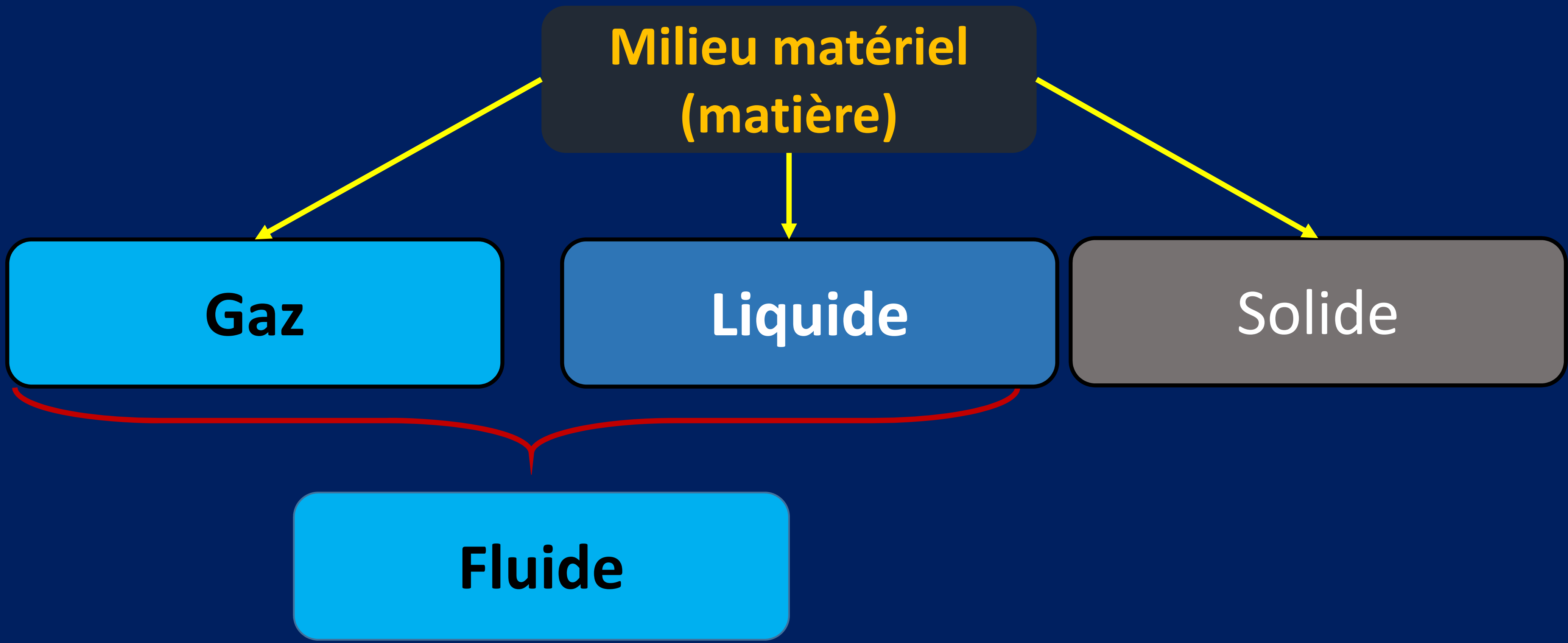
Chapitre 2. Mécanique Des Fluides.

Sommaire

2.1. Définition et caractéristiques d’un fluide.



L’état fluide englobe deux états de la matière : le liquide et le gaz.

A. Qu'est-ce qu'un fluide ?

Un fluide est un milieu matériel *Continu* , *Déformable* et *Mou*

Un fluide peut être considéré comme étant une substance formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. C'est donc **un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler**.

- **Continu** : les particules d'un fluides sont considérées compactée (l'une très proche de l'autre (pas de vide)). L'association des molécules forme la **les particule fluide** (**élément fluide**). L'élément fluide est caractérisé par un **volume infinitésimal** (dV) à notre échelle (**ce n'est pas un pts)**, mais il contient un très grand nombre de molécules.

Par exemple, une gouttelette de brouillard, aussi petite soit-elle à notre échelle, est toujours immense à l'échelle moléculaire. Elle sera toujours considérée comme un milieu continu.

Un élément fluide est caractérisé par son propre volume, sa propre masse, sa propre température, sa propre pression….

- **Déformable**: prend la forme du récipient (***forme indéfinie***)

- **Mou (N'est pas rigide)**: s'écoule (bouge) si on lui applique une force.

Fluide

- **Fluide parfait** — Absence de frottement visqueux
  - **Fluide incompressible** — Volume constant sous l'effet de la pression
  - **Fluide compressible** — Volume varie sous l'effet de la pression
- **Fluide réel** — Existence de frottement visqueux
  - **Fluide Newtonien** — Viscosité constante, ne varie qu'en fct de T
  - **Fluide Non-Newtonien (complexe)** — Viscosité varie lors de l'écoulement

Dans notre cours on se limite à l'étude de comportement des fluides parfaits et incompressibles à l'état liquide. Si le fluide (liquide) est au repos et en équilibre (Hydrostatique), si le liquide en mouvement (Hydrodynamique)

2.2. Hydrostatique (Relation fondamentale de l'hydrostatique, poussée d'Archimède, flottabilité)

Comme on l'a dit précédemment « *Un élément fluide est caractérisé par son propre volume, sa propre masse, sa propre pression… ».*

***Alors,* l'élément fluide même s'il est au repos (équilibre) est soumis aux forces de volume (poids) et force de surface (pression, tension superficielle).**

Dans ce cours on néglige les forces de tension superficielle.

2.1.1Notion de pression

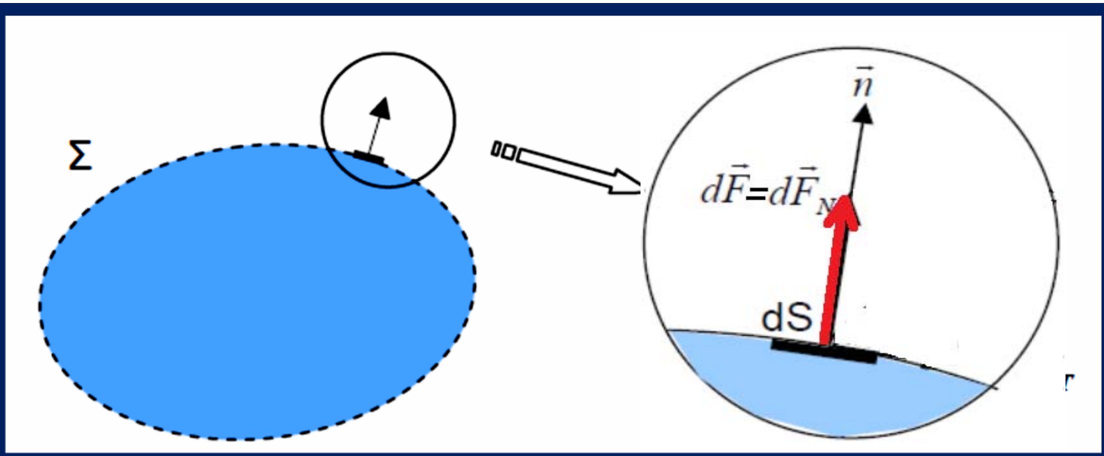
Considérons $\vec{dF}$ la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire dS de normale $\vec{n}$ entre le fluide et le milieu adjacent (voisin).

On peut toujours décomposer $\vec{dF}$ en deux composantes:

- une composante $\overrightarrow{dF_T}$ tangentielle à dS.
- une composante $\overrightarrow{dF_N}$ normale à dS.

Le fluide en question est parfait d'où les effets de frottement ne sont pas pris en compte. C'est à dire que la composante $\overrightarrow{dF_T}$ est nulle.

Autrement dit, la force $\vec{dF}$ est normale à l'élément surface dS ($\vec{dF}$=$\overrightarrow{dF_N}$)



un volume délimité par une surface fermée **Σ** **(fictive ou matérielle).**

La pression est une grandeur scalaire. C'est l'intensité de la composante normale de la force $\overrightarrow{dF_N}$ qu'exerce le fluide sur l'unité de surface *dS*.

Elle est définie en un point A d'un fluide par l'expression suivante :

$$P = \frac{\|\vec{dF}\|}{dS} = \frac{\|\overrightarrow{dF_N}\|}{dS} \rightarrow unité\ \frac{N}{m^2} = 1\ Pascal\ (Pa)$$

Dans le SI l'unité de la pression est le Pascal (Pa) =$\frac{N:Newton}{m^2:mètre\ carré} = kg.m^{-1}s^{-2}$en fonction des unités de base (KMSA)

Il existe d'autres unités de la pression hors le Système international (SI) comme:

- ✓ **Le bar :**

1 bar **est la pression exercée par une force de 1** ***daN*** **(1 Kg_f) sur une surface de** ***1 cm²***

1 bar = 10^5 Pa

- ✓ **L'atmosphère :**

1 ***atm*** **la pression atmosphérique normale (h=0m (niveau de mer) et T=273°K (0°C)).**

1 atm = 1,01325 × 10^5 Pa

- ✓ **La hauteur de mercure :**

760 mm Hg = 76 cm Hg = *1 atm* (valeur de la pression atmosphérique normale).

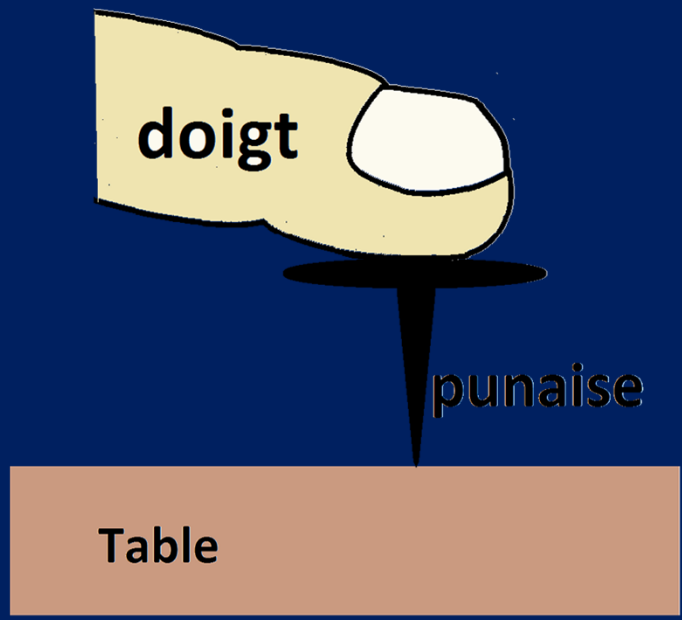
1 mm Hg (0,1 cm Hg) = 133.322 Pa

- ✓ **Le torr**

1 Torr = 133.322 Pa = 1 mm Hg

EXEMPLE

Le doigt exerce sur la punaise une ***force de 12 N***.
L'aire de la tête de la punaise est ***240 mm^2***, celle de la pointe ***0,5 mm^2***.



1.Calculer la pression exercée par le doigt sur la tête de la punaise
2.Quelle est la pression de la pointe de la punaise sur la table ?
(Donner les résultats en Pa, en bar, en atm et en Torr (mm Hg))

2.1.2 Lois de l'Hydrostatique :

1ère loi: Loi Fondamentale de Hydrostatique (LFH)

Dans un liquide en équilibre et au repos, la différence de pression ΔP entre deux points A et B situés respectivement au niveau des plans horizontaux π_A et π_B est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho g (Z_A - Z_B)$$

Avec

P_A : Pression au plan horizontal π_A

P_B : Pression au plan horizontal π_B

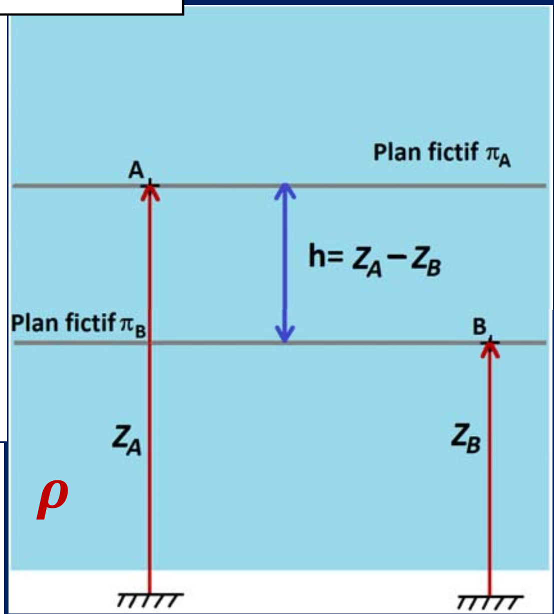
ρ : Masse volumique du liquide

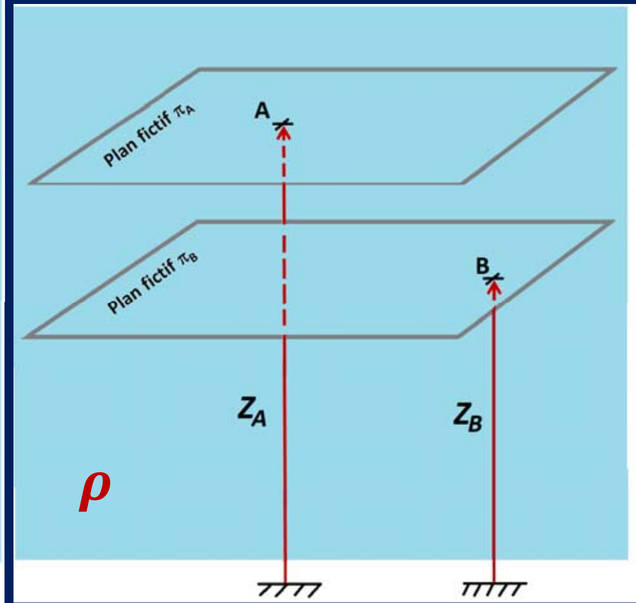
g : accélération de la pesanteur

Z_A : Altitude (position verticale) du pt A

Z_B : Altitude (position verticale) du pt B

$h = (Z_A - Z_B)$: dénivellation entre les plans horizontaux π_1 et π_2.





$$\Delta P = P_B - P_A = \rho g h$$

Loi Fondamentale de Hydrostatique (LFH)

la pression augmente avec la profondeur

la pression diminue avec l'altitude

Démonstration

Soit un cylindre (fictif ou matériel) contenant un fluide. Soit $\vec{F}$ une force perpendiculaire appliquée sur piston (fictif ou matériel) de section *S* et de masse négligeable.

La pression sous le piston est : $P_A = \dfrac{F}{S}$

où *S* est la section du piston.

L'équilibre du fluide se traduit par : $\vec{F} + \vec{\mathscr{P}} + \vec{R} = \vec{0}$

$$\left\|\vec{\mathscr{P}}\right\| = m_f g = \underbrace{\rho V}_{m} g = \rho \underbrace{S h}_{V} g \ : \text{ Poids du liquide}$$

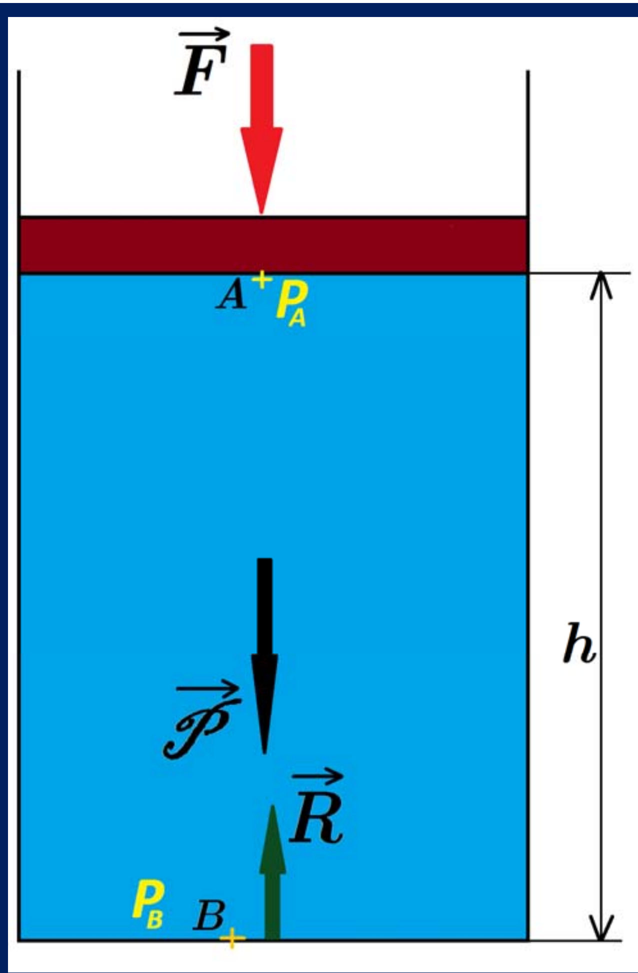
La force totale exercée par le fluide sur le fond du cylindre (en B) est :

$$\vec{F}_N = \vec{F} + \vec{\mathscr{P}} \quad \Rightarrow \vec{F}_N = -\vec{R} \quad \Rightarrow F_N = F + \mathscr{P} = R$$

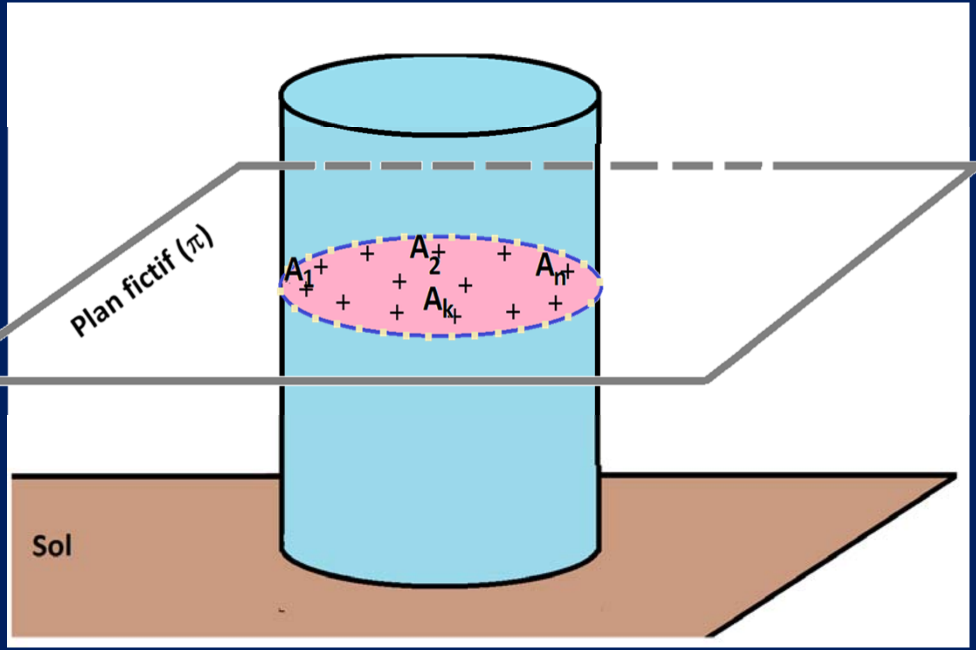
La pression exercée par le fluide sur le fond du cylindre (B) est :

$$P_B = \frac{F_N}{S} = \frac{F}{S} + \frac{\mathscr{P}}{S} = P_A + \frac{m_f g}{S} = P_A + \frac{\rho V_f g}{S} = P_A + \frac{\rho \cancel{S} h g}{\cancel{S}} = P_A + \rho g h$$

$$\Leftrightarrow P_B = P_A + \rho g h$$



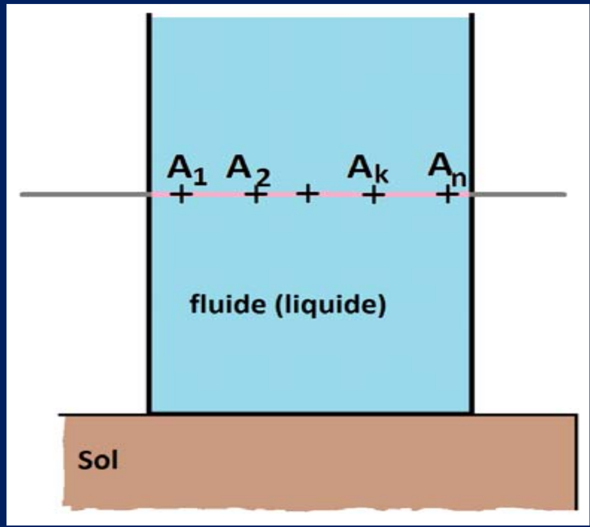
2ème loi: est un cas particulier de la LFH (h=0, les deux plans π_A, π_B sont confondus)



$$\Delta P = P_B - P_A = \rho g h = \rho g \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow P_B = P_A$$

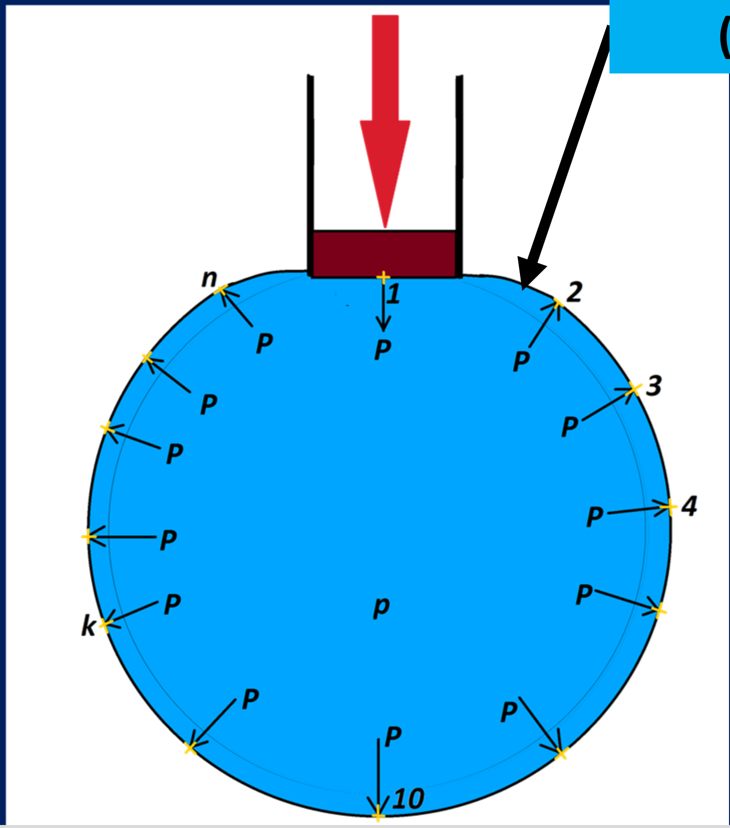
« Dans un liquide en équilibre et au repos, la pression est constante (équitable) en tout point de ce liquide, appartenant au même plan horizontal (π) ».

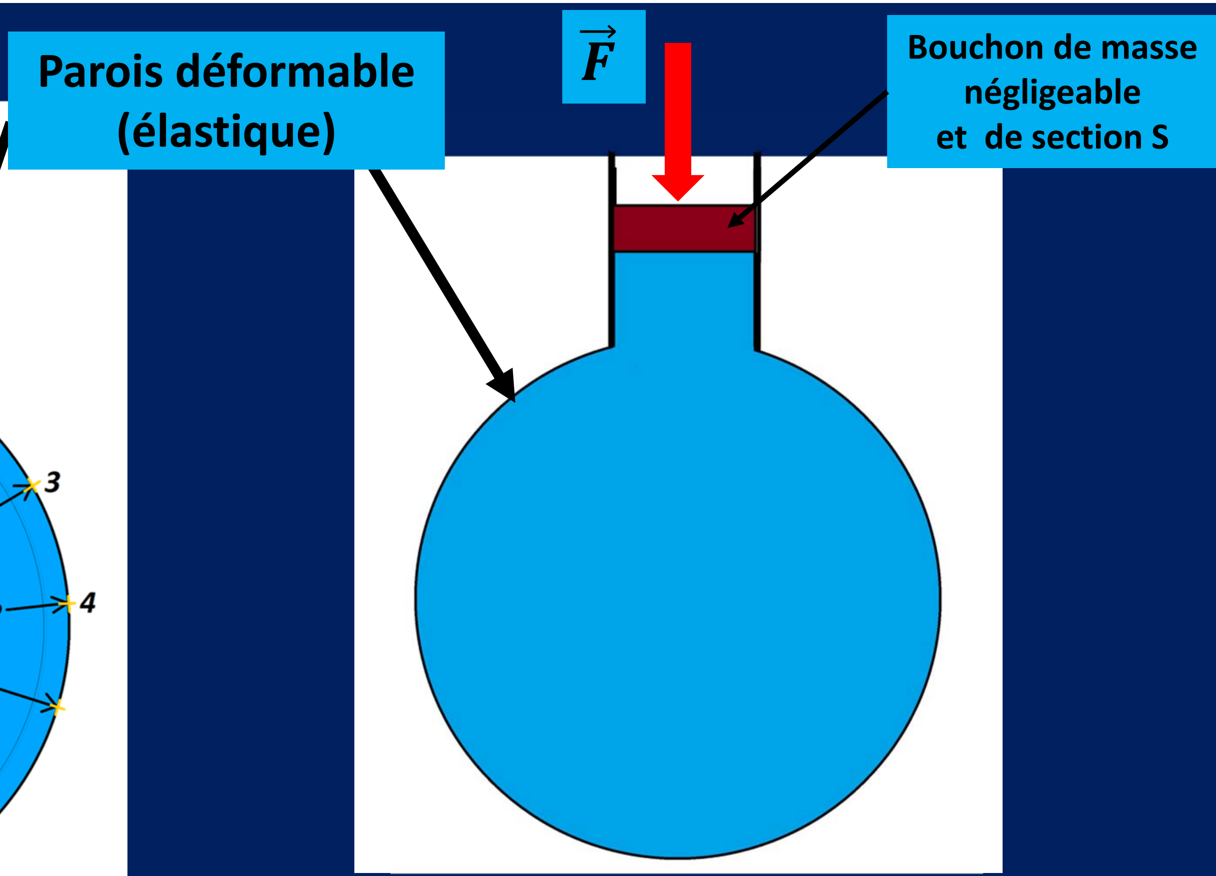
$$P_{A_1} = P_{A_2} = \cdots = P_{A_k} = \cdots = P_{A_n}$$



3ème loi: Loi (Principe) de Pascal

$$p_1 = \frac{\|\vec{F}\|}{S}$$





$$p_1 = \frac{\|\vec{F}\|}{S} = p_2 = p_3 = \cdots = p_3 = \cdots = p_n$$

Une variation de la pression en n'importe point quelconque dans un fluide enfermé est transmise intacte (non diminuée) à tous les points de ce fluide.

Démonstration

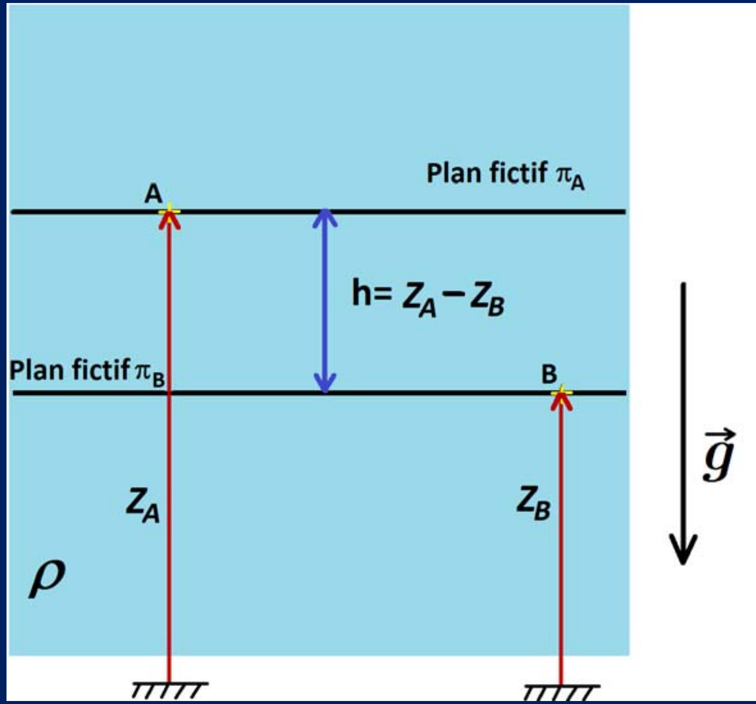
Considérons les points A et B dans un liquide au repos et en équilibre. La loi qui relie les pressions en ces points est $P_B = P_A + \rho g h$

Si au point A la pression varie de d'une quantité p et elle devient $P'_A = P_A + p$. La pression en B prend la valeur P'_B.

Quelle sera la valeur de P'_B?

On applique La LFH entre les pts (A,B) on trouve:

$$P'_B = P'_A + \rho g h = (P_A + p) + \rho g h$$
$$= p + (P_A + \rho g h)$$
$$P'_B = p + P_B$$

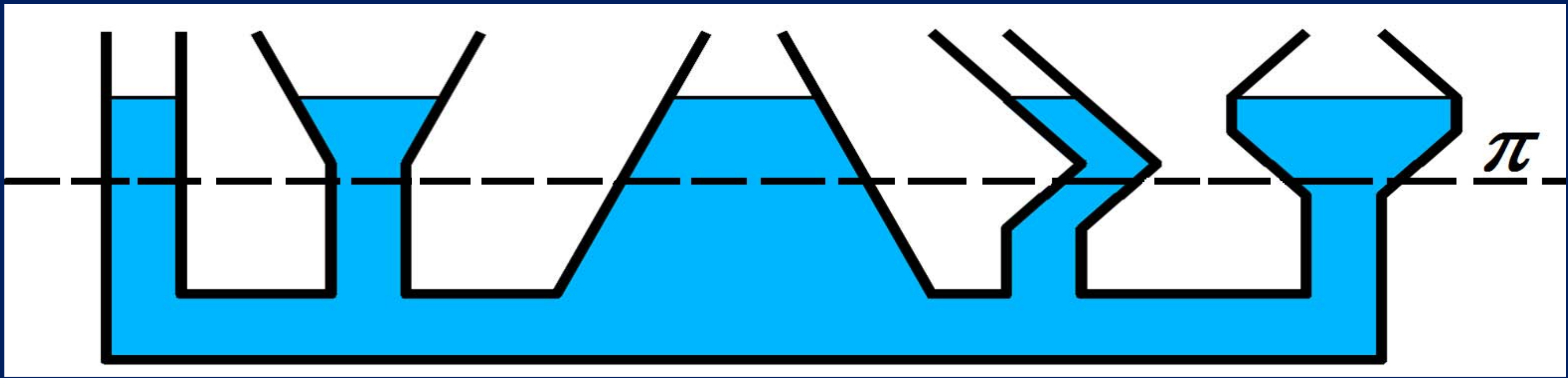


Toute variation de pression, en un point d'un liquide en équilibre, entraîne la même variation en tous ses points.

2.1.3 Applications des lois de l'Hydrostatique :

1) Principe des vases communicants

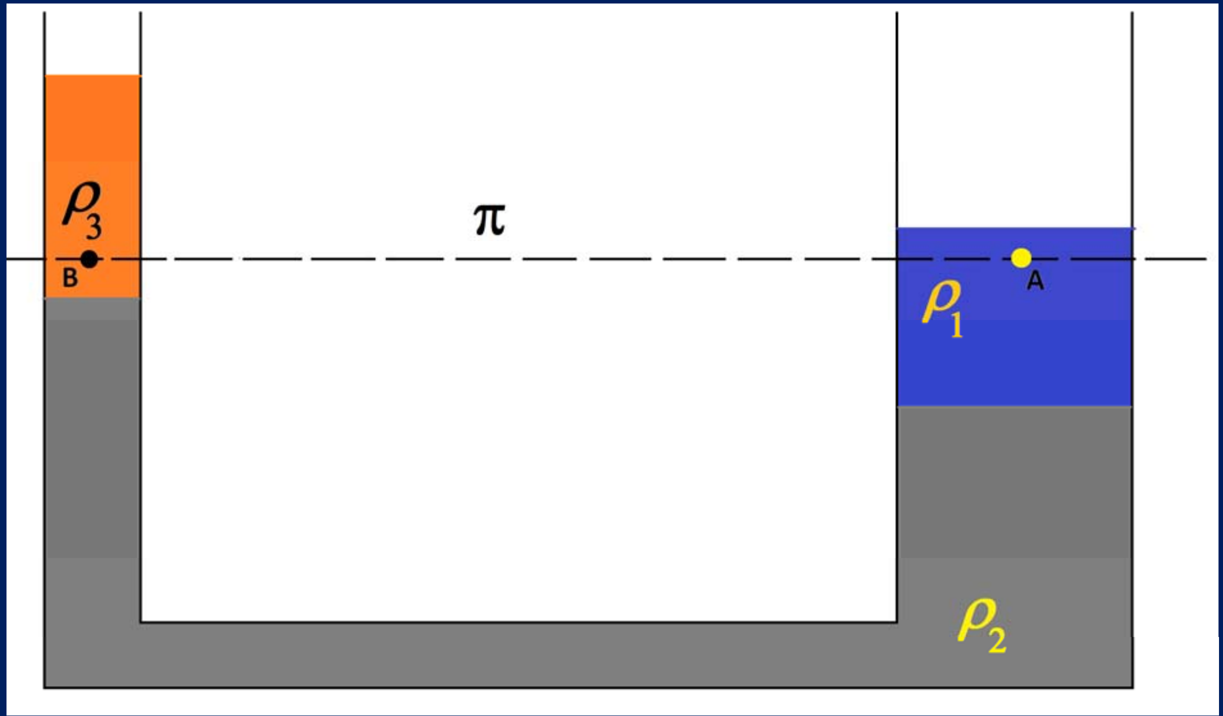
Dans plusieurs vases de forme géométrique quelconque, communiquant entre eux et contenant un seul liquide en équilibre, les surfaces libres dans les différents vases sont dans le même plan horizontal (⇒ les pressions au niveau des surface libre sont identiques). Tout les points appartenant au même plan horizontal ont la même pression



Dans le cas où les vases contiennent plusieurs liquides non miscibles, de différentes masses volumiques, les points se trouvant sur une même horizontale ne peuvent pas être à la même pression s'ils n'appartiennent pas à un même liquide.

Soit, par exemple un tube en U (constitué de 2 vases communicants) dans lequel se trouvent 3 liquides de masses volumiques ρ_1, ρ_2 et ρ_3.

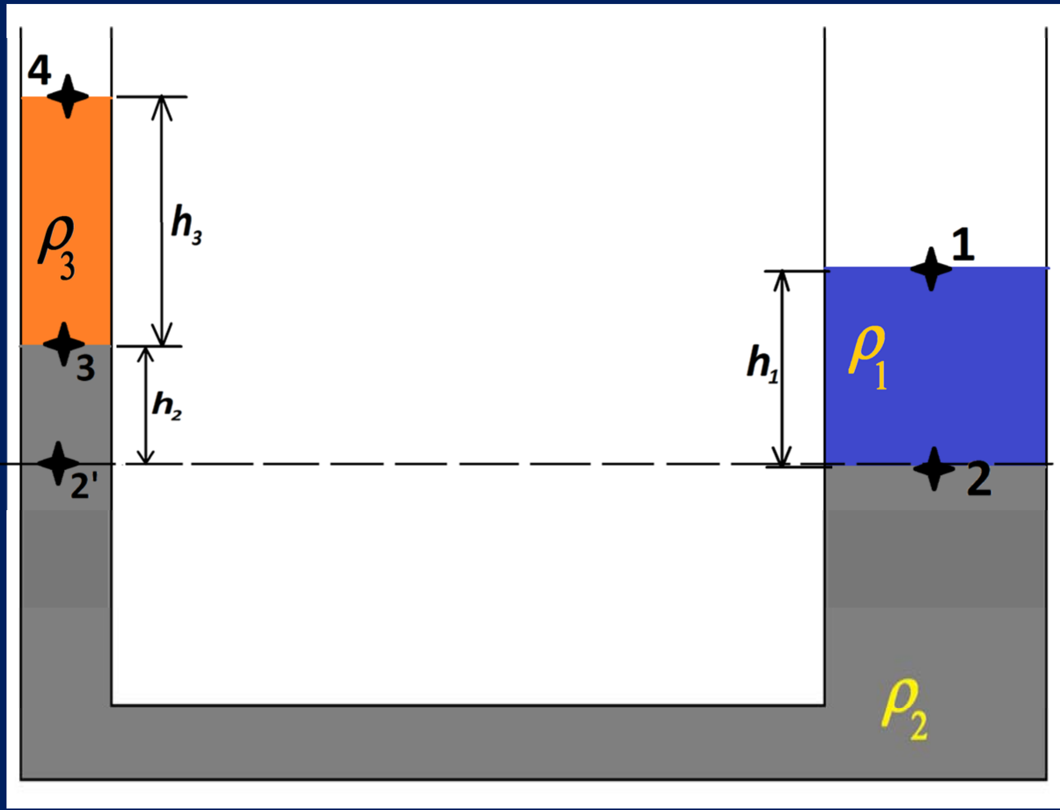
Les points A et B appartiennent au même plan (π), mais $P_A \neq P_B$



Détermination des expressions de la pression dans un tube en U

L'application de la LFH entre chaque paire de points, nous permet de trouver les expressions suivantes :

- ✓ LFH entre (1 et 2) $P_2 = \rho_1 g h_1 + P_1 \ldots\ldots\ldots(1)$
- ✓ LFH entre (2' et 3) $P_{2'} = \rho_2 g h_2 + P_3 \ldots.(2)$
- ✓ LFH entre (3 et 4) $P_3 = \rho_3 g h_3 + P_4 \ldots.(3)$



On remplace (3) dans (2)

$$P_{2'} = \rho_2 g h_2 + \underbrace{\rho_3 g h_3 + P_4}_{P_3} \ldots\ldots\ldots(2')$$

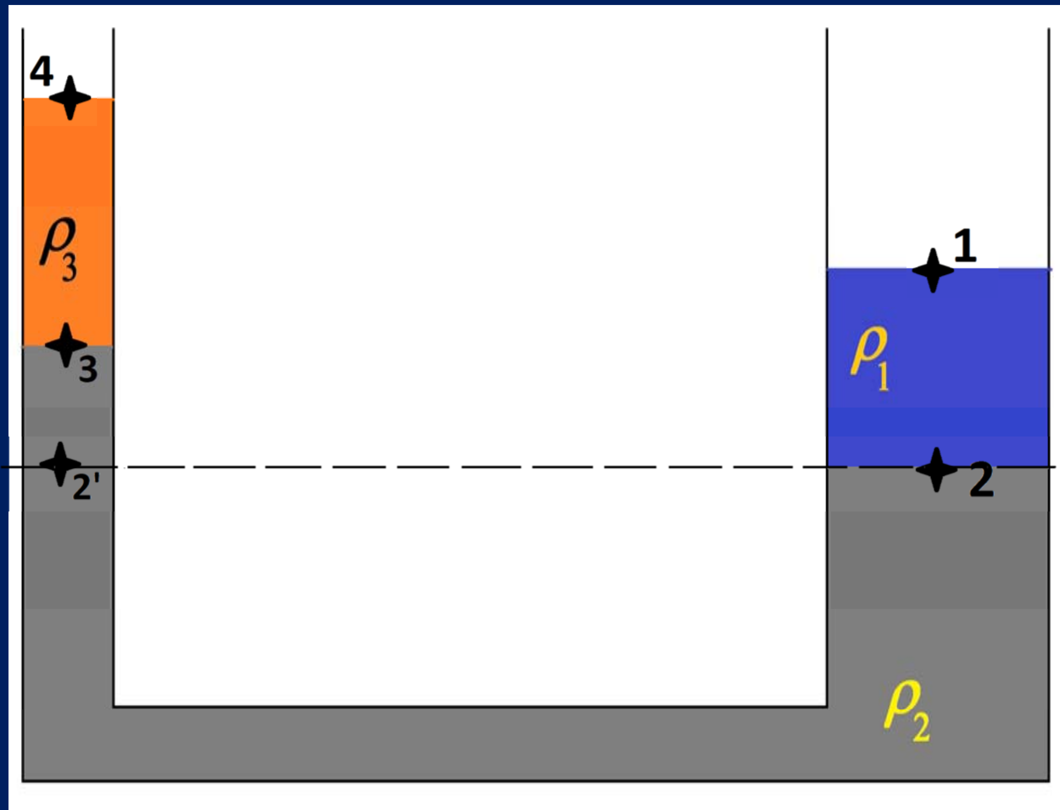
On a les pts 2 et 2' appartiennent au même plan horizontal et au même fluide ⇒ $P_2 = P_{2'}$ ((2)=(2'))

$$\rho_1 g h_1 + P_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + P_4$$

On a les pts 1 et 4 sont en contact avec l'air libre (l'atmosphère) $\Rightarrow P_1 = P_4 = P_0$

$$\rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

On exploite cette expression pour déterminer le paramètre inconnu en fonction des autres paramètre connus.



Exemple 1 : h_2 inconnu (h_2=?)

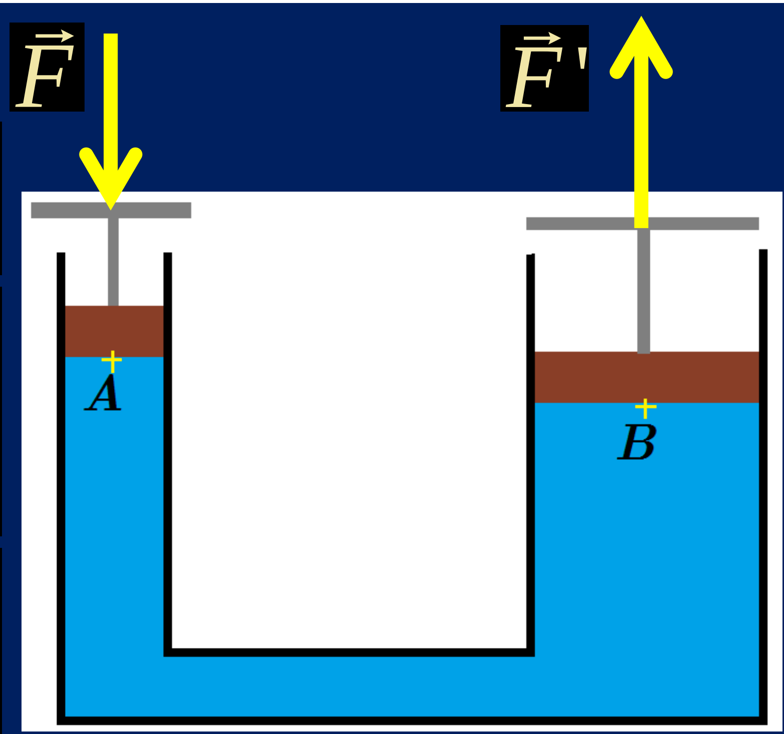
$$h_2 = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_3 h_3}{\rho_2}$$

Exemple 2 : ρ_3 inconnu (ρ_3=?)

$$\rho_3 = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2}{h_3}$$

2) Presse Hydraulique

Soit le système ci-contre, qui permet de multiplier la valeur d'une force :



Une force $\vec{F}$ exercée sur le petit piston de section *S* produit une augmentation de pression $p = \frac{F}{S}$ (1)

Cette augmentation de pression p est intégralement transmise à tous les points du liquide (principe de Pascal) et en particulier au point B qui produit sur le grand piston de section S' une force $\vec{F'}$ telle que : $F' = S'.p$

soit : $p = \frac{F'}{S'}$ (2)

De (1) et (2), on obtient : $\frac{F}{S} = \frac{F'}{S'} \Rightarrow F' = \frac{S'}{S} \cdot F$

Dans la presse hydraulique, la force F' disponible sur le piston de travail (S') est égale au produit de la force F exercée sur le piston de mise en pression (S) par le rapport des sections des deux pistons.

3) Mesure de pression (Baromètre et manomètre)

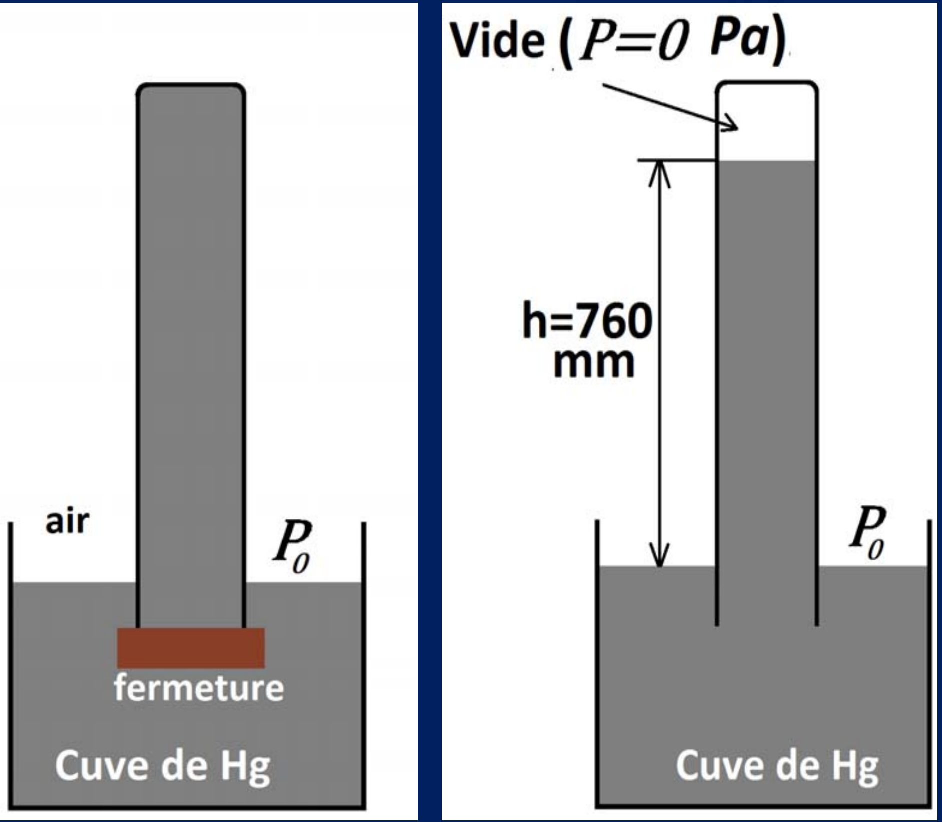
Les lois de l'hydrostatique sont également utilisées pour mesurer les pressions des fluides. Les appareils qui permettent ces mesures sont appelés Baromètres, quant il s'agit de l'air atmosphérique, et manomètres pour les autres fluides.

➢ Baromètre (inventé par Torricelli en 1644)

La mesure de h permet de déterminer la pression atmosphérique P_0. En effet la loi fondamentale de l'hydrostatique s'écrit dans ce cas:

$$P_0 - \underbrace{P}_{=0\,Pa} = \rho g h$$

$$P_0 = \rho g h$$
$$= 13.6\times10^3 \times 9.81 \times 760 \times 10^{-3}$$
$$\approx 1.013 \times 10^5\ Pa$$

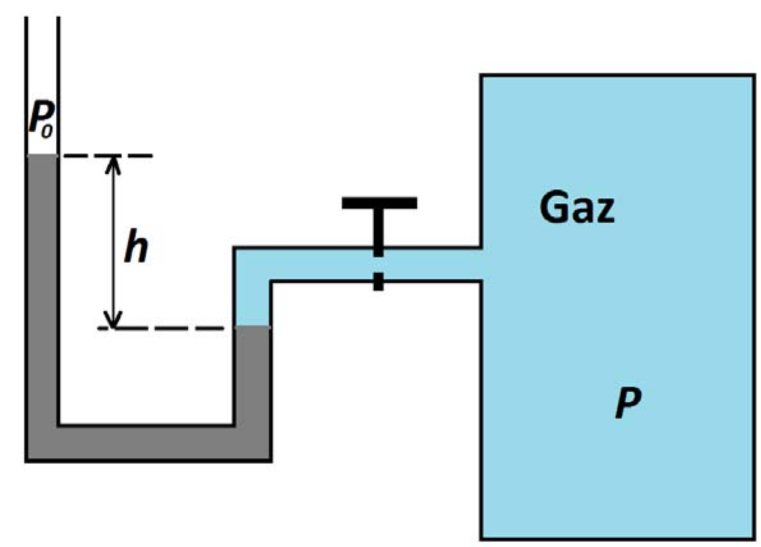


➢ Manomètre

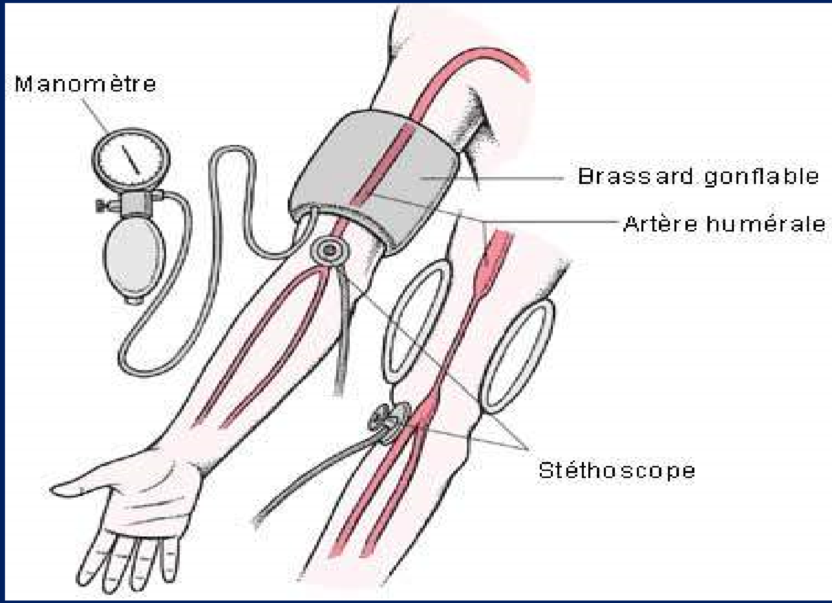
Est un tube en U dans lequel se trouve une certaine quantité du Mercure. Ce tube est relié à la sortie d'un réservoir plein de gaz.

Les surfaces libres du Mercure (Hg) sont soumises à des pressions différentes (P_0 et P). Il s'en suit alors une dénivellation h des surfaces de Mercure telle que: $P - P_0 = \rho_{Merc} \cdot gh$

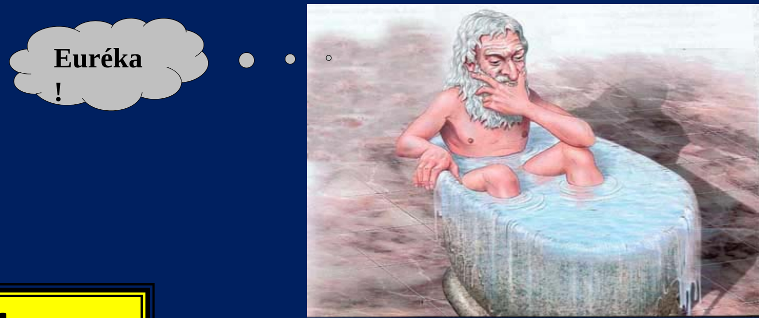
$$P = P_0 + \rho_{Merc} \cdot gh$$



Manomètre différentiel



2.1. Principe d'Archimède et Flottabilité

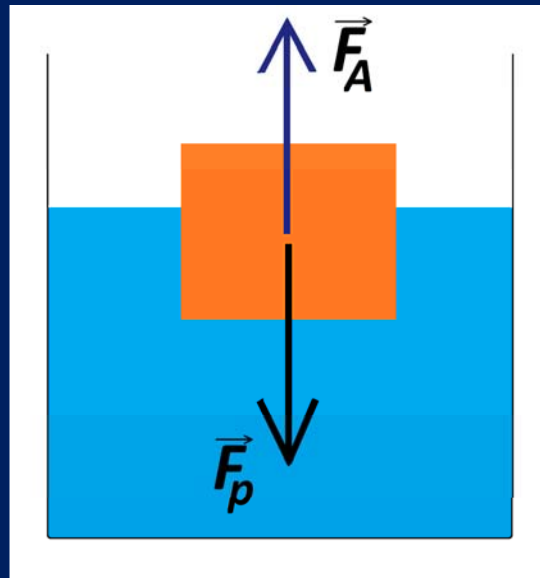


Poussée d'Archimède

Tout corps immergé dans fluide (liquide ou gaz), reçoit de la part de ce fluide une poussée verticale dirigée de bas en haut et égale à l'intensité du poids du volume de fluide déplacé.

Sa valeur, qu'on peut noter F_A, se calcule par la formule:

$$F_A = \rho_f \, . \, V \, . \, g$$



- ***ρ_f est la masse volumique du fluide en kg/m^3 (kilogramme par mètre cube)***
- ***g est l'intensité de la pesanteur en m/s^2***
- ***V est le volume du fluide déplacé en m^3 (mètre cube)***
- ***La valeur F_A est en newton (N).***

On a :

Le poids du corps est :

$$F_p = \rho_c V_c g = \rho_c (V_{ém} + V_{imm}) \cdot g$$

La poussée d'Archimède est :

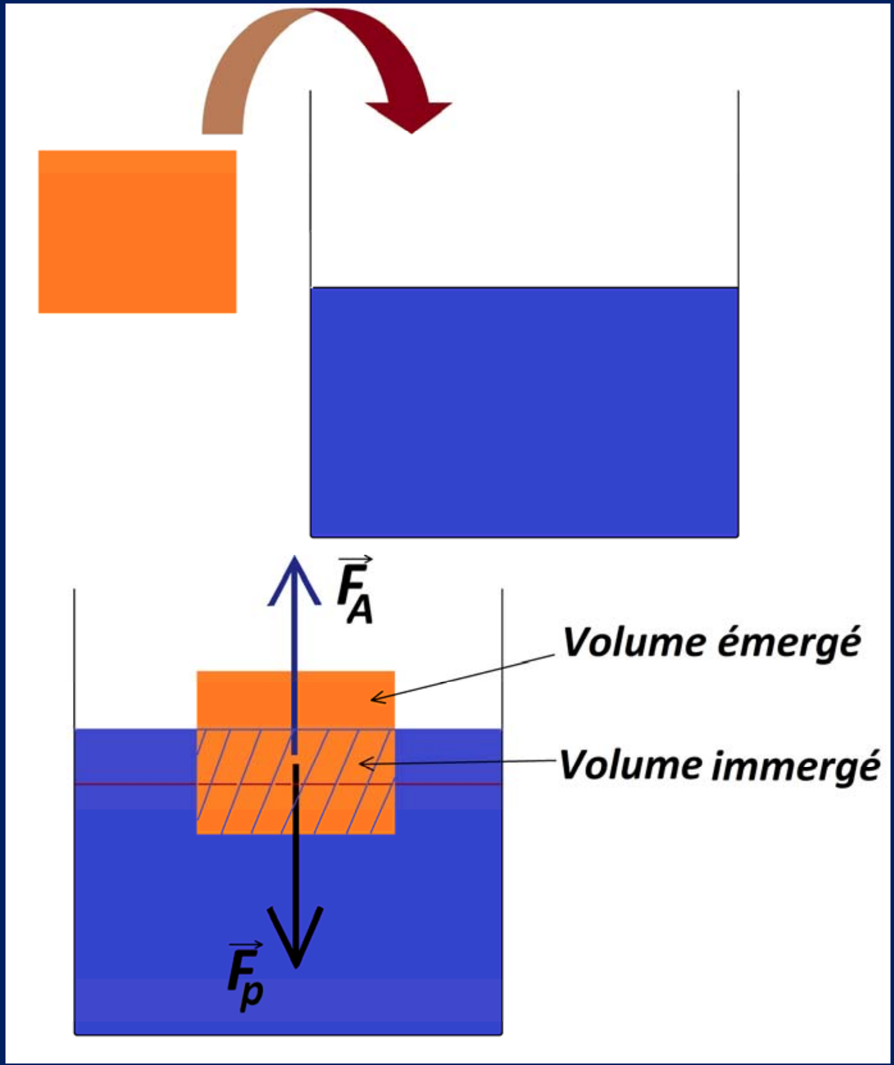
$$F_A = \rho_f V_{L.d} \cdot g = \rho_f (V_{imm}) \cdot g$$

A l'équilibre , On a : $F_p = F_A$

$$\rho_c (V_{ém} + V_{imm}) \cdot g = \rho_f (V_{imm}) \cdot g$$

$$\rho_c (V_{ém} + V_{imm}) = \rho_f (V_{imm})$$

$$\frac{\rho_c}{\rho_f} = \frac{V_{imm}}{V_{ém} + V_{imm}}$$



$$\frac{\rho_c}{\rho_f} = \frac{V_{imm}}{V_{ém} + V_{imm}}$$

Cette expression définit la condition flottabilité

$$\frac{\rho_c}{\rho_f} < 1 \Rightarrow \rho_c < \rho_f$$

a) Flottaison : Le corps solide flotte à la surface du liquide (une partie se trouve dans le fluide et l'autre dans l'air

$$\frac{\rho_c}{\rho_f} > 1 \Rightarrow \rho_c > \rho_f$$

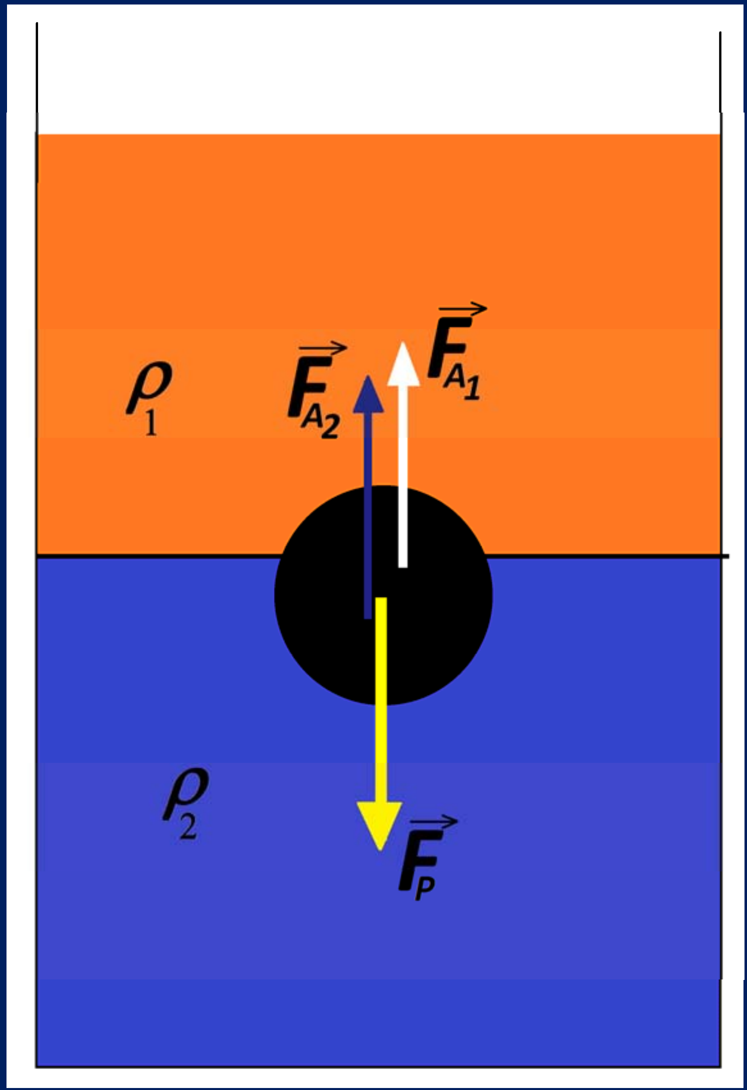
b) Immersion: Le corps solide s'immerge complètement dans le fluide

$$\frac{\rho_c}{\rho_f} \approx 1 \Rightarrow \rho_c \approx \rho_f$$

c) Suspension: Le corps solide suspendu dans le fluide (ne monte pas vers la surface libre et il ne descend pas vers le fond

Remarque:

lorsque un corps solide est plongé partiellement dans plusieurs liquide, il sera soumis, de la part de ces liquides, à une poussée verticale, dirigée de bas en haut et dont l'intensité est égale à la somme des poids des volumes de liquides déplacés



Masse volumique d'un échantillon

Les masses volumiques de certains échantillons solides dont on ne sait pas calculer les volumes (forme géométrique très complexe) se déterminent, dans la pratique, comme suit:

- On plonge l'échantillon solide dans un liquide, liquide se déplace d'un volume égal à la valeur (V). On a alors: $V_{ech} = V_{liquide\text{-}deplacé}$

Par pesée, on peut déterminer leur masse m. D'où leur masse volumique ρ

$$\rho = \frac{m_{\text{échantillon}}}{V_{\text{Liquide-déplacé}}}$$