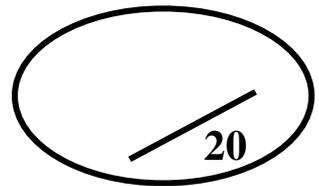


**Indication importante : Les calculatrices sont interdites**



**CHAPITRE I – LES SYSTÈMES DE NUMÉRATION (sur 6 points)**

**Q1 – Conversion (3 points)**

	Valeur correspondant en DECIMAL ?
$(45)_{13} =$	$4 \times 13 + 5 = (57)_{10}$
$(0,72)_{14} =$	$7/14 + 2/(14^2) = 0.5 + 2/196 = 0,510$

	Valeur correspondant en BINAIRE ?
$(1023)_{10} =$	$(1111111111)_2$
$(42,4)_{16} =$	$(01000010,0100)_2$
$(2,8)_{64} =$	$(000010,001000)_2$
$(123,1)_4 =$	$(011011,01)_2$

**Q4 – Multiplication binaire (0,5 point) :** Faire la multiplication binaire suivante :  $(3,5)_{10} \times (12)_{10}$

12	1	1	0	0	
x	3,5	1	1	,	1

		1	1	0	0
		1	1	0	0
		1	1	0	0
		1	0	1	0
		1	0	1	0

**Q2 – Nombres signés (1,5 points) :**  
 En supposant que le nombre « 1 100011 » est en S+VA sur 8 bits quelle est sa valeur :

En décimal :  **$(-67)_{10}$**

En complément à 2 :  **$(10111101)_{C2}$**

En complément à 1 :  **$(10111100)_{C1}$**

**Q5 – Bases (0,5 point) :** Trouvez la base b respectant l'égalité suivante :  $(1001)_b = (28)_{10}$ .

$(1001)_b = (28)_{10} \Leftrightarrow b^3 + 1 = 28$

$\Leftrightarrow b^3 = 27 \Rightarrow b = \sqrt[3]{27} = 3$

**Q3 – Division binaire (0,5 point) :** En binaire pur faire la division suivante :  $(16,5)_{10} \div (4)_{10}$

1	0	0	0	,	1
-	1	0	0		
0	0	0	0		
	-	0			
	0	0			
	-	0	0		
	0				1
		-	0		
		1	0		
		-	0	0	
		1	0	0	
		-	1	0	0
		0	0	0	

**Q6 – Théorème (1 point)** Démontrez le théorème suivant :

$$((\bar{x} \uparrow z) + x + \bar{z}) + \overline{(\bar{x} + \bar{y})} = x + \bar{z}$$

$$\begin{aligned} & ((\bar{x} \uparrow z) + x + \bar{z}) + \overline{(\bar{x} + \bar{y})} \\ &= ((\bar{x} \cdot z) + x + \bar{z}) + \overline{(\bar{x} + \bar{y})} \\ &= ((x + \bar{z}) + x + \bar{z}) + \overline{(\bar{x} + \bar{y})} \\ &= (x + \bar{z}) + \overline{(\bar{x} + \bar{y})} \\ &= (x + \bar{z}) + xy \\ &= x + \bar{z} + xy \\ &= x(1 + y) + \bar{z} \\ &= x + \bar{z} \end{aligned}$$

**Q7 – Simplification (1 point)** En utilisant la méthode algébrique, donnez la forme simplifiée de  $F(x, y, z) = (x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{y} + z) + x(\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{y} + z)$

**Réponse :**

**En posant**  $(x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{y} + z) = A$

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= A + \bar{A}x = A + x \\ &= (x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{y} + z) + x \\ &= x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{y} + z + x \cdot 1 \\ &= x \cdot (y \cdot \bar{z} + 1) + \bar{y} + z \\ &= x + \bar{y} + z \end{aligned}$$

**Q8 – Forme canonique (0,5 point)**

Soit la fonction F suivante :

$m_i$	x	y	z	t	F(x,y,z,t)
$m_0$	0	0	0	0	0
$m_1$	0	0	0	1	0
$m_2$	0	0	1	0	1
$m_3$	0	0	1	1	0
$m_4$	0	1	0	0	0
$m_5$	0	1	0	1	0
$m_6$	0	1	1	0	0
$m_7$	0	1	1	1	0
$M_8$	1	0	0	0	0
$M_9$	1	0	0	1	0
$M_{10}$	1	0	1	0	0
$M_{11}$	1	0	1	1	0
$M_{12}$	1	1	0	0	1
$M_{13}$	1	1	0	1	0
$M_{14}$	1	1	1	0	0
$M_{15}$	1	1	1	1	1

Donnez la forme canonique disjonctive de F

Réponse :

$$F(x,y,z,t) = m_2 + m_{12} + m_{15}$$

$$F(x, y, z, t) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot \bar{t} + x \cdot y \cdot \bar{z} \cdot \bar{t} + x \cdot y \cdot z \cdot t$$

**Q9 – Théorème (0.5 point)**

Démontrez le théorème suivant :  $x + 1 = 1$

**Réponse :**

$$\begin{aligned} x + 1 &= x + (x + \bar{x}) \\ &= x + x + \bar{x} \\ &= (x + x) + \bar{x} \\ &= x + \bar{x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

**Q10 – Forme canonique (0,5 point):** Exprimez la fonction  $F$  selon sa forme canonique disjonctive :

$$F(x, y, z) = \overline{(x + \bar{y})} \cdot (x + z)$$

Réponse :

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= \overline{(x + \bar{y})} + \overline{(x + z)} \\ &= \bar{x}y + \bar{x}\bar{z} \\ &= \bar{x}y(z + \bar{z}) + \bar{x}\bar{z}(y + \bar{y}) \\ &= \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{z}y + \bar{x}\bar{z}\bar{y} \\ &= \bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \\ &= \bar{x} \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \end{aligned}$$

**Q11 – Opérateur NAND (0,5 point) :** Montrer que l'opérateur **NAND** n'est pas idempotent

$$x \uparrow y = \overline{x \cdot y}$$

Donc

$$x \uparrow x = \overline{x \cdot x} = \bar{x}$$

$$x \uparrow x \neq x$$

Donc l'opérateur NAND n'est pas idempotent.

**Q12 – Karnaugh (1 point).** Indiquez par une croix **toutes** les cases adjacentes de la case de couleur foncée

		x							
		0				1			
yz→		00	01	11	10	10	11	01	00
tu ↓	00				X				
	01	X		X		X			
	11				X				
	10								

		x							
		0				1			
yz→		00	01	11	10	10	11	01	00
tu ↓	00								X
	01								
	11								X
	10	X				X		X	

**Q13 - Karnaugh (1 point).** Soit la fonction  $F(x, y, z, t, u)$  définie par la table de Karnaugh suivante :

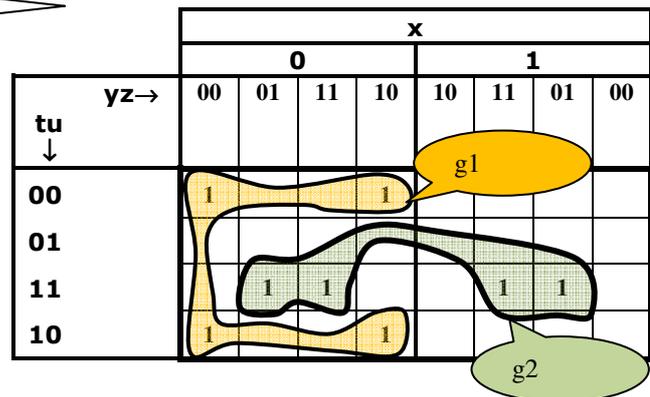
A - Dessinez les groupements

B - Donnez les expressions de chaque groupe :

**Réponse :**

$$g1 = \bar{x} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u}$$

$$g2 = z \cdot t \cdot u$$

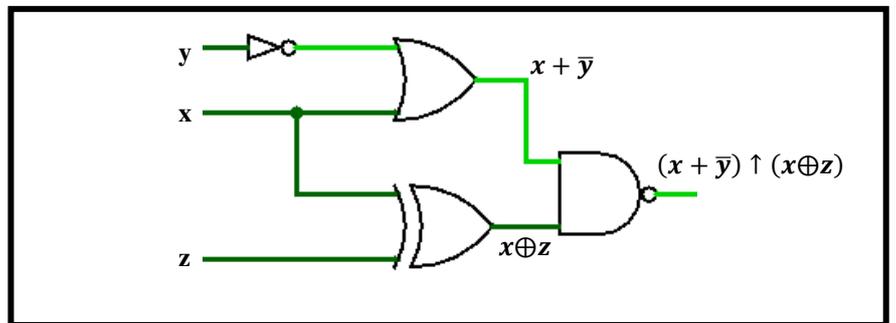


**CHAPITRE III - CIRCUIT LOGIQUES (sur 4 points)**

**Q14 - Logigramme (0,5 point)**

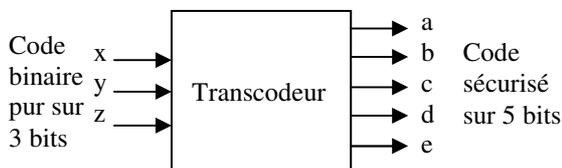
Donnez le logigramme de la fonction suivante :

$$F(x, y, z) = (x + \bar{y}) \uparrow (x \oplus z)$$



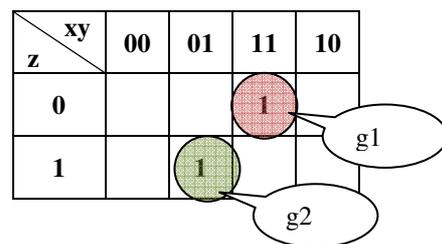
**Q15 - Transcodeur (2,5 points):**

Afin de sécuriser les transmissions des données, on se propose d'élaborer un codage permettant de détecter des erreurs. Pour ce faire, on voudrait que notre code contienne pour chaque configuration deux bits à 1.



x	y	z	a	b	c	d	e
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	1

**A (1 point) -** Simplifier par la méthode de Karnaugh de la fonction « a »

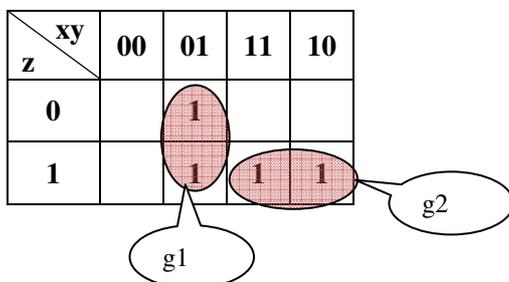


$$g1 = x \cdot y \cdot \bar{z}$$

$$g1 = \bar{x} \cdot y \cdot z$$

$$a = g1 + g2 = x \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot y \cdot z$$

**B** (1 point) – Simplifier par la méthode de Karnaugh de la fonction « **b** »

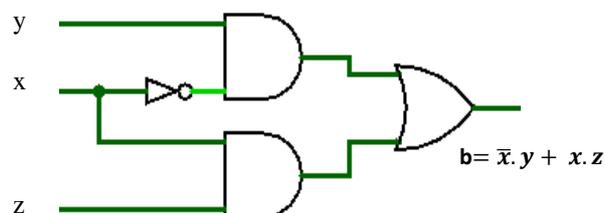


$$g1 = \bar{x}.y$$

$$g2 = x.z$$

$$b = g1 + g2 = \bar{x}.y + x.z$$

**C** (0,5 point) – Donnez le logigramme de la fonction « **b** »



**Q17 – Détecteur de débordement (1 point):**

On se propose de concevoir un circuit de détection de débordement à l'issue d'opérations d'additions. A cet effet, on définit par S1 et S2 les signes des nombres à additionner et SR le signe du résultat.

**A** – Donnez la table de vérité de la fonction D de détection de débordement.  $\Rightarrow$

**B** – Donnez l'équation de la fonction D

Réponse :

$$D = \bar{S1}.\bar{S2}.SR + S1.S2.\bar{SR}$$

S1	S2	SR	D
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Afin d'optimiser le dispositif de surveillance de sa plage, l'APC de Tychy a décidé de concevoir un dispositif automatisé pour remplacer les drapeaux indiquant l'autorisation de la baignade (couleur Rouge), la vigilance (couleur Orange) et baignade sans risque (couleur verte). Elle a décidé de se servir d'un panneau d'affichage comportant 3 lampes :

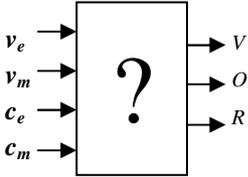
- Lampe **R** qui affiche une lumière rouge
- Lampe **O** qui affiche une lumière orange
- Lampe **V** qui affiche une lumière verte

Elle a aussi utilisé 4 capteurs «  $v_e$ ,  $v_m$ ,  $c_e$ ,  $c_m$  » mis dans la mer afin de détecter la puissance des vagues et du courant **sous-marin**. Ces capteurs indiquent les informations suivantes :

- Lorsque le capteur «  $v_e$  » est à 5 volts, il indique que les vagues sont élevées, à 0 volts il indique l'absence de vagues.
- Lorsque le capteur «  $v_m$  » est à 5 volts, il indique que les vagues sont moyennes, à 0 volts il indique l'absence de vagues.
- Lorsque le capteur «  $c_e$  » est à 5 volts, il indique que le courant est élevé, à 0 volts il indique l'absence de courant.
- Lorsque le capteur «  $c_m$  » est à 5 volts, il indique que le courant est moyen, à 0 volts il indique l'absence de courant.

On voudrait que le panneau d'affichage fonctionne comme suit :

- si le courant est élevé, peu importe la puissance des vagues il faut afficher du rouge
- si les vagues sont élevée peu importe le courant il faut afficher du rouge
- si les vagues et le courant sont moyens, il faut afficher de l'orange
- si le courant est moyen même s'il n'y a pas de vague, il faut afficher de l'orange
- dans tous les autres cas, il faut afficher du vert



On suppose que vous avez modélisé votre système logique comme indiqué sur la figure suivante :

- $v_e$  (vague élevée),  $v_m$  (vague moyenne),  $c_e$  (courant élevé) et  $c_m$  (courant moyen) sont les variables de votre système
- $V$  (lampe de lumière verte),  $R$  (lampe de lumière rouge) et  $O$  (lampe de lumière orange) sont les fonctions de votre système.

**Question A** (sur 1.5 points) : Complétez la table de vérité de votre système logique :

**Question B** (sur 1 point) : Donnez la forme canonique disjonctive des fonctions  $O$  et  $V$ . Attention, on vous demande ici de donner l'équation selon une écriture condensée

$O = f(v_e, v_m, c_e, c_m) = \Sigma(1,3)$   
 $V = f(v_e, v_m, c_e, c_m) = \Sigma(0,2)$

**Question C** (sur 0.5 points) : Donnez la forme canonique disjonctive de la fonction  $\bar{R}$  (attention il s'agit de la négation de la fonction  $R$ ).

$$\bar{R} = m_0 + m_1 + m_2 + m_3$$

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot \bar{v}_m \cdot \bar{c}_m + \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot \bar{v}_m \cdot c_m + \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot v_m \cdot \bar{c}_m + \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot v_m \cdot c_m$$

**Question D** (sur 0.5 points) : Simplifier algébriquement la fonction  $\bar{R}$  :

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot \bar{v}_m \cdot \bar{c}_m + \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot \bar{v}_m \cdot c_m + \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot v_m \cdot \bar{c}_m + \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot v_m \cdot c_m$$

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot (\bar{v}_m \cdot \bar{c}_m + \bar{v}_m \cdot c_m + v_m \cdot \bar{c}_m + v_m \cdot c_m)$$

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot (\bar{v}_m \cdot (\bar{c}_m + c_m) + v_m \cdot (\bar{c}_m + c_m))$$

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot (\bar{v}_m \cdot 1 + v_m \cdot 1)$$

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot (\bar{v}_m + v_m)$$

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e \cdot 1$$

$$\bar{R} = \bar{v}_e \cdot \bar{c}_e$$

Variables				Fonctions		
$v_e$	$c_e$	$v_m$	$c_m$	$V$	$O$	$R$
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

**Question E** (sur 0.5 points): Déduisez l'équation simplifiée de la fonction  $R$  :  $R = (\bar{\bar{R}}) = \overline{\bar{v}_e \cdot \bar{c}_e} = v_e \cdot c_e$