représentation graphique.

Solution

$$TMST_{kàl} = \frac{pmg_k}{pmg_l} = \frac{4l}{4k} = \frac{4}{2} = 2\,.$$

Afin que le producteur puisse garder son niveau de production, lorsqu'il augmente sa capacité de production capitalistique d'une unité, il doit renoncer à deux unités de travail.



3.3. L'équilibre de producteur

Semblablement au consommateur devant tenir compte de la contrainte composée du revenu et des prix des biens lorsqu'il veut maximiser sa satisfaction, le producteur doit tenir compte de la contrainte composée du budget (*B*) dont il dispose et des prix des facteurs *K* et *L* qu'il emploie (p_k et p_l, respectivement).

3.3.1. La détermination analytique

La résolution du problème du producteur suit la même logique que celle déjà vue lors de l'étude de la théorie du consommateur. Il doit alors chercher la courbe d'isoproduit qui est tangente à la droite du budget (appelée droite d'isocoût). Ainsi, le problème du producteur s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} Max \quad p = f(k,l) \\ s/c \quad B = k\,p_k + l\,p_l \end{cases}$$

Afin de déterminer, maintenant, les quantités optimales de *K* et *L*, on peut faire appel à la méthode la plus usuelle. En l'occurrence, la méthode de Lagrange.

Application

Soit la fonction de production suivante : $p = 4kl$. B = 100, p_k = 5 et p_l = 10. Calculer les quantités de *K* et *L*.

Solution

$$\begin{cases} Max \quad p = 4kl \\ s/c \quad 100 = 5k + 10l \end{cases}$$

$$L = 4kl + 100\lambda - 5k\lambda - 10l\lambda$$

$$\left\{\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\frac{\partial p}{\partial k}=4l-5\lambda=0\\ \frac{\partial p}{\partial l}=4k-10\lambda=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}4l=5\lambda\\ 4k=10\lambda\end{array}\right\}\Rightarrow k=2l\\ \frac{\partial p}{\partial \lambda}=100-5k-10l\Rightarrow 100=5k+10l\end{array}\right\}\Rightarrow p=200, k=10, l=5$$

3.3.2. La détermination géométrique

L'équilibre du producteur est établi lors de la tangence de la droite de budget avec la courbe d'isoproduit.

A partir de l'équation du budget nous pouvons déduire :

$$B=k\,p_k+l\,p_l\Rightarrow k=\frac{B-l\,p_l}{p_k}$$

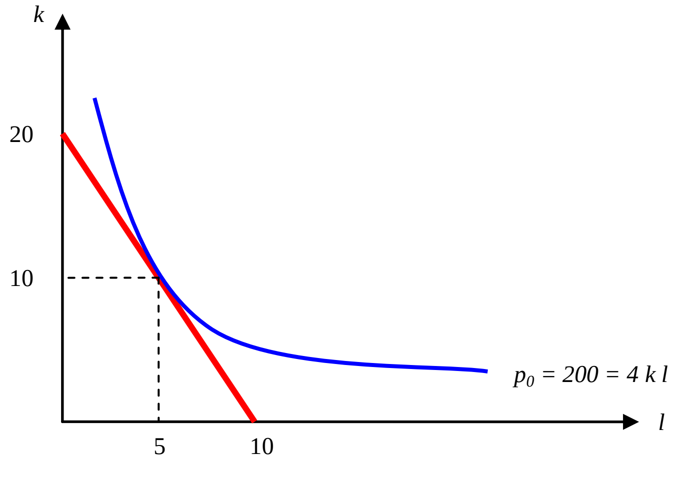
Ainsi, l'équation de la droite de budget est de la forme :

$$k=\frac{100-2l}{5}\Rightarrow k=20-\frac{l}{2}$$

L'équation de la courbe d'isoproduit peut être déduite à partir de la fonction de production avec un niveau de production p_0 donné.

$$p_0=4kl\Rightarrow k=\frac{p_0}{4l}$$

On peut alors écrire : $k=\dfrac{200}{4l}$



3.3.3. *Le sentier d'expansion de l'entreprise*

En joignant les différents points d'équilibre du producteur, on obtient une courbe qui a comme origine l'origine des axes (k et l) ; correspondant à un niveau de production nul. Cette courbe exprime la manière dont varie le niveau de la performance de l'entreprise lorsque le budget du producteur varie. Au fur et à mesure que l'entreprise grandit, la courbe s'éloigne de l'origine des axes, ce qui correspond à des quantités de facteurs importantes. Pour cette raison, elle est appelée le sentier d'expansion de l'entreprise.

Afin de tracer la courbe du sentier d'expansion de l'entreprise, on doit déterminer une équation qui est de la forme $k = f(l)$.

$$\left.\begin{array}{l} L'_k = p'_k - \lambda p_k = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{pmg_k}{p_k} \\ L'_l = p'_l - \lambda p_l = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{pmg_l}{p_l} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{pmg_k}{p_k} = \frac{pmg_l}{p_l} \Rightarrow \frac{pmg_k}{pmg_l} = \frac{p_k}{p_l} \Leftrightarrow TMST_{kàl} = \frac{p_k}{p_l}$$

A l'équilibre, le rapport des productivités marginales est égal au rapport des prix. D'une autre manière le *TMST* est égal au rapport des prix. A partir de cette égalité, on peut déterminer la fonction $k = f(l)$.

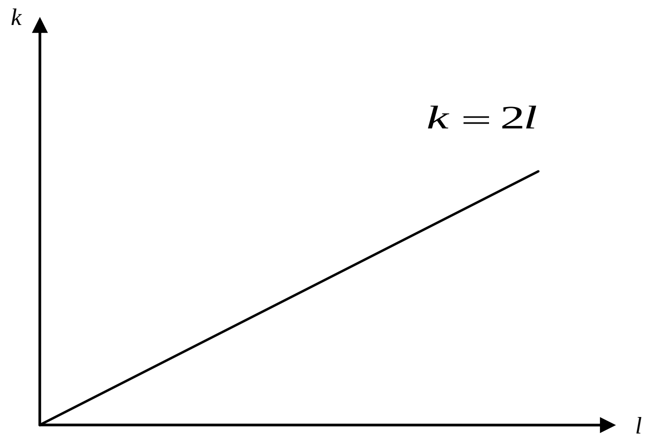
Application

Reprenant l'exemple précédent. On vous demande de déterminer l'équation du sentier d'expansion et de représenter celle-ci graphiquement.

Solution

$p = 4kl$, $p_k = 5$ et $p_l = 10$.

$$TMST_{kàl} = \frac{p_k}{p_l} \Rightarrow \frac{pmg_k}{pmg_l} = \frac{p_k}{p_l} \Rightarrow \frac{4l}{4k} = \frac{10}{5} \Rightarrow k = 2l$$



3.4. Les fonctions de production homogènes

3.4.1. Généralités

Mathématiquement, on dit qu'une fonction est homogène de degré λ si, pour tout $a > 1$, la fonction est multipliée par a^{λ} lorsque chacune des variables est multipliée par a.

Ainsi, si l'on a une fonction de production de la forme $f(k,l)$, il faut donc avoir pour tout $f(ak,al) = a^{\lambda} f(k,l)$.

Application

Soit la fonction de production suivante : $p = f(k,l) = l^2 + 4lk + 3k^2$. Cette fonction est-elle homogène ?

Solution

$$f(ak,al) = (al)^2 + 4(al)(ak) + 3(ak)^2 \Rightarrow a^2 l^2 + 4\,a\,l\,a\,k + 3a^2k^2$$
$$\Rightarrow f(ak,al) = a^2\left(l^2 + 4lk + 3k^2\right) \Rightarrow f(ak,al) = a^2 \cdot p$$

Nous avons donc, une fonction homogène de degré $\lambda = 2$. Sur le plan économique, cela signifie que la production est quadruplée ($(2)^2 = 4$) chaque fois que l'on double les quantités des deux facteurs. La production augmente donc plus que proportionnellement aux nouvelles adjonctions des facteurs.

3.4.2. Les rendements d'échelle

La fonction de production homogène présentera des rendements d'échelle dont la nature sera déterminée par la valeur du degré d'homogénéité. Les rendements d'échelle seront de même nature en tout point de la surface de production.

Ainsi, si $f(ak,al) = a^{\lambda} f(k,l)$, on a pour :

- $\lambda = 1$, les rendements d'échelle sont constants ;
- $\lambda > 1$, les rendements d'échelle sont croissants ;
- $\lambda < 1$, les rendements d'échelle sont décroissants.

3.4.3. Les propriétés des fonctions de production homogènes

Propriété 1

Les dérivées premières (ou les productivités marginales) d'une fonction homogène de degré λ sont des fonctions homogènes de degré $\lambda - 1$.

Reprenons l'exemple $p = f(k,l) = l^2 + 4lk + 3k^2$

$$\begin{cases} f_l'(k,l) = 2l + 4k \\ f_k'(k,l) = 6k + 4l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_l'(ak,al) = 2al + 4ak = a(2l + 4k) \\ f_k'(ak,al) = 6ak + 4al = a(6k + 4l) \end{cases}$$

Les dérivées premières sont bien des fonctions homogènes de degré $\lambda = 2 - 1 = 1$.

Propriété 2

Les fonctions homogènes satisfont à l'identité d'Euler.

L'identité d'Euler s'écrit :

$$l\ f_l'(l,k) + k\ f_k'(l,k) = \lambda\ f(l,k) \Leftrightarrow l\ pmg_l + k\ pmg_k = \lambda\ p$$

Où λ est le degré d'homogénéité de la fonction.

Reprenons l'exemple précédent puis écrivons :

$$\begin{aligned} l\underbrace{(2l + 4k)}_{pmg_l} + k\underbrace{(6k + 4l)}_{pmg_k} &= 2l^2 + 4kl + 6k^2 + 4lk \\ &= 2l^2 + 8kl + 6k^2 \\ &= 2(l^2 + 4kl + 3k^2) \\ &= 2\ f(l,k) \end{aligned}$$

$$l\ pmg_l + k\ pmg_k = 2\ p$$

3.4.4. La fonction de production Cobb-Douglas

Une fonction de production fort utilisée dans l'analyse économique est la fonction Cobb-Douglas, qui s'écrit comme suit :

$$p = Ak^{\alpha}l^{\beta} \text{ avec } \beta = 1 - \alpha$$

Où *p* est la production, *k* est la quantité de capital, *l* est la quantité de travail, *a* est un coefficient de dimension caractéristique de l'économie considérée, *α* et *β* des réels positifs compris entre 0 et 1.

La fonction Cobb-Douglas est homogène de degré 1. Pour démontrer, nous avons :

$$\begin{aligned} A(ak)^{\alpha}(al)^{1-\alpha} &= Aa^{\alpha}k^{\alpha}a^{1-\alpha}l^{1-\alpha} \\ &= a^{\alpha+1-\alpha}\left(Ak^{\alpha}l^{1-\alpha}\right) = a\ p \end{aligned}$$

Cette fonction de production (de degré $\lambda = 1$) présente des rendements d'échelle constants.

Vérifions les propriétés des fonctions homogènes dans la fonction Cobb-Douglas.

Propriété 1

$$\begin{cases} f_k' = A\alpha\, k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} \\ f_l' = A k^{\alpha}(1-\alpha) l^{1-\alpha-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_k'(ak, al) = A\alpha\,(a\,k)^{\alpha-1}(a\,l)^{1-\alpha} = A\alpha\, a^{\alpha-1}\, k^{\alpha-1}\, a^{1-\alpha} l^{1-\alpha} = a^{\alpha-1+1-\alpha}\left(A\alpha\, k^{\alpha-1} l^{1-\alpha}\right) = a^0\, f_k' \\ f_l'(ak, al) = A(a\,k)^{\alpha}(1-\alpha)(a\,l)^{-\alpha} = A a^{\alpha}\, k^{\alpha}\,(1-\alpha) a^{-\alpha} l^{-\alpha} = a^{\alpha-\alpha}\left(A k^{\alpha}(1-\alpha) l^{-\alpha}\right) = a^0\, f_l' \end{cases}$$

Propriété 2

$$\begin{aligned} k\, f_k' + l\, f_l' &= k\left(A\alpha\, k^{\alpha-1} l^{1-\alpha}\right) + l\left(A k^{\alpha}(1-\alpha) l^{-\alpha}\right) \\ &= A\alpha\, k^{\alpha-1+1} l^{1-\alpha} + A k^{\alpha}(1-\alpha) l^{-\alpha+1} \\ &= \alpha + 1 - \alpha\left(A k^{\alpha} l^{1-\alpha}\right) \\ &= 1\left(A k^{\alpha} l^{1-\alpha}\right) \\ &= 1\, p \end{aligned}$$

Exercices

Questions de cours

- Quelle est la pente de la fonction de production en un point donné ?
- La notion de *"rendement à l'hectare"* utilisée en agriculture est assimilée à : *p, PM* ou *pmg* ?
- Que signifie un déplacement le long des courbes d'isoproduit et d'isocoût et un déplacement en haut et en bas des mêmes courbes ?
- Que retrace la courbe du sentier d'expansion de l'entreprise ?
- Dites pourquoi la phase de la *pmg* décroissante est préférable à celle de la *pmg* croissante ?

Exercice 1

Si Saïd exploite une forge produisant des serpettes. Le nombre de serpettes qu'il peut produire chaque jour dépend du nombre d'ouvriers qu'il emploie comme l'indique le tableau suivant :

Nombre d'ouvriers	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de pioches	0	6	12	20	26	30	32	32	30

1. Tracez les courbes de *p*, *PM* et *pmg*.
2. Qu'allez-vous conseiller à Si Saïd face à une *pmg* positive, nulle et négative ?
3. Montrez que :
   - le maximum de ***p*** correspond à l'annulation de ***pmg*** ;
   - le point d'inflexion de ***p*** correspond au maximum de ***pmg*** ;
   - la décroissance de ***p*** correspond à une ***pmg*** négative ;
   - la courbe de ***pmg*** coupe la courbe de ***PM*** en son maximum.

Exercice 2

La production qui dépend de deux facteurs de production *K* et *L* est exprimée par la fonction suivante :

$$p = 10kl^2 - (kl)^3$$

Supposons que $k = 2$,

1. Quelle est la valeur de *L* qui assure une production totale maximum ? Commentez.
2. Quelle est la valeur de *L* qui marque le ralentissement de la production ? Commentez.
3. Quel est le volume de *p* où la production augmente-elle à un taux décroissant ? Commentez.
4. La fonction *p* est-elle une fonction homogène ? Si oui, quelle est la nature des rendements d'échelle ?

Exercice 3

Le propriétaire d'un atelier de confection de pantalons fait appel à un économiste pour estimer sa fonction de production. Ce dernier a suggéré la relation suivante : $p = 2k^2 - 4kl + 5l^2$. Où *k* et *l* représentent les quantités des facteurs utilisés de capital et de travail pour la production. Les facteurs K et L sont acquis aux prix respectifs $p_k = 80$ et $p_l = 40$.

1. Le producteur dispose d'un budget $B = 6000$ pour une production qui devrait lui couvrir ses coûts. Déterminez, algébriquement puis graphiquement, la technique de production optimale que le producteur doit adopter.
2. Déterminez l'équation du sentier d'expansion de l'entreprise. Représentez, sur le graphique précédent, cette dernière. En tenant compte de la clause *ceteris paribus*, déduisez les nouvelles techniques de production pour $B = 4000$ et $B = 8000$.
3. Quel est le taux de variation de la production si le producteur décide d'augmenter de 20% la quantité de K ?
4. Suite aux pannes de deux unités de K, le producteur doit garder le même niveau de production. Quelle est la nouvelle technique de production que le producteur doit adopter.
5. Le producteur veut doubler sa capacité de production factorielle. Quelle serait la conséquence sur la fonction *p*.

Exercice 4

Soit la fonction de production suivante : $p = k^{\theta} l^{0.5}$. Où θ est une constante telle que : $0 < \theta < 1$.

1. On pose $p = k = l = p_0$. Calculez la valeur de θ. Donnez alors la signification économique de θ.
2. Déterminez le taux de variation du niveau de production lorsque *l* augmente de 10%.

Chapitre 5
Les coûts de production

1. *Les coûts de production de courte période*

En courte période, nous retenons en matière de coûts des éléments fixes et des éléments variables.

1.1. Les fonctions de coûts
1.1.1. Le coût variable

Les coûts variables (*CV*) dépendant du niveau de la production et couvrent les dépensent du facteur variable *L*. La fonction du coût variable est notée :

$$CV = f(p)$$

1.1.2. Le coût fixe

Les coûts fixes (*CF*) sont, au contraire, indépendants du niveau de la production. Ils couvrent les dépenses du facteur fixe *K* et doivent, par conséquent, être supportés en tout état de cause. La fonction du coût variable est notée :

$$CF = CF_0$$

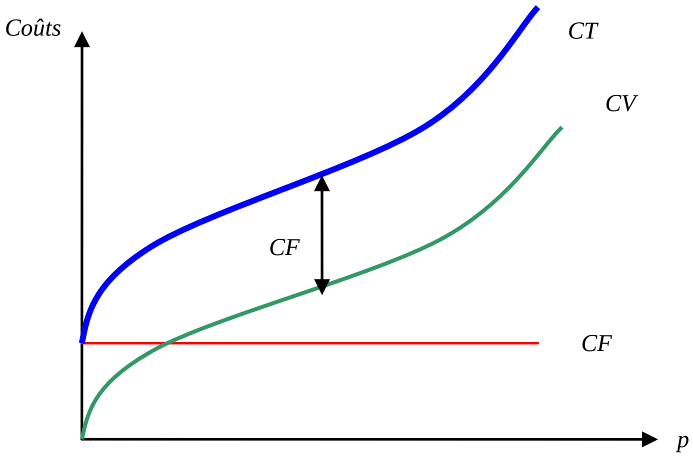
1.1.3. Le coût total

Le coût total (*CT*) est obtenu en additionnant les coûts variables et les coûts fixes. La fonction du coût total est notée :

$$CT = f(p) = CV(p) + CF_0$$
$$CT = CV + CF$$

1.1.4. Représentation graphique

Suivant les équations de coûts précédente, il aisément facile de comprendre les allures des différentes courbes ci-dessous.



1.2. La géométrie des coûts

1.2.1. Le coût variable moyen

Le coût variable moyen (*CVM*) est le coût variable de production par unité d'output. Il est noté :

$$CVM = \frac{CV}{p}$$

1.2.2. Le coût fixe moyen

Le coût fixe moyen (*CFM*) est le coût fixe de production par unité d'output. Il est noté :

$$CFM = \frac{CF}{p}$$

1.2.3. Le coût total moyen

Le coût total moyen (ou coût moyen) (*CM*) est le coût total de production par unité d'output. Il est noté :

$$\begin{aligned} CM &= \frac{CT}{p} \\ &= \frac{CV + CF}{p} = CVM + CFM \end{aligned}$$

1.2.4. Le coût marginal

Le coût marginal (*Cmg*) mesure la variation du coût total induite par une variation unitaire de la production. Il est noté :

$$Cmg = \lim_{\Delta p \mapsto 0} \frac{\Delta CT}{\Delta p} \Rightarrow Cmg = \frac{\partial CT}{\partial p}$$

Application

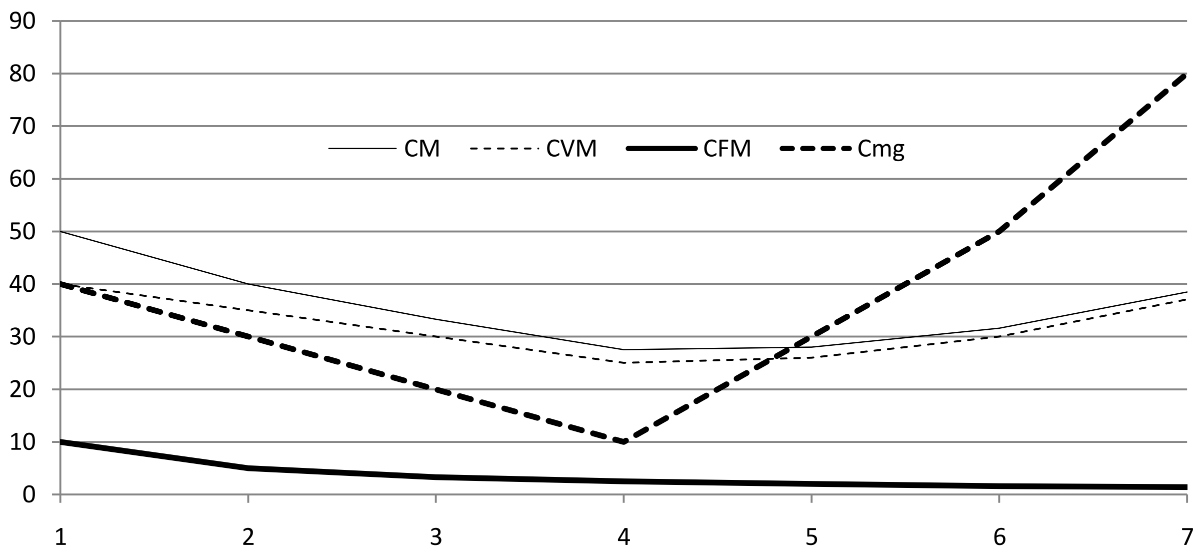
Soit le tableau suivant mettant en valeur les coûts fixes et les coûts variables de production d'un produit *P*.

On vous demande de calculer *CT*, *CM*, *CVM*, *CFM*, et *Cmg*. Puis de représenter graphiquement *CM*, *CVM*, *CFM* et *Cmg*.

p	0	1	2	3	4	5	6	7
CF	10	10	10	10	10	10	10	10
CV	0	40	70	90	100	130	180	260

Solution

p	0	1	2	3	4	5	6	7
CF	10	10	10	10	10	10	10	10
CV	0	40	70	90	100	130	180	260
CT	10	50	80	100	110	140	190	270
CM	-	50	40	33.3	27.5	28	31.6	38.5
CVM	-	40	35	30	25	26	30	37.1
CFM	-	10	5	3.3	2.5	2	1.6	1.4
Cmg	-	40	30	20	10	30	50	80



Remarque

1. D'un côté, de plus en plus que la production tend vers zéro, le *CFM* tend vers +∞ ; suite à la sous-utilisation du facteur fixe. De l'autre côté, de plus en plus que la production tend vers +∞, le CFM tend vers zéro ; suite à la sur-utilisation du facteur considéré. Ainsi, la courbe de *CFM* aura la forme d'une hyperbole équilatérale.
2. Nous remarquons que de plus en plus que *p* tend vers +∞, le *CFM* tend vers zéro et le *CM* tend vers *CVM*.

$$p \mapsto +\infty \Rightarrow \begin{cases} CFM \mapsto 0 \\ CM \mapsto CVM \end{cases}$$

3. Le *CM* et le *CVM* diminuent d'abord jusqu'à un minimum suite à l'organisation plus efficace de l'échelle de production. Ensuite ils augmentent car ils finiront par peser lourd sur le processus de production (facteur fixe insuffisant). Ainsi, les courbes du *CM* et du *CVM* auront une forme en U.
4. Le *Cmg* et le *CVM* sont égaux pour la première unité produite.
5. La courbe de *Cmg* coupe les courbes de *CM* et de *CVM* en leurs points minimums. En effet, la fonction du *CM* s'écrit :

$$CM = \frac{CT}{p}$$

$$Min\ CM \Rightarrow CM' = \left(\frac{CT}{p}\right)' = 0$$

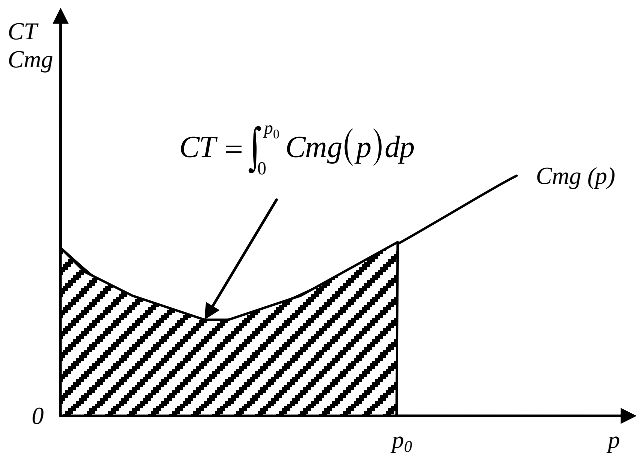
$$\Rightarrow \frac{CT'\,p - CT\,p'}{p^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{CT'\,p}{p^2} = \frac{CT}{p^2}$$

$$\Rightarrow CT = \frac{CT}{p} \Leftrightarrow Cmg = CM \Rightarrow CQFD$$

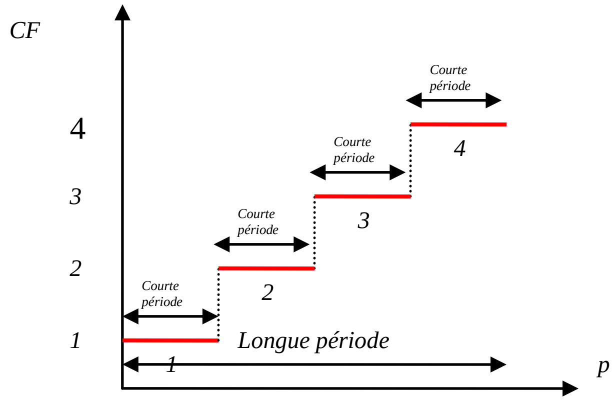
De façon générale, le producteur a intérêt à croître sa production jusqu'à un point optimum afin de minimiser les *CF* et réaliser des économies d'échelle. Le cas contraire, conduit le producteur à réaliser des déséconomies d'échelle.

- $Cmg = \frac{\partial CT}{\partial p} \Rightarrow CT = \int_0^{p_0} Cmg(p)dp$



2. les coûts de production de longue période

En longue période, on admet que tous les facteurs (capital et travail) peuvent varier. L'entreprise entre donc dans la longue période, au moment ou le facteur fixe en courte période varie.



2.1. La géométrie des coûts

2.1.1. Le coût total

Le coût total (*CT*) est la dépense totale du producteur pour l'acquisition de ses facteurs de production. La fonction du coût total dépend entièrement du volume de production. Elle est notée :

$$CT = f(p)$$

2.1.2. Le coût moyen

Le coût moyen (*CM*) est le coût de production supporté pour produire une unité de l'output. Il est noté :

$$CM = \frac{CT}{p}$$

2.1.3. Le coût marginal

Le *Cmg* est le coût supplémentaire engendré par la production de la dernière unité de l'output. Il est noté :

$$Cmg = \lim_{\Delta p \mapsto 0} \frac{\Delta CT}{\Delta p} \Rightarrow Cmg = \frac{\partial CT}{\partial p}$$

Application

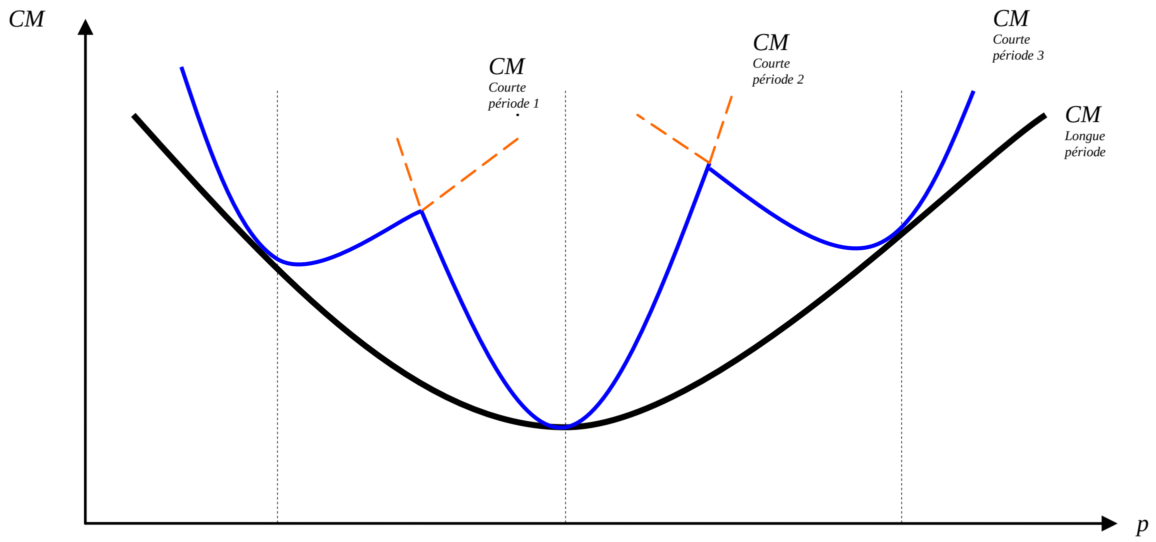
Soit la fonction de long terme suivante : $CT = p^3 - 4p^2 + 9p$. On vous demande de calculer *CM* et *Cmg*.

Solution

$$CM = \frac{CT}{p} = \frac{p^3 - 4p^2 + 9p}{p} \Rightarrow CM = p^2 - 4p + 9$$

$$Cmg = \frac{\partial CT}{\partial p} = \left(p^3 - 4p^2 + 9p\right)' \Rightarrow Cmg = 3p^2 - 8p + 9$$

2.2. Les courbes de coûts moyens



- La courbe du coût moyen de longue période est la « courbe enveloppe inférieure » des courbes de coûts moyens de courte période. Elle a une forme en U.
- Les coûts moyens de courte période sont toujours supérieurs ou égaux aux coûts moyens de longue période. Ceci, en raison de l'organisation plus efficace du processus de production en longue période.
- Le producteur réalise des économies d'échelle dans la phase descendante de la courbe de *CM*, des déséconomies d'échelle dans la phase ascendante de la courbe du *CM* et un moindre coût moyen au minimum de la courbe. Ce qui explique la forme en U de la courbe du *CM*.

  - Les économies d'échelle sont les réductions de coûts unitaires que permet une augmentation de la taille des installations de production (c'est donc la dimension ou encore « l'échelle » de production qui est en cause).
  - Les déséconomies d'échelle sont les augmentations de coûts unitaires qu'engendre la sur-utilisation et /ou la non maitrise des installations de production. (Modèle algérien des années 70 et la restructuration des 80).

2.3. La détermination de la fonction de coût

La fonction de coût explique la relation qui existe entre la dépense relative à la combinaison factorielle optimale et le volume de production. Ainsi, la détermination de celle-ci se fait à partir des fonctions de demande des facteurs qui déterminent les quantités optimales des facteurs en fonction des prix de ceux-ci et du volume de production.

Application

Soit la fonction de production $p = 4kl$ et les prix des facteurs suivant $p_k = 5$ et $p_l = 10$. On vous demande de déterminer la fonction de coût total en fonction de *p*, le coût moyen et le coût marginal.

Solution

$$p = 4kl \qquad CT = 5k + 10l$$

$$L = 4kl + \lambda(CT - 5k - 10l)$$

$$\begin{cases} \left.\begin{aligned} L'_k &= 4l - 5\lambda = 0 \\ L'_l &= 4k - 10\lambda = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \lambda &= \frac{4l}{5} \\ \lambda &= \frac{4k}{10} \end{aligned}\right\} \Rightarrow 40l = 20k \Rightarrow 2l = k \ldots (1) \\ L'_\lambda = CT - 5k - 10l = 0 \Rightarrow CT = 5k + 10l \ldots (2) \end{cases}$$

Remplaçons (2) dans la fonction *p*, on aura :

$$p = 4(2l)l \Rightarrow p = 8l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{p}{8} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{p}{8}} \ldots (3)$$

Remplaçons (3) dans (2), on aura :

$$CT = 5 \cdot 2\sqrt{\frac{p}{8}} + 10\sqrt{\frac{p}{8}} \Rightarrow CT = 20\sqrt{\frac{p}{8}}$$

- $CM = \dfrac{CT}{p} \Rightarrow CM = \dfrac{20\sqrt{\frac{p}{8}}}{p} = \dfrac{20\sqrt{p}}{\sqrt{8}\sqrt{p}\sqrt{p}} \Rightarrow CM = \dfrac{20}{\sqrt{8p}}$
- $Cmg = \dfrac{\partial CT}{\partial p} \Rightarrow Cmg = \left(\dfrac{20\, p^{1/2}}{8^{1/8}}\right)' = \dfrac{10\, p^{-1/2}\sqrt{8}}{\left(\sqrt{8}\right)^2} \Rightarrow Cmg = \dfrac{10}{\sqrt{8p}}$

2.4. La minimisation des coûts

Comme le producteur essaie de maximiser sa production lorsqu'il connaît son budget, en formulant son problème composé de la fonction de production à maximiser et de la contrainte budgétaire, il peut minimiser ses coûts lorsqu'il connaît le niveau de production à réaliser. Il s'agit, par exemple, du cas des industries de haute technologie où les ventes sont caractérisées par des quantités commandées.

La minimisation des coûts demande à construire un programme composé de la fonction de coût total qui varie en fonction des quantités des facteurs lorsque les prix de ceux-ci sont connus ; $CT = k\, p_k + l\, p_l$ et de la contrainte formulée par le niveau de production à en tenir en compte. Ainsi, le problème du producteur et le suivant :

$$\begin{cases} Min \quad CT = k\,p_k + l\,p_l \\ s/c \quad p = f(k,l) \end{cases}$$

Application

Un producteur dispose de la fonction de production suivante : $p = 4kl$. Les prix des facteurs sur le marché sont de $p_k = 5$ et $p_l = 10$. Ayant une commande de production fixée à 200 unités de *p*, le producteur vous demande de lui minimiser le coût de production de cette commande.

Solution

$$\begin{cases} Min \quad CT = 5k + 10l \ldots(1) \\ s/c \quad p = 4kl \ldots(2) \end{cases} \Rightarrow L = 5k + 10l + \lambda(200 - 4kl)$$

$$\begin{cases} \left.\begin{array}{l} L'_k = 5 - 4l\lambda = 0 \\ L'_l = 10 - 4k\lambda = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \lambda = \dfrac{5}{4l} \\ \lambda = \dfrac{10}{4k} \end{array}\right\} \Rightarrow 40l = 20k \Rightarrow 2l = k \ldots(3) \\ L'_\lambda = 200 - 4kl = 0 \Rightarrow 200 = 4kl \ldots(2) \end{cases}$$

Remplaçons (3) dans (2) on aura :

$$200 = 4(2l)l \Rightarrow 200 = 8l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{200}{8} \Rightarrow l = \sqrt{25} \Rightarrow l = 5 \ldots(4)$$

Remplaçons (4) dans (3), on aura :

$$k = 2(5) \Rightarrow k = 10 \ldots(5)$$

Remplaçons (4) et (5) dans (1), on aura :

$$CT = 5(10) + 10(5) \Rightarrow CT = 100$$

Exercices

Questions de cours

- Quelle est la différence entre le coût total de courte période et le coût total de longue période ?
- Expliquez pourquoi, en courte période, la courbe du coût fixe moyen diminue-t-elle et tend vers zéro.
- Lorsque la courbe du coût total change d'allure, quelle est la courbe de coût qui serait à son minimum ? Expliquez.
- Lorsqu'une entreprise supporte des coûts fixes élevés, quelle est la logique qui l'oblige à produire plus si elle veut minimiser son coût de production par unité ?
- Définissez et expliquez les notions d'économie d'échelle et de déséconomie d'échelle.

Exercice 1

Soit le tableau suivant qui résume les techniques de production qu'une entreprise puisse choisir au niveau de trois marchés différents. On vous demande de conseiller à cette entreprise la technique la plus efficace.

	Marché A		*Marché B*		*Marché C*	
	Prix	*Quantité*	*Prix*	*Quantité*	*Prix*	*Quantité*
K	50	6	20	10	15	40
L	3	200	5	150	5	40

Exercice 2

Soit la fonction de coût total de courte période suivante : $CT = 6p^2 - 5p + 15$.

1. Déterminez les expressions de coût fixe, coût variable, coût marginal, coût fixe moyen, coût variable moyen et déduisez le coût moyen.
2. Sur un même plan, tracez les courbes du coût total, du coût fixe et du coût variable, pour des niveaux de production allant de 0 à 10.

Exercice 3

La production d'un bien P s'effectue en utilisant deux facteurs : du travail (L) et du capital (K). Considérons qu'en courte période, le facteur K ne peut être variable. La production p en fonction de L pour $k = k_0$ est donnée ci-dessous :

Quantités de L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantités de P	0	20	48	78	104	122	132	132	128

Le coût d'utilisation du facteur K est de 10. Quant au coût d'utilisation d'une unité du facteur L est de 3.

4. Tracez la courbe de coût total du bien P. Que remarquez-vous ?
5. Quelle relation y'a-t-il entre la productivité marginale et le coût marginal ? Justifiez votre réponse.
6. Tracez, sur un même plan, la courbe de la productivité moyenne et celle de la productivité marginale. Déterminez analytiquement le point d'intersection des deux courbes.
7. Quelles sont les valeurs de L pour lesquelles le pourcentage de variation du coût variable total est inférieur au pourcentage de variation de la quantité produite ?

Quelle est, dans ces conditions, la valeur de l'élasticité de la production par rapport à L ?

Exercice 4

Soit la fonction de production suivante : $p = 4l^{2/3}k^{1/3}$.

1. Rappelez les expressions de PM et de pmg pour chaque facteur.
2. Sachant que $p_l = 2$ et $p_k = 3$, déterminez le coût minimum pour un volume de production de 100 unités de P. Quelles sont alors les quantités de L et de K requises pour atteindre cette performance ?
3. Déterminez la forme de la fonction du coût total de longue période.
4. Déduisez les expressions de coût moyen et de coût marginal.
5. Déterminez, de même, la forme de la fonction de coût total de courte période lorsque $k = 12$.
6. Déduisez les expressions de coût fixe, coût variable, coût marginal, coût fixe moyen, coût variable moyen et déduisez le coût moyen.

Chapitre 6
La fonction d'offre

1. *Généralités sur les fonctions d'offre*
1.1. Définition

La fonction d'offre est l'expression mathématique qui met en relation la quantité du bien *P* à offrir sur le marché avec le prix unitaire de ce même bien. Elle est notée : $S_p = f(p)$.

1.2. La détermination de la fonction d'offre

La fonction d'offre $S_p = f(p)$ peut être déterminée en cherchant l'égalité entre $p = Cmg$. Ainsi, pour une fonction de coût total de la forme $CT = 3p^2 + 15$, la fonction d'offre sera :

$Cmg = 6p$

$$p = Cmg \Rightarrow p = 6p \Rightarrow p = \frac{p}{6} \Rightarrow S_p = f(p) = \frac{p}{6}$$

1.3. L'élasticité de l'offre

L'élasticité de l'offre d'un bien par rapport au prix mesure la sensibilité de l'offre de l'entreprise à une variation du prix de ce bien. Elle est notée :

$$e_{S_p/p} = \frac{\frac{\Delta S_p}{S_p}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\Delta S_p}{\Delta p} \cdot \frac{p}{S_p} \Rightarrow e_{S_p/p} = \frac{\partial S_p}{\partial p} \cdot \frac{p}{S_u}$$

Ainsi, si $S_p = \frac{p}{6}$ et $p = 1200$, l'élasticité de l'offre sera de :

$$e_{S_p/p} = \frac{1(6)}{6^2} \cdot \frac{1200}{200} \Rightarrow e_{S_p/p} = 1 \Leftrightarrow p \uparrow 1\% \Rightarrow S_p \uparrow 1\%$$

1.4. Les recettes de l'entreprise
1.4.1. La recette totale

La recette totale dépend de la quantité vendue. Elle est le produit de la quantité vendue (q) par le prix unitaire (*p*). La fonction de la recette totale s'écrit :

$$RT(q) = q \cdot p\,.$$

1.4.2. Le profit

La différence entre la *RT* et le *CT* donne le profit (π). L'entreprise n'accepte de vendre que si elle espère réaliser du profit et donc si la *RT* est supérieure au *CT*, autrement dit, si le prix, de vente est supérieur au *CM*. Le profit varie lorsque la quantité vendue varie. Il est noté :

$$\pi(q) = RT - CT$$

1.4.3. La recette marginale

La recette marginale (*Rm*) est la recette additionnelle que l'on obtient en vendant une unité supplémentaire de *Q*. Elle est notée :

$$Rm = \lim_{\Delta p \mapsto 0} \frac{\Delta RT}{\Delta q} \Rightarrow Rm = \frac{\partial RT}{\partial q}$$

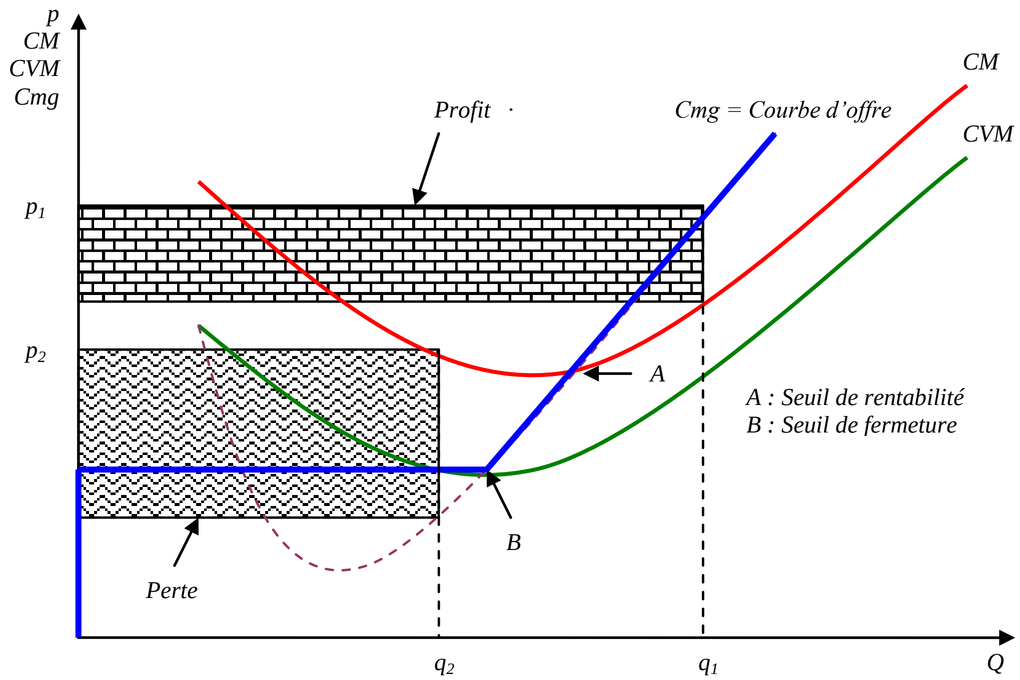
2. La géométrie de la fonction d'offre en courte période

$$\pi(q) = RT(q) - CT(q) \Rightarrow \pi(q) = q \cdot p - CT(q)$$

La recherche du profit maximum implique l'annulation de la première dérivée de π.

$$\frac{\partial \pi(q)}{\partial q} = 0 \Rightarrow \begin{cases} [RT(qq) - CT(q)]' = 0 \Rightarrow Rm - Cmg = 0 \Rightarrow Rm = Cmg \\ [q \cdot p \; - CT(q)]' = 0 \Rightarrow p - Cmg = 0 \Rightarrow p = Cmg \end{cases} \Rightarrow Rm = p$$

La courbe d'offre commence à partir du minimum de *CVM* et se confond avec la courbe du *Cmg*.



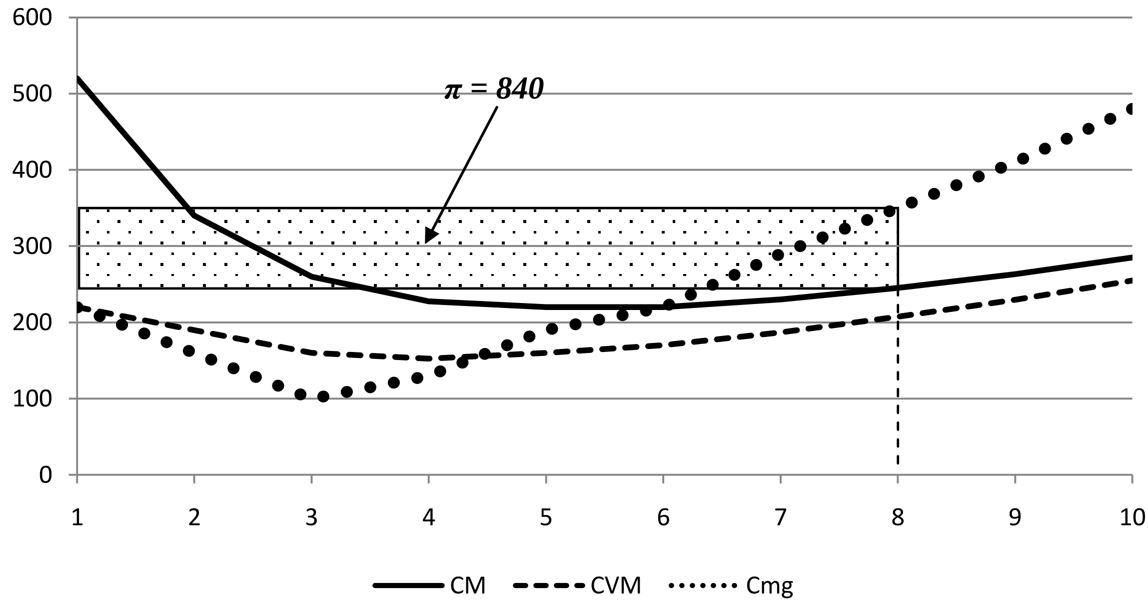
- Le point d'intersection des courbes d'offre et de coût moyen représente le seuil de rentabilité de l'entreprise. Ce point indique le volume de production et le niveau de prix à partir desquels l'entreprise réalise du profit. Au-dessous de ce point, l'entreprise réalise des pertes.
- A court terme, tant que le prix de vente est supérieur au *CVM* et inférieur au prix du seuil de rentabilité, l'entreprise doit continuer de vendre pour couvrir une partie des coûts fixes.
- En dessous de l'intersection de la courbe d'offre avec la courbe du *CVM*, appelée le seuil de fermeture, l'entreprise doit arrêter de produire car elle ne peut couvrir ni les coûts variables, ni les coûts fixes.

Application

La production d'un bien *Q* est réalisée en supportant les coûts fixes et les coûts variables ci-après. Si le prix du produit *Q* est de 350 et considérons comme données Q, CF et CV, déterminez le profit maximal de l'entreprise et dites quelle est la quantité qui doit être vendue ?

Solution

Q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CF	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
CV	0	220	380	480	610	800	1020	1310	1660	2070	2550
CT	300	520	680	780	910	1100	1320	1610	1960	2370	2850
CM	-	520	340	260	227.5	220	220	230	245	263.3	285
CVM	-	220	190	160	152.5	160	170	187.1	207.5	230	255
CFM	-	300	150	100	75	60	50	42.8	37.5	33.3	30
Cmg	-	220	160	100	130	190	220	290	350	410	480
RT	-	350	700	1050	1400	1750	2100	2450	2800	3150	3500
π	-300	-170	20	270	490	650	780	840	840	780	650



3. *L'équilibre du marché*

L'intersection entre les courbes de demande et d'offre définit le point d'équilibre du marché (E) composé de la quantité d'équilibre (Q_E) et du prix d'équilibre (p_E). L'équilibre s'obtient en égalisant les fonctions de demande et d'offre qui varient en fonction du prix ; de façon à obtenir le prix d'équilibre. Ensuite, il suffit de remplacer celui-ci dans l'une des fonctions pour obtenir la quantité d'équilibre.

Application

Soient les fonctions de demande et d'offre suivantes :

$$D = 180 + \frac{9300}{p} \qquad S = 15(p + 1)$$

On vous demande de trouver le prix d'équilibre du marché et les quantités d'équilibre à demander et offrir pour ce prix. Répondez algébriquement et graphiquement.

Solution

$$D = S \Leftrightarrow 180 + \frac{9300}{p} = 15(p+1)$$

$$\Rightarrow \frac{9300}{p} = 15p - 165$$

$$\Rightarrow 15p^2 - 165p - 9300 = 0$$

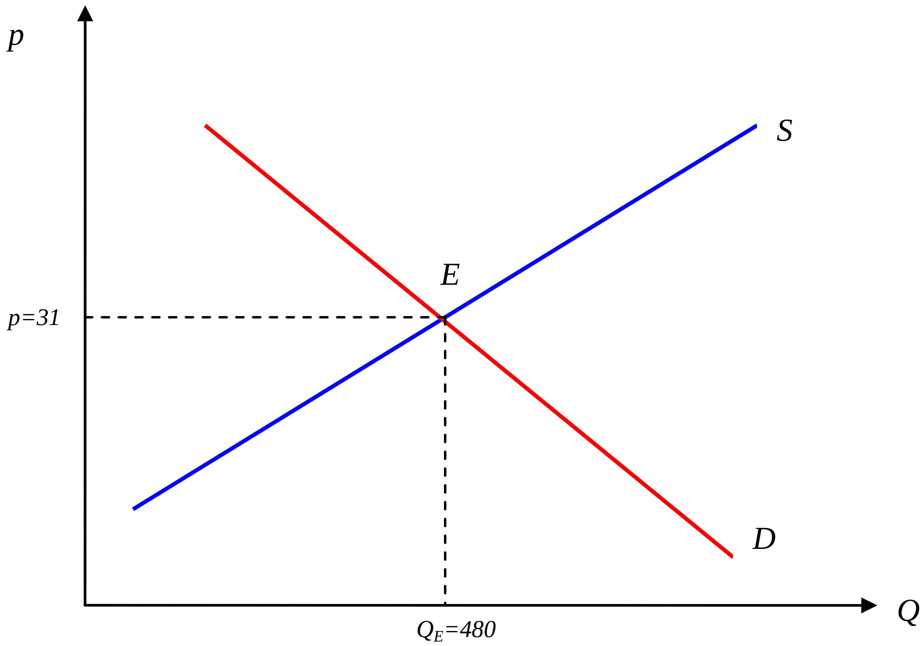
$\Delta = b^2 - 4ac, \qquad a = 15, \quad b = -165, \quad c = -9300$

$\Delta = (-165)^2 - 4(15)(-9300) \Rightarrow \Delta = 585225 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow 2 \text{ } \textit{solutions}$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-165) - 765}{2(15)} = -20 \quad \textit{rejeté}$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-165) + 765}{2(15)} = 31 \quad \textit{accepté}$

Remplaçons p_E dans D ou S, on aura : $Q_E = 480$



Exercices

Questions de cours

- Expliquez pourquoi le producteur doit-il égaliser la recette marginale au coût marginal s'il veut maximiser son profit.
- A un prix donné, pourquoi une firme ne produit pas-t-elle une quantité supérieure à celle qui égalise le coût marginal avec la recette marginale ?
- Pourquoi, en courte période, la courbe d'offre commence à partir du seuil de fermeture et longue période, elle commence qu'à partir du seuil de rentabilité ?
- Pourquoi, en courte période, le producteur doit-il continuer à produire lorsque son offre se situe entre le seuil de fermeture et le seuil de rentabilité ?

Exercice 1

Soit une entreprise qui vend le produit *Q* au prix *p* = 27. L'entreprise supporte un coût total qui varie avec la quantité produite *q* ; comme suit :

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CT	0	50	60	66	84	105	132	175	224	315

1. Déterminez la quantité *q* que l'entreprise doit offrir pour maximiser son profit.
2. Donnez la représentation graphique des courbe de RT, CT, π, CM et de Cmg de telle sorte à déterminer sur cette figure la position optimale de l'entreprise pour *p* = 27.
3. Déterminez sur la figure précédente le seuil de rentabilité puis la courbe d'offre de l'entreprise.

Exercice 2

Un projet de production d'un bien *P* supporte un coût total : $CT = q^3 - 4q^2 + 9q$.

1. Quel est le prix du marché *p* qui annule le profit du projet ?
2. Avec un prix unitaire *p* = 12, quel est le niveau du profit maximal que le projet puisse réaliser ?
3. A quel prix de *Q*, le projet serait-il voué à l'échec ?

Exercice 3

Deux entreprises A et B fabriquent le même produit *Q* et l'offrent au prix de *p* = 8. On sait que les expressions des fonctions de coûts totaux de A et de B sont comme suit : $CT_A = 15q - 6q^2 + q^3$ et $CT_B = 4q + q^3 - 3q^2$.

1. Quelle sera la valeur du profit maximal à réaliser par chaque entreprise, si on admet que ces dernières ont un comportement rationnel ?
2. Quelle seront les valeurs de *p* à partir desquelles A et B seront rentables sur le marché ? Déduisez ensuite laquelle des deux entreprises est plus concurrentielle.
3. Tracez sur un même graphique les courbes d'offre de chaque entreprise.

Pour aller plus loin

- Aïnouche M. C. (1998), *Cours de microéconomie*, Université de Bejaia.
- Barre R. (1976), *Economie politique*, 7e édition, PUF, Paris.
- Cahuc P. (1998), *La nouvelle microéconomie*, La Découverte, Paris.
- Chevalier J.-M. (1984), *Introduction à l'analyse économique*, La Découverte, Paris.
- Dilts D. (2004), *Introduction to Microeconomics*, Purdue University, Indiana.
- Krugman P. et Wells R. (2009), *Microéconomie*, 2e édition, De Boeck, Paris.
- Mas-Colell A., Whinston M. D. et Green J. (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.
- Percheron S. (2001), *Exercices de microéconomie*, Armand Cilin, Paris.
- Perloff J. (2003), Microeconomics, 3rd edition, Pearson.
- Varian H. (2003), *Introduction à la microéconomie*, 5e édition, De Boeck, Paris.

Table des matières