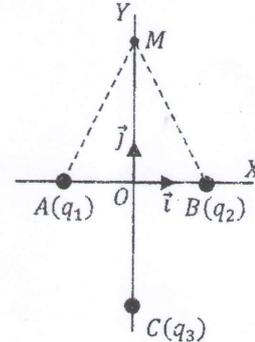


**Examen de Physique 2**

**Exercice 1 : (05 points)**

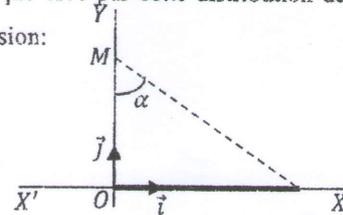
Dans le plan  $OXY$ , trois charges  $q_1 = q_2 = q > 0$  et  $q_3 = -q$  sont placées aux points  $A(-\frac{a}{2}, 0)$ ,  $B(+\frac{a}{2}, 0)$  et  $C(0, -a)$ , respectivement (voir figure ci-contre).



1. Trouver, en fonction de  $q, y$  et  $a$ , les expressions du champ et du potentiel électrostatique créés par les trois charges au point  $M(0, y)$ , tel que  $y > 0$  (Faites un schéma) ;
2. Donner l'énergie interne du système formé par les trois charges  $q_1, q_2$  et  $q_3$  ;
3. Dédire la force subie par une charge ponctuelle  $q_4 = q > 0$  placée au point  $M$  et son énergie potentielle électrostatique.

**Exercice 2 : (04 points)**

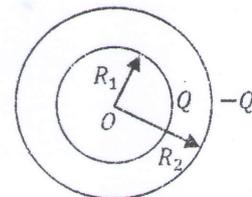
Un fil fini, confondu avec l'axe  $(OX)$  est uniformément chargé avec une densité linéique  $\lambda > 0$ , comme le montre la figure ci-contre. Calculer, en fonction de  $\lambda, a$  et  $y$ , le champ électrique créé par cette distribution de charges en un point  $M$  de l'axe  $(OY)$ , tel que  $OM = y > 0$ . En déduire l'expression:



- du champ électrique créé par le fil semi-infini confondu avec l'axe  $(OX)$  ;
- du champ électrique créé par le fil semi-infini confondu avec l'axe  $(OX)$  ;
- du champ créé par le fil infini confondu avec l'axe  $(X'OX)$ .

**Exercice 3 : (04.50 points)**

On considère deux sphères  $(S_1)$  et  $(S_2)$  concentriques, creuses, de rayons  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) et de charges totales  $Q_1 = +Q$  et  $Q_2 = -Q$ , respectivement. Ces charges sont distribuées uniformément sur les surfaces des sphères correspondantes (voir figure ci-contre).

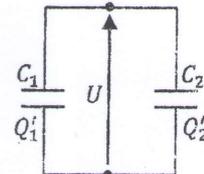


1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique  $\vec{E}$  en tout point de l'espace. Distinguer les trois régions :  $r < R_1, R_1 < r < R_2, r > R_2$
2. Calculer la différence de potentiel entre les deux sphères en utilisant la circulation du champ correspondant ;
3. Dédire la capacité  $C$  du condensateur ainsi formé par les deux armatures sphériques.

**Exercice 4 : (04 points)**

Un condensateur de capacité  $C_1 = 3.3 \text{ mF}$  est chargé sous la tension  $U_1 = 20 \text{ V}$ , un autre condensateur de capacité  $C_2 = 2200 \mu\text{F}$  est chargé sous la tension  $U_2 = 10 \text{ V}$ .

1. Déterminer les charges  $Q_1$  et  $Q_2$  des deux condensateurs ;
2. Calculer l'énergie  $W$  emmagasinée dans les deux condensateurs ;
3. Les deux condensateurs, ainsi chargés, sont isolés et branchés en parallèle (voir figure ci-contre). A l'équilibre :
  - 3.1. Calculer la tension  $U$  aux bornes de l'ensemble ;
  - 3.2. En déduire les nouvelles charges  $Q'_1$  et  $Q'_2$  des deux condensateurs ;
  - 3.3. Calculer l'énergie  $W'$  emmagasinée dans l'ensemble. Comparer  $W$  et  $W'$ . Conclure.



**Question de cours (02.50 points)**

1. Si le potentiel électrostatique est nul en un point de l'espace, le champ est-il également nul en ce point ? expliquer.
2. Donner les propriétés électriques d'un conducteur en équilibre électrostatique.

Département

**Corrigé de l'examen de Physique 2**

**Exercice 1 : (05 points)**

1. Les expressions du champ et du potentiel électrostatique créés par les trois charges au point  $M(0, y)$ , tel que  $y > 0$  :

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M) + \vec{E}_C(M) \quad (0.25)$$

$$= K \frac{q_1}{AM^2} \vec{u}_{AM} + K \frac{q_2}{BM^2} \vec{u}_{BM} + K \frac{q_3}{CM^2} \vec{u}_{CM} \quad (0.25)$$

$$AM = BM = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2} \quad (0.25); \quad CM = a + y \quad (0.25)$$

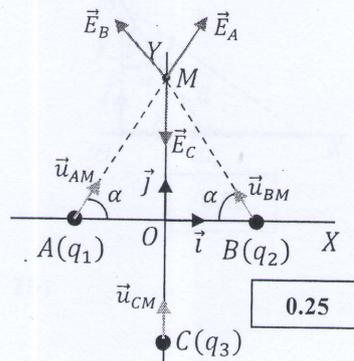
$$\vec{u}_{AM} = \cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j} \quad (0.25); \quad \vec{u}_{BM} = -\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}; \quad \vec{u}_{CM} = \vec{j} \quad (0.25)$$

$$\vec{E}(M) = Kq \left( \frac{2}{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} \sin \alpha - \frac{1}{(a+y)^2} \right) \vec{j} \quad (0.25)$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}} \quad (0.25); \quad \vec{E}(M) = Kq \left( \frac{2y}{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(a+y)^2} \right) \vec{j} \quad (0.25)$$

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) + V_C(M) \quad (0.25) = K \frac{q_1}{AM} + K \frac{q_2}{BM} + K \frac{q_3}{CM} \quad (0.25)$$

$$= Kq \left( \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}} - \frac{1}{a+y} \right) \quad (0.25)$$



2. L'énergie interne du système forme par les trois charges  $q_1, q_2$  et  $q_3$  :

$$U = K \frac{q_1 q_2}{AB} + K \frac{q_1 q_3}{AC} + K \frac{q_2 q_3}{BC} \quad (0.25); \quad AB = a; \quad AC = BC = \frac{\sqrt{5}}{2} a \quad (0.25); \quad U = K \frac{q^2}{a} \left( 1 - \frac{4}{\sqrt{5}} \right) \quad (0.25)$$

3. La force subie par une charge ponctuelle  $q_4 = q > 0$  placée au point  $M$  et son énergie potentielle électrostatique :

$$\vec{F}_4 = q_4 \vec{E}(M) \quad (0.25) = Kq^2 \left( \frac{2y}{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(a+y)^2} \right) \vec{j} \quad (0.25);$$

$$E_{p4} = q_4 V(M) \quad (0.25) = Kq^2 \left( \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}} - \frac{1}{a+y} \right) \quad (0.25)$$

**Exercice 2 : (04 points)**

L'élément de charge  $dq$ , contenu dans l'élément de longueur  $dl$ , va créer au point  $M$  un champ élémentaire :

$$d\vec{E}(M) = K \frac{dq}{r^2} \vec{u} = K \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u} = K \frac{\lambda dx}{r^2} \vec{u} \quad (0.25)$$

Exprimons  $dx$ ,  $r$  et  $\vec{u}$  en fonction de  $\theta$  :

$$\tan \theta = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \tan \theta \quad (0.25) \Rightarrow dx = \frac{y}{\cos^2 \theta} d\theta \quad (0.25)$$

$$\cos \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow r = \frac{y}{\cos \theta} \quad (0.25)$$

$$\vec{u} = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j} \quad (0.25)$$

Le champ électrique élémentaire s'écrit alors :

$$d\vec{E}(M) = K \frac{\lambda}{y} (-\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j}) d\theta \quad (0.25)$$

Le champ électrique total s'obtient en intégrant sur tout le fil :

$$\vec{E}(M) = \int_0^\alpha d\vec{E}(M) \quad (0.25) = K \frac{\lambda}{y} [(\cos \alpha - 1)\vec{i} + \sin \alpha \vec{j}] \quad (0.25)$$

Le champ électrique créé par le fil semi infini confondu avec l'axe  $(OX)$  :

$$\vec{E}_{(OX)}(M) = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \vec{E}(M) \quad (0.25) = K \frac{\lambda}{y} [-\vec{i} + \vec{j}] \quad (0.25)$$

Le champ électrique créé par le fil semi infini confondu avec l'axe  $(OX')$  est le symétrique par rapport à l'axe  $(OY)$  du champ  $\vec{E}_{(OX)}(M)$  (0.25):

$$\vec{E}_{(OX')} (M) = K \frac{\lambda}{y} [\vec{i} + \vec{j}] \quad (0.25)$$

Le champ créé par le fil infini confondu avec l'axe  $(X'OX)$  est obtenu en utilisant le principe de superposition :

$$\vec{E}_{(X'OX)}(M) = \vec{E}_{(OX)}(M) + \vec{E}_{(OX')} (M) \quad (0.25) = 2K \frac{\lambda}{y} \vec{j} \quad (0.25)$$

### Exercice 3 : (04.50 points)

1. Le champ électrique  $\vec{E}$  en tout point de l'espace :

La distribution de charges présente une symétrie sphérique, le champ est radial :  $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$  (0.25)

La surface de Gauss est une sphère de centre  $O$  et de rayon  $r = OM$  (0.25)

Calcul du flux :  $\Phi = \oiint_{(S_G)} \vec{E} \cdot d\vec{S}$  (0.25) =  $ES_G$  (0.25) =  $E(4\pi r^2)$  (0.25)

Théorème de Gauss :

$$\Phi = \oiint_{(S_G)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad (0.25) \Rightarrow E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (0.25)$$

Charge intérieure et champ :

$$r < R_1 : Q_{int} = 0 \quad (0.25) \Rightarrow E = 0 \quad (0.25)$$

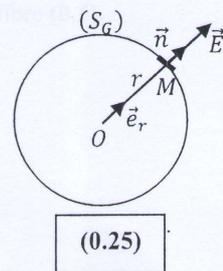
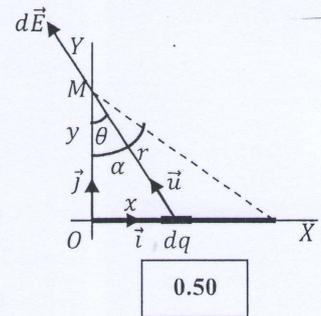
$$R_1 < r < R_2 : Q_{int} = Q \quad (0.25) \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (0.25)$$

$$r > R_2 : Q_{int} = Q - Q = 0 \quad (0.25) \Rightarrow E = 0 \quad (0.25)$$

2. La différence de potentiel entre les deux sphères :

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (0.25) = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right) \quad (0.25)$$

3. La capacité  $C$  du condensateur ainsi formé par les deux armatures sphériques :



$$C_{sph} = \frac{Q}{V_1 - V_2} \quad (0.25) = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \right) \quad (0.25)$$

**Exercice 4 : (04 points)**

Les charges des deux condensateurs :

$$Q_1 = C_1 U_1 = 66 \text{ mC} \quad (0.25); \quad Q_2 = C_2 U_2 = 22 \text{ mC} \quad (0.25)$$

L'énergie emmagasinée dans les deux condensateurs :

$$W = W_1 + W_2 = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 + \frac{1}{2} C_2 U_2^2 \quad (0.25) = 770 \text{ mJ} \quad (0.25)$$

La tension aux bornes de l'ensemble :

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U \quad (0.25)$$

$$U = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2} \quad (0.25) = 16 \text{ V} \quad (0.25)$$

Les nouvelles charges des deux condensateurs :

$$Q_1' = C_1 U \quad (0.25) = 52.8 \text{ mC} \quad (0.25); \quad Q_2' = C_2 U \quad (0.25) = 35.2 \text{ mC} \quad (0.25)$$

L'énergie emmagasinée dans l'ensemble :

$$W' = W_1' + W_2' \quad (0.25) = \frac{1}{2} C_1 U^2 + \frac{1}{2} C_2 U^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U^2 \quad (0.25) = 704 \text{ mJ} \quad (0.25)$$

On remarque que  $W' < W$  (0.25). L'énergie  $\Delta W = W - W' = 64 \text{ mJ}$  a été dissipée sous forme de chaleur, par effet Joule, dans les fils de connexion (0.25).

**Question de cours : (02.50 points)**

1. Si potentiel électrostatique est nul en un point de l'espace, le champ n'est pas forcément nul en ce point (0.5). Par exemple, le potentiel en un point à mi-distance entre deux charges égaux et de signes opposés est nul mais le champ électrique n'est pas nul en ce point (0.5).
2. Les propriétés électriques d'un conducteur en équilibre sont :
  - Pas de charges dans le volume du conducteur en équilibre. Sa charge se répartit toujours sur sa surface (0.5).
  - Le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul :  $\vec{E}_{int} = \vec{0}$  (0.5)
  - Le potentiel électrostatique est constant dans tout le volume d'un conducteur en équilibre (0.5).