Corrigé du Rattrapage de Physique 1

Exercice 1 : (06 points)

1- Les dimensions des constantes α et β : $[\alpha] = L.T^{-1}$ $(\mathbf{0.5})$; $[\beta] = L.T^{-2}$ $(\mathbf{0.5})$

2- L'équation de la trajectoire de M :

$$x = \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{\alpha} \Rightarrow y = \left(\frac{\beta}{\alpha^2}\right) x^2 \ (\mathbf{0.5})$$

3- Les composantes des vecteurs vitesse et accélération ainsi que leurs modules :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = \alpha \ (\mathbf{0.25}) \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = 2\beta t \ (\mathbf{0.25}) \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \ (\mathbf{0.25}) \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = 2\beta \ (\mathbf{0.25}) \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \ (\mathbf{0.25}) = \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2 t^2} \ (\mathbf{0.25}) \ ; \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \ (\mathbf{0.25}) = 2\beta \ (\mathbf{0.25})$$

4- Les composantes tangentielle a_t et normale a_n de l'accélération. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire :

$$a_t = \frac{dv}{dt} \ (\mathbf{0.25}) = \frac{4\beta^2 t}{\sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2 t^2}} \ (\mathbf{0.25}); \ a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \ (\mathbf{0.25}) = \frac{2\alpha\beta}{\sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2 t^2}} \ (\mathbf{0.25})$$

$$R_c = \frac{v^2}{a_n} (\mathbf{0.25}) = \frac{(\alpha^2 + 4\beta^2 t^2)^{\frac{3}{2}}}{2\alpha\beta} \ (\mathbf{0.25})$$

5- La quantité de mouvement et la force subie par M.

$$\vec{P} = m\vec{v} \ (\mathbf{0.25}) = m[\alpha\vec{\imath} + (2\beta t)\vec{\jmath}] \ (\mathbf{0.25}); \ \vec{F} = m\vec{a} \ (\mathbf{0.25}) = (2\beta m)\vec{\jmath} \ (\mathbf{0.25})$$

Exercice 2 : (03 points)

Les coordonnées polaires de M :

$$\rho\,(t) = 1 \ ; \ \theta\,(t) = \frac{1}{2}\alpha t$$

Le vecteur position : $\vec{r}(t) = \rho(t)\vec{e}_\rho = \vec{e}_\rho$ $(\mathbf{0.25})$

Dérivées des vecteurs unitaires de la base polaire :

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\alpha \ (\mathbf{0.25}); \ \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\vec{e}_\theta = \frac{1}{2}\alpha\vec{e}_\theta \ (\mathbf{0.25}); \ \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{e}_\rho = -\frac{1}{2}\alpha\vec{e}_\rho (\mathbf{0.25})$$

Vecteur vitesse et son module :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \ (\mathbf{0.25}) = \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \frac{1}{2}\alpha\vec{e}_\theta \ (\mathbf{0.25}); \ \|\vec{v}\| = v = \frac{1}{2}\alpha \ (\mathbf{0.25})$$

Vecteur accélération et son module :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \ (\mathbf{0.25}) = \frac{1}{2}\alpha\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\frac{1}{4}\alpha^2\vec{e}_\rho \ (\mathbf{0.25}); \ \|\vec{a}\| = a = \frac{1}{4}\alpha^2 (\mathbf{0.25})$$

L'abscisse curviligne de M :

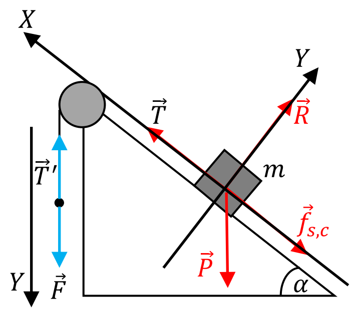
$$s(t) = \int v(t)dt + s_0\ (\mathbf{0.25}) = \frac{1}{2}\alpha t + s_0\ (\mathbf{0.25})$$

Condition initiale :

$$s(t=0) = 0 = s_0\ (\mathbf{0.25}) \Rightarrow s(t) = \frac{1}{2}\alpha t$$

Exercice 3 : (07 points)

$$PFD : \sum \vec{F} = m\vec{a}\ \ (\mathbf{0.25}) : \begin{cases} \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{f}_{s,c} = m\vec{a}\ (\mathbf{0.25}) \\ \vec{F} + \vec{T}' = \vec{0}\ \ (\mathbf{0.25}) \end{cases}$$



(1)

$$Projections : \begin{cases} (OX) : T - P_x - f_{s,c} = ma\ (\mathbf{0.25}) \\ (OY) : R - P_y = O\ (\mathbf{0.25}) \\ (OY) : F - T' = 0\ (\mathbf{0.25}) \end{cases}$$

Force de frottement : $f_{s,c} = \mu_{s,c}R\ (\mathbf{0.5}) = \mu_{s,c}P_y = \mu_{s,c}mg\cos\alpha\ \ (\mathbf{0.25})$

Fil inextensible et de masse négligeable : $T = T'\ (\mathbf{0.5})$

Expression de la force F : $F = P_x + f_{s,c} + ma = mg\big(\sin\alpha + \mu_{s,c}\cos\alpha\big) + ma\ \ (\mathbf{0.5})$

a- Le corps reste immobile : $\mu = \mu_s\ (\mathbf{0.25})$; $a = 0\ (\mathbf{0.25})$

$$F = mg(\sin\alpha + \mu_s\cos\alpha)\ (\mathbf{0.25}) = 18.6\ N\ (\mathbf{0.25})$$

b- Le corps se déplace avec une vitesse constante $v = 1\ m/s$: $\mu = \mu_c\ (\mathbf{0.25})$; $a = 0\ (\mathbf{0.25})$

$$F = mg(\sin\alpha + \mu_c\cos\alpha)\ (\mathbf{0.25}) = 13.46\ N\ (\mathbf{0.25})$$

c- Le corps se déplace avec une accélération constante $a = 1\ m/s^2$: $\mu = \mu_c\ (\mathbf{0.25})$

$$F = mg(\sin\alpha + \mu_c\cos\alpha) + ma\ (\mathbf{0.25}) = 15.46\ N\ (\mathbf{0.25})$$

Questions de cours : (04 points)

1- Les lois de composition des vitesses et des accélérations :

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e\ \ (\mathbf{0.25});\ \ \vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c\ (\mathbf{0.25})$$

2- Définition d'un repère galiléen :

C'est un repère dans lequel le principe d'inertie est vérifié. En d'autres termes, c'est un référentiel dans lequel toute particule isolée (libre) reste immobile si elle l'est déjà ou se déplace avec un mouvement rectiligne et uniforme. **(1)**

3- La différence entre la dynamique et la cinématique :

La cinématique s'intéresse à la description du mouvement, sans considérer les forces qui engendrent le mouvement. La dynamique, au contraire, s'intéresse à la fois à la description du mouvement en relation avec les forces qui le provoquent. **(1)**

4- Le principe fondamental de dynamique dans le cas où la masse est variable :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}\ \ (\mathbf{0.5})$$

5- Le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}\left(\sum \vec{F}\right) = W_{AB}\left(\sum \vec{F}_c\right) + W_{AB}\left(\sum \vec{F}_{nc}\right)\ \ (\mathbf{0.5})$$

Le théorème de l'énergie mécanique : $\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = W_{AB}\big(\sum \vec{F}_{nc}\big)\ (\mathbf{0.5})$