Université A. Mira de Bejaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie

Année universitaire : **2013/2014**
Matière : **Physique 2**
Année d'étude : **Première Année**

Examen de Rattrapage

Exercice 01 (05pts)

Dans un système d'axes orthogonal $OXYZ$, quatre charges électriques ponctuelles identiques q positives sont disposées aux sommets $ABCD$ d'un carré dont les coordonnées sont : $A(a,0,0)$, $B(0,a;0)$, $C(-a,0,0)$ et $D(0,-a,0)$. (Figure 1)

1. Déterminer le potentiel électrique V_M créé par cette distribution de charges en un point M de l'axe z.
2. En déduire l'expression du vecteur champ électrique $\overrightarrow{E_M}$ en M.
3. Une charge électrique ponctuelle négative $(-2q)$ est placée au centre O du carré $ABCD$. Calculer son énergie potentielle et la résultante des forces qu'elle subit de la part des quatre charges.
   AN : $q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ et $a = 1mm$.

Exercice 02 (04pts)

Considérons un fil non conducteur, sous forme d'un demi-cercle de rayon R, constitué de deux portions de même longueur et de densité linéique de charge $\lambda = \pm\lambda_0$ avec λ_0 une constante positive. (Figure 2)
Calculer le champ et le potentiel électrostatiques créés par le fil au point O.

Exercice 03 (06pts)

On considère un cylindre infini de rayon R portant une charge volumique ρ.

1. Ce cylindre est-il conducteur ou isolant ? Justifiez votre réponse.
2. Calculer le champ électrostatique dans tout l'espace ($r < R, r > R$) en utilisant le théorème de Gauss.
3. En déduire le potentiel électrostatique dans tout l'espace.

Exercice 04 (05pts)

Soit le groupement de condensateurs de la figure 3 où : $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C = 2\mu F$.

1. Determiner la capacité C_5 pour que la capacité équivalente entre les point A et B soit : $C_{éq} = \frac{C}{2}$.
2. On établi entre les points A et B une différence de potentiel U = 1200 V . Calculer les charges et les différences de potentiel de chaque condensateur.

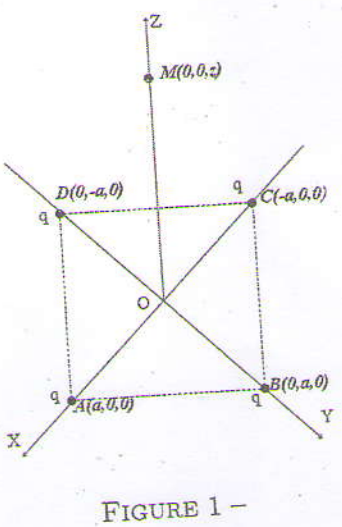


FIGURE 1 –

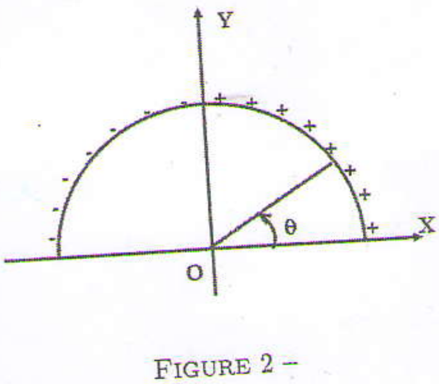


FIGURE 2 –

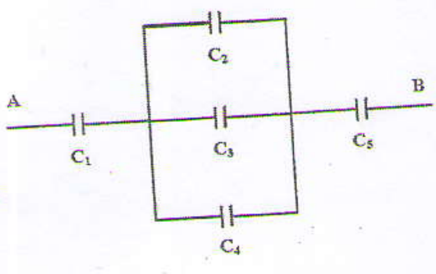


FIGURE 3 –

Correction Examen de Rattrapage de physique 2

Exercice 01 (05pts)

1. Le potentiel au point M

$$V_M = V_A + V_B + V_C + V_D = \frac{kq}{AM} + \frac{kq}{BM} + \frac{kq}{CM} + \frac{kq}{DM}$$ 0,5

avec : $AM = BM = CM = DM = \sqrt{a^2 + z^2}$
On obtient :

$$V_M = \frac{4kq}{\sqrt{a^2+z^2}}$$ 1

2. Le champ au point M varie en fonction de z et on peut écrire :

$$\vec{E}_M = -\overrightarrow{gard}(V_M) = -\frac{\partial V_M}{\partial z}\vec{k}$$ 0,5

On obtient :

$$\vec{E}_M = \frac{4kqz}{(a^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{k}$$ 1

3. - Énergie potentielle : $E_p = -2qV_O$ avec V_O le potentiel en O

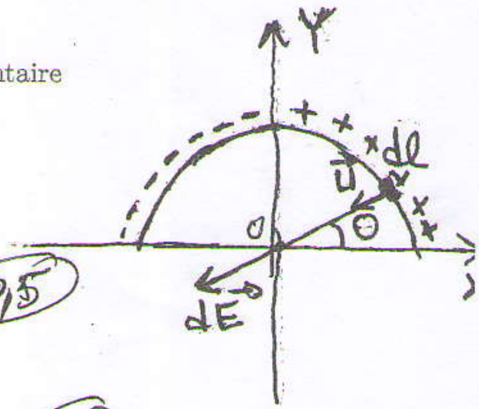
$$V_O = V_M(z=0) = \frac{4kq}{a}$$ 0,5 $\Rightarrow$ $E_p = -\frac{8kq^2}{a}$ 0,5

Application numérique : $V_O = 11,52\,10^{-6}$ V 0,25

- La résultante des forces : $\vec{F} = -2q\vec{E}_O$ avec $\vec{E}_O$ le champ en O

$$\vec{E}_O = \vec{E}_M(z=0) = \vec{0}$$ 0,5 $\Rightarrow$ $\vec{E}_O = \vec{0}$ 0,25

Exercice 02 (04pts)



Calcul du champ :
Un élément dl du fil qui porte un charge $dq = \lambda dl$ crée en O un champ élémentaire

$$d\vec{E} = \frac{k\lambda dl}{R^2}\vec{u}$$ 0,5

avec $dl = Rd\theta$ et $\vec{u} = -\cos\theta\vec{i} - \sin\theta\vec{j}$ la projection sur les axes donne :

$$\begin{cases} d\vec{E}_x = \frac{k\lambda}{R}\cos\theta\, d\theta \\ d\vec{E}_y = \frac{k\lambda}{R}\sin\theta\, d\theta \end{cases}$$ 0,5

En integrant sur la distribution on trouve :

$$E_x = -\frac{k\lambda_0}{R}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\, d\theta + \frac{k\lambda_0}{R}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\cos\theta\, d\theta = -\frac{2k\lambda_0}{R}$$ 0,5

$$E_y = -\frac{k\lambda_0}{R}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\, d\theta + \frac{k\lambda_0}{R}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\theta\, d\theta = 0$$ 0,5

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\frac{2k\lambda_0}{R}\vec{i}}$$ 0,5

Calcul du potentiel :
Un élément dl du fil qui porte un charge $dq = \lambda dl$ crée en O un potentiel élémentaire :

$$dV = \frac{k\lambda dl}{R} = \frac{k\lambda R d\theta}{R} = k\lambda\, d\theta$$ 0,5

Le potentiel total est obtenu par integration sur la distribution.

$$V(O) = k\lambda_0\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta - k\lambda_0\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\theta = 0$$ 1

Exercice 03 (06*pts*)

1. Le cylindre est isolant car dans un conducteur la charge est distribuée en surface. 0,5 0,5

2. Calcul du champ :

La distribution de charge présente un symétrie cylindrique $\Rightarrow$ Le champ dépend seulement de la distance r de l'axe.

En coordonnées cylindriques $(r, \theta; z)$, $\overrightarrow{E} = E(r)\overrightarrow{e_r}$ 0,5

Pour le calculer, on utilise le théorème de Gauss. $\Phi_{S_G} = \iint_{S_G} \overrightarrow{E}.d\overrightarrow{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ 0,5

Pour cela on choisit comme surface de Gauss, un cylindre de rayon r et de hauteur H, composé de la surface latérale S_L et les surfaces des deux bases S_{b1} et S_{b2}.

Le flux à travers cette surface est : $\Phi_{S_G} = \Phi_{S_L} = \Phi_{S_{b1}} = \Phi_{S_{b2}}$

$$\Phi_{S_{b1}} = \Phi_{S_{b2}} = 0 \qquad (\overrightarrow{E} \perp d\overrightarrow{S})$$

$$\Phi_{S_G} = \Phi_{S_L} = \iint_{S_L} \overrightarrow{E}.d\overrightarrow{S} = E\,2\pi r H$$

0,5

Région $r < R$

$Q_{int} = \rho V_r$ où $V_r = \pi r^2 H$ 0,5

Le théorème de Gauss donne :

$E\,2\pi r H = \frac{\rho \pi r^2 H}{\epsilon_0}$ $\Rightarrow E = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r$ Soit : $\overrightarrow{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r\, \overrightarrow{e}_r$ 0,5

Région $r > R$

$Q_{int} = \rho V_R$ où $V_R = \pi R^2 H$ 0,5

Le théorème de Gauss donne : $E\,2\pi r H = \frac{\rho \pi R^2 H}{\epsilon_0}$ $\Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}$ Soit : $\overrightarrow{E} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}\, \overrightarrow{e}_r$ 0,5

2. Calcul du potentiel :

Le potentiel et le champ sont reliés par : $dV = -\overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl}$

En coordonnées cylindriques : 0,5

$\overrightarrow{dl} = dr\,\overrightarrow{e_r} + r\,dr\,\overrightarrow{e_\theta} + z\,dz\,\overrightarrow{e_z}$ $\Rightarrow$ $dV = -E(r)dr$

Région $r < R$

$$dV = -\frac{\rho}{2\epsilon_0} r\,dr \qquad \Rightarrow \qquad V(r) = -\frac{\rho}{4\epsilon_0} r^2 + C_1$$

0,5

Région $r > R$

$$dV = -\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0}\frac{dr}{r} \qquad \Rightarrow \qquad V(r) = -\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \ln(r) + C_2$$

0,5

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées à partir des condition aux limites.

Exercice 04 (05pts)

1. Calcul de C_5

$$\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C_2 + C_3 + C_4} + \frac{1}{C_5} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{C} = \frac{1}{C} + \frac{1}{3C} + \frac{1}{C_5} \quad \Rightarrow \quad C_5 = \frac{3}{2}C$$ 0,5

Application numérique : $C_5 = 3\,\mu F$ 0,25

2. Charges et différences de potentiel.

Calcul de la charge équivalente :

$$Q_{éq} = C_{éq}U = \frac{CU}{2} = 1,2\,mC\,.$$ 0,5

D'après le schéma on a :

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q_5 = Q_{éq}$$
$$V_2 = V_3 = V_4 = U - V_1 - V_5$$ 0,5

Calcul des potentiels :

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{U}{2}$$ 0,5
$$V_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{U}{3}$$ 0,5
$$V_2 = V_3 = V_4 = \frac{U}{6}$$ 0,5

Pour les charges, on a :

$$Q_1 = Q_5 = Q_{éq} = \frac{CU}{2}$$ 0,5

et On remarque que : $C2 = C3 = C4 = C$ et $V_2 = V_3 = V_4$ ce qui implique que :

$$Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_{éq} = \frac{CU}{6}$$ 0,5

Applications numériques :

Les charges :

$$Q_1 = Q_5 = 1,2\,mC$$
$$Q_2 = Q_3 = Q_4 = 0,4\,mC$$ 0,25

Les potentiels :

$$V_1 = 600\,V$$
$$V_2 = V_3 = V_4 = 200\,V$$
$$V_5 = 400\,V$$ 0,5