Département : MI 1ème année Durée : **2h00** 28 Mai 2013	**EMD STRUCTURE MACHINE**	Nom & Prénom : .... Groupe :	**Page 1/6**

SOLUTION

CHAPITRE I – LES SYSTÈMES DE NUMÉRATION (sur 8 points)

Q1 – *Conversion* (***4,5 points***)

	Valeur correspondant en DECIMAL ?
$(100)_6$ =	**36**
$(0,24)_6$ =	**$0,\overline{44}$**
$(BD)_{16}$=	**189**
$(0,E)_{16}$ =	**0,88**

Chaque réponse vaut 0,5 point

	Valeur correspondant en **BINAIRE** ?
$(100)_{10}$ =	**1100100**
$(10,01)_8$ =	**001 000 , 000 001**
$(CD,0A)_{16}$ =	**1100 1101 , 0000 1010**
$(3,5)_{32}$ =	**00011 , 00101**
$(10)_5$	**101**

Chaque réponse vaut 0,5 point

Q2 – *Nombres signés* (***1,5 points***) :

En supposant que le nombre « 1 0001011 » est en S+VA sur *8 bits* quelle est sa valeur :

En décimal : **$(-11)_{10}$** — 0,5 point

En complément à 2 : **$(1\ 1110101)_{C2}$** — 0,5 point

En complément à 1 : **$(1\ 1110100)_{C1}$** — 0,5 point

Q3 – *Soustraction binaire* (***0,5 point***) : *En binaire pur (sur 5 bits), donnez le résultat de la soustraction suivante* ***$(12)_{10}$ – $(3)_{10}$***

En décimal	En binaire pur				
12	0	1	1	0	0
-3	0	0	0	1	1
	0	0	1	1	
= 9	0	1	0	0	1

Q4 – *Addition avec des entiers signés* (***0,5 point***) : En se servant d'une représentation en ***C_1*** sur 7 bits (bit de signe compris), faire la somme [(15) - (4)].

En décimal		Représentation en ***C_1***						
			1	1	1	1	1	1
$(+15)_{10}$		**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**
+ $(-4)_{10}$		**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
= $(+11)_{10}$	1	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**
								1
	=	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**

Q5 – *Addition avec des entiers signés* (***1 point***) : En se servant d'une représentation en ***C_2*** sur **8** bits (bit de signe compris), faire la somme [(64) - (65)].

En décimal	Représentation en ***C_1***							
$(+64)_{10}$	0	1	0	0	0	0	0	0
+ $(+65)_{10}$	0	1	0	0	0	0	0	1
= $(129)_{10}$	1	0	0	0	0	0	0	1

0,5 point

Que déduisez-vous ? — 0,5 point

Dépassement de capacité

CHAPITRE II – ALGEBRE DE BOOLE & CIRCUIT LOGIQUES (sur 12 points)

Q6 – *<u>Théorème</u> (**1 point**)*

Démontrez le théorème suivant : 1+x=1

$\mathbf{1} + \boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x} + \overline{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{x}$	***Complémentarité***
$= (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}) + \overline{\boldsymbol{x}}$	***Commutativité***
$= \boldsymbol{x} + \overline{\boldsymbol{x}}$	***Idempotence***
$= \mathbf{1}$	***Complémentarité***

Si erreur donnez 0

Q7 – *<u>Table de vérité</u> (**1 point**)*

Donnez la table de vérité de la fonction F suivante :

F(x,y,z,t) = Σ(0,1,3,5,14,15)

Mintermes	x	y	z	t	F(x,y,z,t)
m_0	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**
m_1	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**
m_2	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**
m_3	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**
m_4	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
m_5	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**
m_6	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
m_7	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
m_8	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
m_9	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
m_{10}	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**
m_{11}	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**
m_{12}	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**
m_{13}	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
m_{14}	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
m_{15}	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**

Si erreur donnez 0

Q8 – *<u>Forme canonique</u> (**1 point**)*

Soit la fonction F suivante :

m_i	x	y	z	t	F(x,y,z)
m_0	0	0	0	0	1
m_1	0	0	0	1	1
m_2	0	0	1	0	0
m_3	0	0	1	1	1
m_4	0	1	0	0	0
m_5	0	1	0	1	0
m_6	0	1	1	0	0
m_7	0	1	1	1	0
M_8	1	0	0	0	0
M_9	1	0	0	1	0
M_{10}	1	0	1	0	0
M_{11}	1	0	1	1	0
M_{12}	1	1	0	0	0
M_{13}	1	1	0	1	0
M_{14}	1	1	1	0	1
M_{15}	1	1	1	1	1

Donnez la forme canonique disjonctive de F

F(x,y,z,t) = Σ(0,1,3,14,15)

$$= \overline{\boldsymbol{x}}.\overline{\boldsymbol{y}}.\overline{\boldsymbol{z}}.\overline{\boldsymbol{t}} + \overline{\boldsymbol{x}}.\overline{\boldsymbol{y}}.\overline{\boldsymbol{z}}.\boldsymbol{t} + \overline{\boldsymbol{x}}.\overline{\boldsymbol{y}}.\boldsymbol{z}.\boldsymbol{t} + \boldsymbol{x}.\boldsymbol{y}.\boldsymbol{z}.\overline{\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{x}.\boldsymbol{y}.\boldsymbol{z}.\boldsymbol{t}$$

Si erreur donnez 0

Q9 – *<u>Simplification</u> (**1 point**)*

En utilisant la méthode algébrique, donnez la forme simplifier de $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = \overline{\boldsymbol{x}}.\boldsymbol{y} + (\boldsymbol{x} + \overline{\boldsymbol{y}}).\boldsymbol{z}$

D'après le théorème de Morgan :

$\overline{\overline{\mathbf{x}}.\mathbf{y}} = \mathbf{x} + \overline{\mathbf{y}}$**,**

donc $\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = \overline{\mathbf{x}}.\mathbf{y} + (\overline{\overline{\mathbf{x}}.\mathbf{y}}).\mathbf{z}$

Posons $\overline{\mathbf{x}}.\mathbf{y} = \mathbf{A}$

$\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = \mathbf{A} + \overline{\mathbf{A}}.\mathbf{z}$

$\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = \mathbf{A} + \mathbf{z}$

Si erreur donnez 0

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = \overline{\boldsymbol{x}}.\boldsymbol{y} + \boldsymbol{z}$$

Q10 – *Opérateur NAND* (***1 point***)

En utilisant uniquement l'opérateur NAND donnez une nouvelle expression de $\boldsymbol{F(x,y,z) = (\overline{x}+\overline{y}).z}$

$$F(x,y,z) = (\overline{x}+\overline{y}).z$$

$$F(x,y,z) = \overline{\overline{(\overline{x}+\overline{y}).z}}$$

$$F(x,y,z) = \overline{(\overline{x}+\overline{y}) \uparrow z}$$

$$F(x,y,z) = \overline{\overline{\overline{(\overline{x}+\overline{y})}} \uparrow z}$$

$$F(x,y,z) = \overline{\overline{x.y} \uparrow z}$$

$$F(x,y,z) = \overline{(x \uparrow y) \uparrow z}$$

$$F(x,y,z) = \big((x \uparrow y) \uparrow z\big) \uparrow \big((x \uparrow y) \uparrow z\big)$$

Q11 – *Opérateur XOR* (***1 point***). *L'opérateur XOR (OU exclusif) est-il associatif ?* ***Justifiez votre réponse***.

$$x \oplus y = x\overline{y} + \overline{x}y$$

$$\overline{x \oplus y} = xy + \overline{x}\overline{y}$$

$$(x \oplus y) \oplus z = (x \oplus y)\overline{z} + \left(\overline{x \oplus y}\right)z$$

$$(x \oplus y) \oplus z = (x\overline{y} + \overline{x}y)\overline{z} + (xy + \overline{x}\overline{y})z$$

$$(x \oplus y) \oplus z = x\overline{y}\overline{z} + \overline{x}y\overline{z} + xyz + \overline{x}\overline{y}z$$

F1 =m4+m2+m7+m1

$$x \oplus (y \oplus z) = x\left(\overline{y \oplus z}\right) + \overline{x}(y \oplus z)$$

$$x \oplus (y \oplus z) = x(yz + \overline{y}\overline{z}) + \overline{x}(y\overline{z} + \overline{y}z)$$

$$x \oplus (y \oplus z) = xyz + x\overline{y}\overline{z} + \overline{x}y\overline{z} + \overline{x}\overline{y}z$$

F2 =m7+m4+m2+m1

F1 = F2 donc l'opérateur XOR est associatif

Q12 – *Karnaugh* (*1 point*). Indiquez par une croix **toutes** les cases adjacentes de la case de couleur foncée

0,5 point

	x = 0				x = 1			
tu ↓ \ yz→	00	01	11	10	10	11	01	00
00	X		X	■	X			
01				X				
11								
10				X				

0,5 point

	x = 0				x = 1			
tu ↓ \ yz→	00	01	11	10	10	11	01	00
00						X		
01			X		X	■	X	
11						X		
10								

Q13 – *Karnaugh* (*1 point*). Soit la fonction *F(x, y, z, t, u)* définie par la table de Karnaugh suivante :

A – Dessinez les groupements ⟹

B – Donnez les expressions de chaque groupe :

$G1 = \bar{y}.\bar{z}.\bar{u}$

$G2 = y.z.u$

$G3 = \bar{x}.z.u$

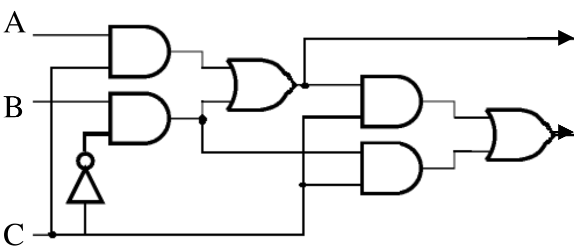
0,5 point

0,5 point

	x = 0				x = 1			
tu ↓ \ yz→	00	01	11	10	10	11	01	00
00	1							1
01		1	1			1		
11		1	1			1		
10	1							1

G1 G2 G3

Q14 – *Analyse de circuits* (*1 point*) Donnez les équations des sorites du circuit suivant



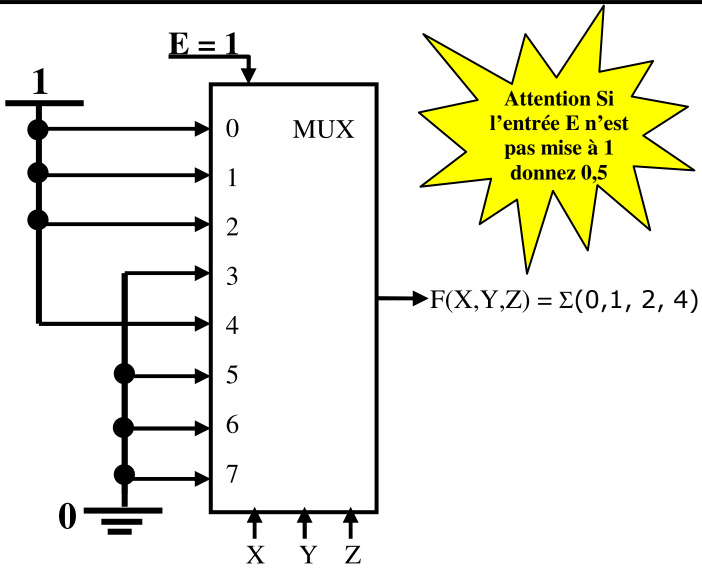
0,5 point

$S1 = AC + B\bar{C}$

0,5 point

$S2 = (AC + B\bar{C}).C + (B.\bar{C}).C$

Q15 – *Utilisation d'un multiplexeur* (*1 point*): On supposant que vous avez à votre disposition un multiplexeur à 3 entrées de commande (X, Y et Z). On vous demande de compléter le schéma suivant de sorte que le multiplexeur réalise la fonction F(X, Y, Z) = Σ(0,1, 2, 4).



Attention Si l'entrée E n'est pas mise à 1 donnez 0,5

Q16 – *<u>Généralisation du théorème de Morgan</u> (**2 points**).*

On suppose que : $\overline{x_1 . x_0} = \overline{x_1} + \overline{x_0}$ *(théorème de Morgan*) Constitue une propriété vraie à l'ordre n=1, on vous demande de démontrer par récurrence que : $\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \quad \overline{\prod_{i=0}^{n} x_i} = \sum_{i=0}^{n}(\overline{x_i})$

$\overline{\prod_{\iota=0}^{n} x_\iota}$ est la négation du produit logique des x_i

$\sum_{i=0}^{n}(\overline{x_\iota})$ est la somme logique des négations des x_i

On suppose la le théorème de Morgan est vrai à l'ordre n-1, on doit démontrer qu'il reste vrai à l'ordre n.

On peut donc dire que $\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \quad \overline{\prod_{i=0}^{n-1} x_i} = \sum_{i=0}^{n-1}(\overline{x_i})$

$$\overline{\prod_{\iota=0}^{n} x_\iota} = \overline{\prod_{\iota=0}^{n-1} x_\iota . x_n} = \overline{\prod_{\iota=0}^{n-1} x_\iota} + \overline{x_n}$$

Or $\overline{\prod_{\iota=0}^{n-1} x_\iota} = \sum_{i=0}^{n-1}(\overline{x_\iota})$

Donc : $\overline{\prod_{\iota=0}^{n} x_\iota} = \sum_{i=0}^{n-1}(\overline{x_\iota}) + \overline{x_n}$

Ce qui nous donne :

$$\overline{\prod_{\iota=0}^{n} x_\iota} = \sum_{i=0}^{n}(\overline{x_\iota})$$