Université A. Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie (1ère année)

Année 2018/2019

Durée : 02 heures

Examen de Rattrapage Physique 1

Exercice 1 :

Un point matériel M est animé d'un mouvement défini par les équations :

$$x = \alpha cos\left(\frac{\omega t}{3}\right)$$

$$y = \alpha sin\left(\frac{\omega t}{3}\right)$$

Où α et ω sont des constantes positives et t désigne le temps.

1. Déterminer les dimensions et les unités (dans le système SI) des constantes α et ω .
2. Donner l'équation de la trajectoire. Déterminer les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération ainsi que leurs modules.
3. Donner les coordonnées polaires (ρ, θ) de M. Dans la base des coordonnées polaires $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$, écrire le vecteur position et calculer les composantes des vecteurs vitesse et accélération ainsi que leurs modules.
4. Calculer l'abscisse curviligne s(t) sachant que s(t=0) =0. Calculer les composantes tangentielle et normale de l'accélération. Déduire le rayon de courbure de la trajectoire.
5. Donner les expressions des vecteurs unitaires $(\vec{u}_t, \vec{u}_n)$ de la base des coordonnées intrinsèques.

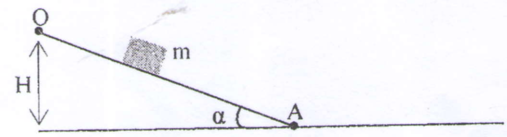
Exercice 2 :

Des flocons de neige tombent verticalement par rapport au sol avec une vitesse $\vec{v}_1$. Les passagers d'une voiture, roulant à une vitesse $\vec{v}_3$ sur une route droite, voient les flocons tomber à une vitesse $\vec{v}_2$
1- Identifier chacune des vitesses $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ *et* $\vec{v}_3$ aux vitesse absolue $\vec{v}_a$, relative $\vec{v}_r$, et d'entrainement $\vec{v}_e$.
2- Quelle est la direction de la vitesse $\vec{v}_2$ (faite un schéma). Calculer son module.
On donne $v_1 = 8\, m.s^{-1}$,$v_3 = 50\, km.h^{-1}$

Exercice 3 :

Un skieur est assimilé à un point matériel de masse m=80kg part de l'arrêt au sommet (point O) d'une pente (piste) faisant un angle α avec l'horizontale. On note H la distance de ce point initial O au plan horizontal et g l'accélération de pesanteur.

1. **Absence de frottements :**



a) Représenter les forces qui agissent sur le skieur.
b) Déterminer l'accélération du skieur à l'instant t.
d) Déduire la vitesse du mobile au point A en fonction de g et H.

2. **Existence de frottement :**

On note $\mu_c = 0.3$ le coefficient de frottement cinétique.
a) Trouver l'accélération du mobile à l'instant t.
b) Déterminer la vitesse du skieur au point A en fonction g, μ_c,α et H.

c) Arrivé au point A, le mobile rencontre une piste horizontale. Une force de frottement apparait lors de son déplacement. Elle est modélisée à faibles vitesses par l'expression :$\vec{F} = -k\vec{v} = -kv\vec{i}$.
-Déterminer la dimension de k. Ecrire le PFD et trouver l'équation différentielle du mouvement.
-Trouver l'expression de la vitesse v(t) ($\grave{a}\ t = 0, v_0 = v_A$).
-Trouver l'expression de x(t).

Application numérique : H=20m ,$\alpha = 45^0$.

Bon courage

Université A. Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie (1ère année)

Année 2018/2019

Durée : 02 heures

Corrigé de l'examen de rattrapage

Exercice N° 1 :

1-Les équations aux dimensions et les unités des constantes α et ω :

La dimension de α est :$[\alpha] = L$, **0.25pt** Son unité est le mètre (m). **0.25pt**

La dimension de ω est :$[\omega] = T^{-1}.1$ **0.25pt** , Son unité est le radian/seconde (rad/s). **0.25pt**

2-L'éqution de la trajectoire :

$x^2 + y^2 = R^2$ **0.25pt** la trajectoire est un cercle de centre (0,0) est de rayon $R = \alpha$.

Les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -\alpha\frac{\omega}{3}sin\left(\frac{\omega t}{3}\right) \ \mathbf{0.25pt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \alpha\frac{\omega}{3}cos\left(\frac{\omega t}{3}\right) \ \mathbf{0.25pt} \end{cases}$$

Son module est :$\|\vec{v}\| = \alpha\frac{\omega}{3}\ m/s$. **0.25pt**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\alpha\frac{\omega^2}{9}cos\left(\frac{\omega t}{3}\right) \ \mathbf{0.25pt} \\ v_y = \frac{dv_y}{dt} = -\alpha\frac{\omega^2}{9}sin\left(\frac{\omega t}{3}\right) \ \mathbf{0.25pt} \end{cases}$$

Son module est :$\|\vec{a}\| = \alpha\frac{\omega^2}{9}\ m/s^2$. **0.25pt**

3-Les coordonnées polaires (ρ, θ)de M :

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \alpha \quad \mathbf{0.25pt} \\ \theta = arctg\frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \frac{\omega t}{3} \quad \mathbf{0.25pt} \end{cases}$$

-Le vecteur position dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$: $\overrightarrow{OM} = \alpha\vec{e}_\rho$. **0.25pt**

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega}{3} \quad \mathbf{0.25pt} \quad , \quad \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta = \frac{\omega}{3}\vec{e}_\theta \quad \mathbf{0.25pt} \quad ,$$

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\rho = -\frac{\omega}{3}\vec{e}_\rho \mathbf{0.25pt}$$

-Le vecteur vitesse : $\vec{v} = \alpha\frac{\omega}{3}\vec{e}_\theta$ **0.25pt** , Son module est : $\|\vec{v}\| = \alpha\frac{\omega}{3}m/s$ **0.25pt**

-Le vecteur accélération :$\vec{a} = -\alpha\frac{\omega^2}{9}\vec{e}_\rho$ **0.25pt** ,Son module est : $\|\vec{a}\| = \alpha\frac{\omega^2}{9}m/s^2$. **0.25pt**

4-L'abscisse curviligne : $\frac{ds}{dt} = v \Rightarrow ds = vdt$. **0.25pt**

$S(t) = \int vdt = = \alpha\frac{\omega t}{3} + c$ **0.25pt** D'après les conditions initiales : à $t = 0$, $S_0 = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow$

$S(t) = \alpha\frac{\omega t}{3}$. **0.25pt**

-L'accélération tangentielle : $a_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = 0$. **0.25pt**

-L'accélération normale : $a_n = a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = a = \alpha \frac{\omega^2}{9} mS^{-2}$. **0.25pt**

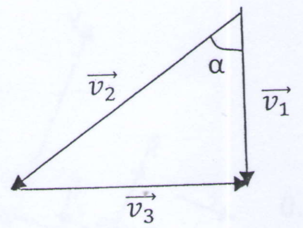
-Les expressions des vecteurs unitaires $(\vec{u}_t, \vec{u}_n)$:

$\vec{u}_t = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$ **0.25pt** $\quad \vec{u}_t = -sin\left(\frac{\omega t}{3}\right)\vec{\imath} + cos\left(\frac{\omega t}{3}\right)\vec{\jmath}$ **0.5pt**

$\vec{u}_n = \frac{\vec{a}_n}{\|\vec{a}_n\|} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$ **0.25pt** $\quad \vec{u}_n = -\left(cos\left(\frac{\omega t}{3}\right)\vec{\imath} + sin\left(\frac{\omega t}{3}\right)\vec{\jmath}\right)$ **0.5pt.**

Exercice N° 2 :

1- L'identification des vitesses :



0.5pt

Le repère absolu R est :le sol.

Le repère relatif R'est :la voiture.

Le mobile M est le flocon de neige.

- $\vec{v}_3$est la vitesse d'entrainement $\vec{v}_e$ **0.5pt**

- $\vec{v}_1$est la vitesse absolue $\vec{v}_a$ **0.5pt**

- $\vec{v}_2$est la vitesse relative $\vec{v}_r$ **0.5pt**

2- La vitesse des flocons de neige par rapport à la voiture

D'après la loi des compositions des vitesses : $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ **0.5pt**

$\vec{v}_1 = \vec{v}_3 + \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_3$ donc $v_2 = \sqrt{v_1^2 + v_3^2}$ **0.5pt**

$AN : v_1 = 8m/s, \ v_3 = 50k/h = 13{,}9\ m/s \rightarrow \ v_2 = 16m/s$ **0.5pt**

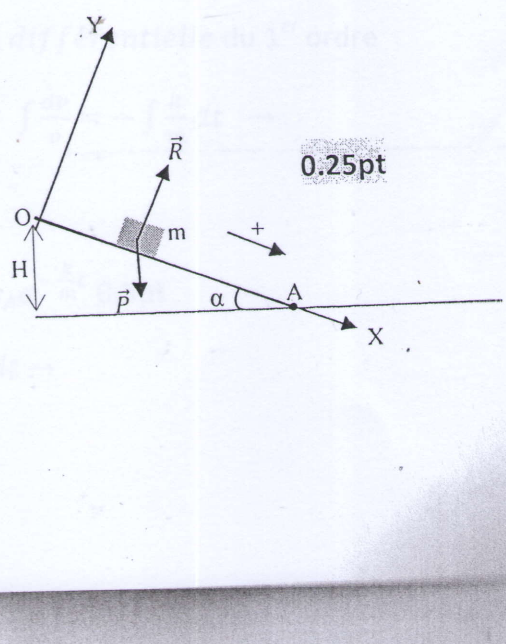
La direction du vecteur vitesse relative :

$tg\alpha = \frac{v_e}{v_a} = 1.74 \Rightarrow \alpha = 60.1°$ **0.5pt**

Exercice N° 3 :

1.Absence de frottement :

a. Voir le Schéma.



b.L'accélération du skieur à l'instant t :

D'après le PFD : $\sum \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \ \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$ **0.25pt**

Projection surOx : $mgsin\alpha = ma \rightarrow \ a = gsin\alpha$**0.25pt**

Projection sur Oy : $R = mgcos\alpha$. **0.25pt**

AN : $a = \ \ 7.07\ m/s^2$ **0.25pt**

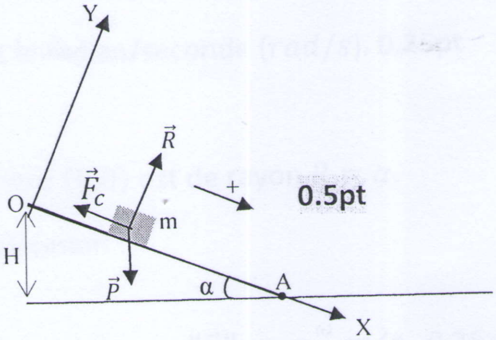
c. La vitesse du skieur au point A

On $a = cste \rightarrow v_A^2 - v_0^2 = 2aOA$ **0.25pt** $\rightarrow v_A^2 - 0 = 2gsin\alpha\ OA$ **0.25pt**. Avec $OA\ sin\alpha = H$

$v_A^2 = 2gH \rightarrow v_A = \sqrt{2gH}$ **0.25pt** AN: $v_A = 20\ m/s$ **0.25pt**

2.Existence de frottement :

a. Voir schéma



b. Accélération du skieur à l'instant t

PFD : $\vec{p} + \vec{R} + \vec{F}_c = m\vec{a}$ **0.25pt**

Projection sur Ox : $mgsin\alpha - F_c = ma$ **0.25pt**

Projection sur Oy : $mgcos\alpha - R = 0 \rightarrow R = mgcos\alpha$

$F_c = \mu_c R = \mu_c mgcos\alpha$ **0.25pt**

Donc $a = g(sin\alpha - \mu_c cos\alpha)$ **0.25pt** AN : $a = 4.9\ m/s^2$ **0.25pt**

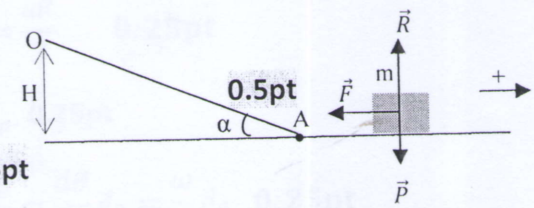
c. Vitesse du skieur au point A

On a $a = cste \rightarrow v_A^2 - v_0^2 = 2a0A \rightarrow v_A^2 - 0 = 2g(sin\alpha - \mu_c cos\alpha)0A(0Asin\alpha = H)$

$v_A = \sqrt{2gH(1 - \mu_c ctg\alpha)}$ **0.25pt** AN : $v_A = 16.73 m/s$ **0.25pt**

3. a) L'équation au dimension de K

$\|\vec{F}\| = F = kv \rightarrow [\![k]\!] = \frac{[\![F]\!]}{[\![v]\!]} = ML^{-1}$ **0.25pt**



- L'équation différentielle

PFD : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a} \rightarrow \vec{P} - k\vec{v} + \vec{R} = m\vec{a}$ **0.25pt**

Après la projection suivant le sens du mouvement :

$-kv = ma \rightarrow -kv = m\frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v$ **0.5pt** *équation différentielle* du 1^{er} ordre

b. L'expression de la vitesse : $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v \rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{k}{m}dt \rightarrow \int\frac{dv}{v} = -\int\frac{k}{m}dt \rightarrow$

$\ln v = -\frac{k}{m}t + cste \rightarrow v = \lambda e^{-\frac{k}{m}t}$ **0.5pt**

Condition initiale : à $t = 0, v_0 = v_A \rightarrow \lambda = v_A$ d'où $v = v_A e^{-\frac{k}{m}t}$ **0.5pt**

c. L'expression de $x(t)$: $\frac{dx}{dt} = v \rightarrow x(t) = \int_0^{x(t)} dx = \int_0^t v dt \rightarrow$

$x(t) = v_A\frac{m}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}1\right)$ **1 pt**