Département : MI 1ème année Durée : 2h00 14 juin 2016	CORRIGE EMD de STRUCTURE MACHINE	

Sujet 2

CHAP.I - SYSTÈMES DE NUMÉRATION (sur 7.5 points)

Q1 *Nombres signés* *(**1,5 points**)* :

En supposant que le nombre « **1** 1110100 » est en **C2** sur ***8 bits*** quelle est sa valeur :

En décimal : **$(-12)_{10}$** 0.5

En C1 : **$(11110011)_{C1}$** 0.5

En S+VA : **$(10001100)_{S+VA}$** 0.5

Q2 *Conversion* *(**4 points**)*

Faites les calculs au brouillant et donner uniquement le résultat ici:

	Valeur correspondant en **DECIMAL** ?	
$(23)_{14}$ =	$2*14+3 = 28+3 =$ **$(31)_{10}$**	0.5
$(10,2)_8$ =	$1x8^1+0x8^0 + 2x8^{-1} = 8 + 2/8 =$ **$(8,25)_{10}$**	0.5
$(1101,1)_2$ =	$1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0+1x2^{-1}=$ **$(13,5)_{10}$**	0.5

	Valeur correspondant en **BINAIRE** ?	
$(51)_{10}$ =	**$(110011)_2$**	0.5
$(2C,A)_{16}$=	**$(0010\ 1100,\ 1010)_2$**	0.5
$(75,31)_8$=	**$(111\ 101\ ,\ 011\ 001)_2$**	0.5

	Valeur correspondant en **bas 8** ?	
$(31)_4$ =	$(13)_{10} = (1101)_2 =$ **$(15)_8$**	0.5
$(A,8)_{16}$=	$(1010,\ 1000)_2 = (\boxed{001}\boxed{010},\boxed{100})_2 =$ **$(12,4)_8$**	0.5

Q3 *Etendue des valeurs* *(**1 point**)* :

*Donnez l'étendue des valeurs que l'on peut représenter sur **n bits** dans les représentations suivantes :*

S+VA : **$[-2^{n-1} + 1,\ -2^{n-1} - 1\ ]$** 0.5

C 2 : **$[\ -2^{n-1}\ ,\ -2^{n-1} - 1\ ]$** 0.5

Q4 *Systèmes de numération* : 0.5

Trouvez la base « ***b*** » pour laquelle cette égalité est vraie :

$(121)_b = (10)_{16}$.

$(121)_b =\ 1x16 + 0 = (16)_{10}$

Ce qui donne : $(121)_b = (16)_{10}$

$(121)_b = (16)_{10} \Leftrightarrow 1xb^2 + 2xb + 1 = 16$

Ce qui donne : $b^2 + 2b + 1 = 16$

Or on est sur que b < 10 car $(142)_b = (23)_{10}$
On est sur aussi que b est > 2.
Il suffit d'essayer les bases allant de 3 à 9.
Commençons par 3 et vérifions :

b = 3 donne : $3^2 + 2x3 + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$

On voit que note égalité est vérifiée, on déduit donc que la base b recherché est 3

Q5 *Addition avec des entiers signés* :

En se servant d'une représentation en **C1** sur **8 bits** (bit de signe compris), faire la somme : **$(65)_{10} + (-30)_{10}$**

0.5

En décimal	Représentation en C_1							
							1	
	1							
$(+65)_{10}$	0	1	0	0	0	0	0	1
+ $(-30)_{10}$	1	1	1	0	0	0	0	1
= $(+35)_{10}$	0	0	1	0	0	0	1	0
Retenue 1								1
	0	0	1	0	0	0	1	1

Q6 *Théorème* Exprimez l'expression ***F*** suivant à base uniquement de NAND :

$$F(x, y) = x \oplus y$$

0.5

$$F(x,y) = x \oplus y$$
$$= \bar{x}.y + x\bar{y}$$
$$= \overline{\overline{\bar{x}.y + x.\bar{y}}}$$
$$= \overline{\overline{\bar{x}.y} \cdot \overline{x.\bar{y}}}$$
$$= (\bar{x} \uparrow y) \uparrow (x \uparrow \bar{y})$$
$$= \boxed{((x \uparrow x) \uparrow y) \uparrow (x \uparrow (y \uparrow y))}$$

Q7 *OU exclusif* (**1,5 point**) *simplifier les expressions suivante ?*

$x \overline{\oplus} 1 =$?

$$x \overline{\oplus} 1 = x.1 + \bar{x}.\bar{1}$$
$$= x + \bar{x}.0$$
$$= x$$

0.5

$x \overline{\oplus} 0 =$?

$$x \overline{\oplus} 0 = x.0 + \bar{x}.\bar{0}$$
$$= \bar{x}.1$$
$$= \bar{x}$$

0.5

$x \overline{\oplus} x =$?

$$x \overline{\oplus} x = x.x + \bar{x}.\bar{x}$$
$$= x + \bar{x}$$
$$= 1$$

0.5

Q8 *Forme canonique*

0.5

Donnez la forme canonique disjonctive de la fonction ***F(x,y,z)*** suivante :

x	y	z	F(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

F(x,y,z) = $\Sigma(0, 2, 6) = m_0 + m_2 + m_6$

$$F(x, y) = \bar{x}.\bar{y}.\bar{z} + \bar{x}.y.\bar{z} + x.y.\bar{z}$$

Q9 *Théorème*

0.5

Démontrez le théorème suivant : $x.0 = 0$

$x.0 = x.(x.\bar{x})$: complementarité

$= (x.x).\bar{x}$: Associativité

$= x.\bar{x}$: idempotence

$= 0$: complémentarité

Q10 *Dualité*

0.5

Donnez la duale de : $\overline{x + \bar{y}} + z\ t$

$$\overline{x + \bar{y}} + z.t = \overline{x + \bar{y}} + (z.t)$$

la duale de $\overline{x + \bar{y}} + (z.t)$

est : $\overline{x . \bar{y}} \cdot (z + t)$

0.5

Q11 Simplification algébrique : Simplifier par la méthode algébrique l'expression booléenne suivante :

$$x.z + \bar{x}.y.z + x.\bar{z} + \bar{x}.y.\bar{z}$$

$= xz + x\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z}$

$= x(z+\bar{z}) + \bar{x}y(z+\bar{z})$

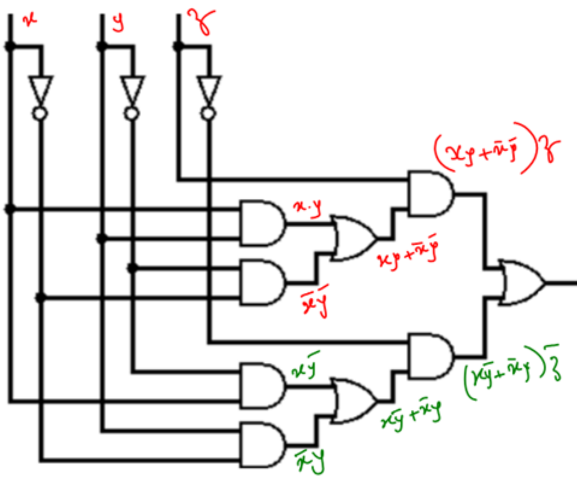
$= x\cdot 1 + \bar{x}y\cdot 1$

$= x + \bar{x}y$

$= x + y$ (théorème de l'inhibition)

Q12 Logigramme: *Soit le logigramme suivant :*

A – Donnez l'expression algébrique de la sortie « ***S*** » :



0.5

Ce qui donne : $(x.y + \bar{x}.\bar{y})z + (\bar{x}.y + x.\bar{y}).\bar{z}$

B – Simplifier S en utilisant d'autres portes que le « ET », « OU » et « NON »:

0.5

$$F(x,y,z) = (x.y + \bar{x}.\bar{y})z + (\bar{x}.y + x.\bar{y}).\bar{z}$$

$$F(x,y,z) = \overline{(x \oplus y)}z + (x \oplus y).\bar{z}$$

$$F(x,y,z) = (x \oplus y) \oplus z$$

Q13 *Karnaugh.*

0.5

Indiquez par une croix toutes les cases adjacentes de la case de couleur foncée.

	x							
	0				1			
tu ↓ / yz→	00	01	11	10	10	11	01	00
00				X				
01	X		X		X			
11				X				
10								

Q14 *Karnaugh* (***1 point***).

A – En se référant à la table de Karnaugh suivante, donnez toutes les formes simplifiées que l'on peut avoir :

zt ↓ \ xy→	00	01	11	10
00	1		1	
01	1		1	1
11				
10				

g_1 g_2 g_3 g'_3

En dessinant les différents groupements, on a exactement 2 formes simplifiées

forme1 : $g_1 + g_2 + g_3 = xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + x\bar{z}t$

forme2 : $g_1 + g_2 + g'_3 = xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{y}\bar{z}t$

0.5

B – Parmi les formes simplifiées que vous pouvez avoir, donnez celle qui vous parait la plus simple.

En comptant le nombre de négations pour les 2 formules ci-dessus, on trouve que la forme 1 est meilleure.

0.5

Q15 *Karnaugh* (***2 points***). Soit la fonction ***F(x, y, z, t) = ∑(1, 7, 11, 13)***

A – Remplir la table de Karnaugh suivante :

0.5

B – Dessinez les groupes

0.5

C – Donnez les expressions de chaque groupe :

zt ↓ \ xy→	00	01	11	10
00				
01	1		1	
11		1		1
10				

g_1 g_2 g_3 g_4

$$F(x,y,z,t) = g_1 + g_2 + g_3 + g_4$$
$$= m_{11} + m_{13} + m_7 + m_1$$
$$= m_1 + m_7 + m_{11} + m_{13}$$
$$= \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}yzt + x\bar{y}zt + xy\bar{z}t$$

0.5

D – En prenant en compte d'autres opérateurs (XOR, NXOR,…), déduire la forme simplifiée de la fonction « *F* » :

Voici ce que nous donne notre fonction : F(x,y,z,t) $= \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}yzt + x\bar{y}zt + xy\bar{z}t$

$$= xy\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}yzt + x\bar{y}zt$$
$$= (xy + \bar{x}\bar{y})\bar{z}t + (\bar{x}y + x\bar{y})zt$$
$$= (x \overline{\oplus} y)\bar{z}t + (x \oplus y)zt$$
$$= \left[(x \overline{\oplus} y)\bar{z} + (x \oplus y)z\right]t$$
$$= \left[(x \oplus y) \overline{\oplus} z\right]t$$

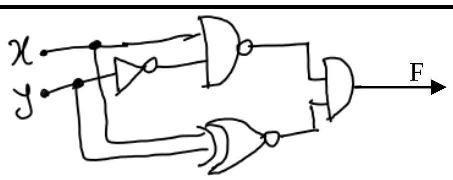
0.5

Q16 *Logigramme*

0.5

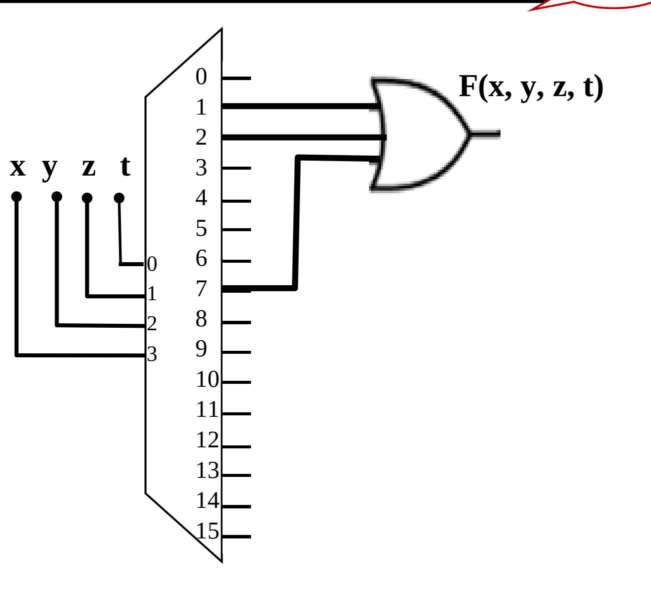
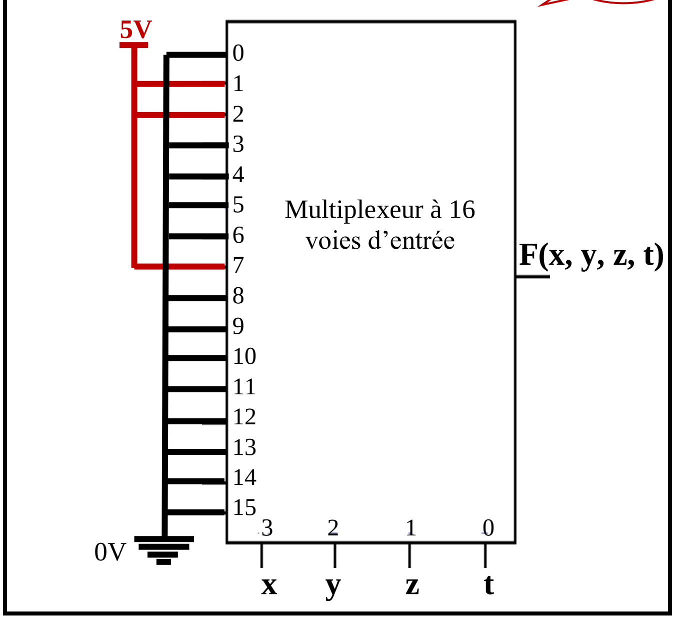
Donnez le logigramme de la fonction ***F*** suivante :

$$F = \left((x \uparrow \bar{y})(x \overline{\oplus} y)\right)$$



CHAPITRE III – CIRCUIT LOGIQUES (sur 3.5 points)

Q17 *<u>Synthèse de fonctions</u>* ***(1 point):*** *Soit la fonction* ***F(x,y,z,t) = ∑(1,2, 7)****, donnez les logigramme de* ***F***

En utilisant un décodeur	En utilisant un MUX
0.5	0.5
	

Q18 *<u>Circuit additionneur</u>* ***(2.5 points)***

A – Donnez les équations d'un demi additionneur (Somme $s_0 = f_0(a_0, b_0)$ et retenue $r_0 = g_0(a_0, b_0)$)

$$s_0 = a_0 \oplus b_0$$ 0.5

$$r_0 = a_0 \cdot b_0$$ 0.5

B – Donnez les équations d'un étage additionneur complet ($s_i = f_1(a_i, b_i, r_{i-1})$ et retenue $r_i = g_1(a_i, b_i, r_{i-1})$)

$$s_i = a_i \oplus (b_i \oplus r_{i-1})$$ 0.5

$$r_i = (a_i \oplus b_i)\, r_{i-1} + a_i b_i$$ 0.5

C – Donnez l'équation de la sortie « s_0 » d'un demi-additionneur en utilisant uniquement des portes NAND

0.5

$$s_0 = a_0 \oplus b_0$$

$$= \bar{a}_0 b_0 + a_0 \bar{b}_0$$

$$= \overline{\overline{\bar{a}_0 b_0 + a_0 \bar{b}_0}}$$

$$= \overline{\overline{\bar{a}_0 b_0} \cdot \overline{a_0 \bar{b}_0}}$$

$$= (\bar{a}_0 \uparrow b_0) \uparrow (a_0 \uparrow \bar{b}_0)$$

$$= [(a_0 \uparrow a_0) \uparrow b_0] \uparrow [a_0 \uparrow (b_0 \uparrow b_0)]$$